Numéro d'ordre : 216

Année 1974

THESE

presentée devant

L'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel BERTHE

LES EFFETS HYDRODYNAMIQUES SUR LA FATIGUE DES SURFACES DANS LES CONTACTS HERTZIENS

---

soutenue le 1 mars 1974 devant la commission d'examen

MM.	BRACONNIER	président
	SIESTRUNCK	examinateurs
Mlle	COMTE-BELLOT	examinateurs
MM.	GODET	examinateurs
	DYSON	examinateurs

Service Editions - I.N.S.A.- LYON

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544713_0041

Numéro d'ordre : 216

Année 1974

THESE

presentée devant

L'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel BERTHE

LES EFFETS HYDRODYNAMIQUES SUR LA FATIGUE DES SURFACES DANS LES CONTACTS HERTZIENS

---

soutenue le 1 mars 1974 devant la commission d'examen

MM.	BRACONNIER	président
	SIESTRUNCK	examinateurs
Mlle	COMTE - BELLOT	
MM.	GODET	
	DYSON	

Service Editions - I.N.S.A.- LYON

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD

L Y O N

Président :	M. le Professeur J. BOIDIN
1er Vice-Président :	M. le Professeur R. TOURAINE
2ème Vice-Président :	M.P. PONCET, Maître-Assistant
3ème Vice-Président :	M.D. SETTELEN, Etudiant

UNITES D'ENSEIGNEMENT ET DE RECHERCHE

U.E.R. médicale Grange-Blanche	M. le Professeur D. GERMAIN
U.E.R. médicale Alexis Carrel	M. le Professeur C. GIROD
U.E.R. médicale Lyon-Nord	M. le Professeur A. BERTOYE
U.E.R. médicale Lyon Sud-Ouest	M. le Professeur L. TOLOT
U.E.R. des Sciences Pharmaceutiques	M. le Professeur M. CARRAZ
U.E.R. des Techniques de Réadaptation	M. le Professeur A. MORGON
U.E.R. de Biologie Humaine	M. le Professeur J.C. CZYBA
U.E.R. d'Education Physique et Sportive	M. le Professeur A. MILLON
U.E.R. des Sciences Odontologiques	M. le Professeur R. VINCENT
Département de Mathématiques	M. le Professeur G. MAURY
U.E.R. de Physique	M. le Professeur R. UZAN
U.E.R. de Chimie et Biochimie	Mle D. CAUTHERON, Professeur
U.E.R. des Sciences de la Nature	M. le Professeur L. DAVID
U.E.R. de Sciences physiologiques	M.R. FONTANGES, Maître de Conférences
U.E.R. de Physique nucléaire	M. le Professeur A. SARAZIN
U.E.R. de Mécanique	M. le Professeur J. MATHIEU
Observatoire	M. le Professeur J.H. BIGAY
Institut Universitaire de Technologie I	M. le Professeur B. POUYET
Institut Universitaire de Technologie II	M.J. GALLET

AVANT PROPOS

Ce travail a été effectué dans le laboratoire de Mécanique des Contacts de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, dirigé par Monsieur le Professeur M. GODET.

Je ne saurais présenter ce travail sans exprimer à Monsieur GODET ma profonde gratitude pour la possibilité qu'il m'a donnée d'entreprendre cette étude, pour l'intérêt constant qu'il y a apporté, pour les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer et pour son aide efficace dans la mise en forme de ce travail.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur le Doyen BRACONNIER en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur SIESTRUNCK, Professeur à l'Université Paris 6,et Mademoiselle COMTE-BELLOT, Professeur à l'Ecole Centrale de Lyon pour avoir bien voulu examiner cette étude.

Mes remerciements vont également à Monsieur DYSON, Principal Scientist, à la Société Shell-Angleterre, pour l'intérêt constant qu'il a apporté à cette recherche, pour les encouragements qu'il m'a prodigués et pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens tout particulièrement à remercier, Messieurs WEBER et DUROUCHOUX, de la Direction des Recherches et Moyens d'Essais, Monsieur LE-BLAN, Président de la Commission Action de Contact du Comité Mécanique de la Direction Générale à la Recherche Scientifique et Technique, Messieurs WYSS et LAFONT de la Régie Nationale des Usines Renault, Monsieur DE JOUHANNET de la Société Shell-Française, pour leur participation au financement de cette recherche.

Je souhaite également exprimer à Monsieur ROZEANU, Professeur au Technion de Haïfa, ma profonde gratitude pour les discussions nombreuses et fertiles que nous avons eues pendant une année sur ce sujet.

Ma gratitude va également aux membres du groupe "Contacts hertziens" et plus particulièrement à Monsieur MICHAU pour sa collaboration efficace.

Je ne peux présenter ce travail sans exprimer mes remerciements à Messieurs ROCHE et PERROT, techniciens, qui, par leur compétence, ont permis de mener à bien la partie expérimentale de cette étude.

Mes remerciements s'adressent enfin aux personnes qui ont participé à la présentation de ce travail, tout particulièrement à Madame de LORENZO, à Madame CASSARD et aussi à Mademoiselle CHARRIERE et à Monsieur TAGLIAVINI.

INTRODUCTION

On peut classer les avaries rencontrées dans les contacts hertziens, ou contacts lourdement chargés qui existent dans les roulements, les engrenages, etc..., en trois grandes catégories :

- les avaries liées à un effet thermique qui provoque la fusion de la couche superficielle du métal. Elles sont connues sous le nom de grippage et entrainent la destruction immédiate du mécanisme.

- les avaries liées à l'usure. Dans ce cas, le profil conjugué des surfaces est modifié ; des surcharges sont fréquentes et peuvent être à l'origine de rupture de pièces ou même de grippage. Ici, l'évolution du phénomène est beaucoup plus lente.

- les avaries liées à la fatigue qui feront l'objet de notre étude.

Les avaries par fatigue apparaissent dans les contacts entre deux éléments de machine fortement sollicités et en mouvement relatif. Les phénomènes mis en jeu sont complexes ; ils intéressent aussi bien les mécaniciens des solides et des fluides que les métallurgistes et les physico-chimistes. L'importance économique de ce problème est considérable car une part importante des mécanismes industriels périt par fatigue. Les causes précises en sont inconnues et les remèdes, même pragmatiques, sont rares.

La littérature scientifique est très vaste, mais chaque contribution n'aborde qu'un aspect du sujet et aucune synthèse de la question n'a été tentée. Par ailleurs, il n'existait jusqu'alors aucune approche théorique qui permette de décrire les phénomènes observés. Les raisons de ce désordre sont multiples ; parmi celles-ci, et en ne mentionnant que les aspects mécaniques qui seront les seuls analysés dans ce travail, notons en particulier que :

- les effets de différents paramètres, dont la rugosité des surfaces et l'épaisseur du film d'huile, n'ont été mis en évidence que très récemment (1962).

- l'identification des différents phénomènes qui gouvernent l'apparition de ces avaries n'avait pas été faite.

- les bases théoriques pour la description des phénomènes hydrodynamiques étaient quasi-inexistantes et de toute manière erronées.

Nous nous proposons ci-dessous de décrire brièvement l'état de la question tel qu'il se présentait en 1968, au début de cette étude et de mentionner quelques travaux déterminants effectués depuis par différentes équipes.

- Way montre en 1935 que les surfaces des mécanismes lubrifiés à l'huile périssaient par fatigue en roulement pur ou pour de faibles vitesses de glissement.

- Dawson montre en 1962 que l'importance des avaries pouvait être exprimée, avec une bonne corrélation, en fonction du rapport de rugosité ε/h_m, où ε est une longueur qui caractérise la hauteur des rugosités des surfaces et où h_m est l'épaisseur du film d'huile calculée par la théorie élastohydrodynamique mise au point par Dowson et Higginson en 1959, pour des surfaces lisses. Cette théorie regroupe les effets de la viscosité, de la charge et des vitesses.

- plusieurs auteurs ont montré que l'importance des avaries dépendait des propriétés mécaniques des matériaux et des propriétés physico-chimiques de l'huile.

En 1968, une polémique assez vive était engagée entre chercheurs sur les deux points suivants :

- l'origine des fissures se situait pour les uns en surface, pour les autres en sous-couche à une profondeur correspondant au point de cisaillement maximal donné par la théorie de Hertz.

- l'effet hydrodynamique dans la génèse des avaries était pour les uns négligeable, pour les autres prépondérant.

Par contre, la pression maximale de la théorie de Hertz était universellement reconnue comme un paramètre déterminant et était à ce titre utilisée par les constructeurs de roulements qui, par ailleurs, ne tenaient aucunement compte des phénomènes hydrodynamiques.

En ce qui concerne l'origine des fissures, certains travaux, parus entre 1968 et 1972, confirment que les deux modes de fissuration, en surface ou en profondeur, sont possibles. Toutefois, l'identification des causes qui amènent une fissuration en surface ou en profondeur n'est pas établie, et il n'existe toujours pas d'études expérimentales quantitatives dans ce domaine.

En 1970, Tallian introduit dans le calcul de la durée de vie des roulements un terme correctif, déterminé expérimentalement et qui tient compte des observations de Dawson.

Du point de vue théorique, Dyson, en 1972, développe une méthode pour calculer statistiquement la charge portée par le contact direct entre les aspérités. Il applique ce calcul pour décrire le phénomène de grippage. Greenwood et Johnson, en 1972, développent un calcul analogue pour rendre compte des déformations plastiques dans les contacts.

En ce qui concerne l'étude des phénomènes hydrodynamiques dans les contacts rugueux :

- Saibel est le premier chercheur à s'être intéressé, en 1967, à l'hydrodynamique des surfaces. Il calcule la charge portante d'un palier infiniment court qui comporte des rugosités transversales dont la hauteur est décrite statistiquement. Cette étude n'était pas reliée à une recherche des causes de détérioration des surfaces par fatigue.

- Christensen, en 1971, dans le même esprit, prend en compte la direction préférentielle des rugosités et développe un calcul statistique qui lui permet d'obtenir la charge portante, le frottement des paliers et patins.

- Dowson, en 1971, toujours dans le même esprit, montre l'influence de la forme des "aspérités" sur la charge et la force de frottement qui existent entre deux cylindres rigides.

Tous ces travaux utilisent une forme classique de l'équation de Reynolds et se bornent à calculer la charge portante et la force de frottement, sans tenter d'analyser les champs de pression.

Nous avons abordé l'étude des détériorations de surface liées à la fatigue, à partir du point de vue théorique de l'hydrodynamique des surfaces rugueuses, de la mécanique des solides et du point de vue expérimental de technique de visualisation et d'essais plus classiques, sur machines, de fatigue.

En ce qui concerne l'hydrodynamique des surfaces rugueuses :

- nous avons montré que l'équation classique de Reynolds ne peut pas être utilisée pour décrire les phénomènes hydrodynamiques entre deux surfaces rugueuses. Nous avons dérivé, au chapitre II, une équation générale, utilisable dans tous les cas.

- nous exploitons cette nouvelle équation en modélisant les rugosités des surfaces par une fonction analytique (chapitre III), puis par une distribution statistique (chapitre IV), et donnerons les champs de pression et la charge pour des contacts hydrodynamiques (surfaces rigides), puis pour des contacts élastohydrodynamiques (surfaces déformées sous l'effet du champ de pression).

- nous mettrons en évidence l'existence de cavitation et aborderons dans le chapitre V les possibilités de dégradation des surfaces par cavitation. Nous montrerons par ailleurs, dans le chapitre VII, que cette cavitation se rencontre dans les contacts lubrifiés.

- nous montrerons théoriquement, au chapitre IV, l'existence d'une instabilité du film d'huile dans les contacts élastohydrodynamiques.

Cette approche nous permettra de définir les conditions dans lesquelles des avaries de surface pourront apparaître en film complet, et les phénomènes qui sont à leur origine.

Dans les études mentionnées ci-dessus, nous avons supposé que le film d'huile était complet. Quand, sous l'effet d'une charge élevée, il existe des contacts métalliques entre les aspérités, nous utiliserons la méthode décrite par Dyson pour calculer la charge portée par les aspérités et déterminerons ainsi le champ de pression qui s'y applique. Cette approche nous permettra :

- de définir les conditions dans lesquelles des avaries en surface pourront apparaître en film d'huile rompu.

- de conclure d'une façon générale sur les différents mécanismes qui entrainent des dégradations en surface.

Une étude expérimentale nous permettra de vérifier nos résultats théoriques. En effet :

- l'existence de plusieurs champs de pression possibles qui introduisent une instabilité de fonctionnement, a été mise en évidence.

- le phénomène de cavitation a été observé.

- des avaries d'un certain type ont été obtenues en film complet.

- des avaries de types différents ont été obtenues en film rompu.

Nos travaux théoriques et expérimentaux nous permettront enfin :

- de répondre aux deux points de la polémique évoquée ci-dessus à savoir :

. Des dégradations peuvent dans certaines conditions apparaître en surface.

. Les phénomènes hydrodynamiques sont déterminants pour l'un des types d'avaries mentionnées plus haut.

- de définir les différents phénomènes qui gouvernent les avaries superficielles.

- de proposer une vue globale des phénomènes de fatigue qui apparaissent en roulement pur.

Tous les travaux ci-dessus seront mentionnés dans les chapitres suivants.

PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

I - VARIABLES DIMENSIONNEES

a_1, a_2	amplitude des défauts de forme ou des rugosités
α	coefficient de piezo-viscosité
b	demi-largeur de la théorie de Hertz
B	largeur de piste
β	rayon de courbure des aspérités
E_1, E_2	modules d'élasticité
E	module d'élasticité réduit ($\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_1^2}{E_2} \right)$
$\mathcal{E}$	énergie dissipée par cisaillement dans le contact
ε_1, ε_2	hauteurs des défauts de forme ou des rugosités
ε	terme d'écart
h_c	profondeur où apparait la contrainte de cisaillement principal maximal dans la théorie de Hertz
h_d	profondeur où apparait la contrainte de cisaillement alterné maximal dans la théorie de Hertz
h_m	épaisseur minimale du film d'huile dans la théorie élastohydrodynamique
h_o	épaisseur du film au centre du contact lisse non déformé
H_1, H_2	équations des surfaces 1, 2
h_1, h_2	enveloppes des vitesses virtuelles
h	épaisseur moyenne du contact rugueux non déformé (= $h_2 - h_1$)
$\bar{h}$	épaisseur moyenne du contact rugueux déformé (= h + v)
h	constante d'intégration
h_r	épaisseur minimale moyenne du contact élastohydrodynamique rugueux
h_ℓ	épaisseur minimale moyenne du contact élastohydrodynamique lisse
K	diffusité thermique
ℓ_1 ℓ_2	longueurs d'onde
m	masse
μ	viscosité
μ_0	viscosité à la pression atmosphérique
ρ	masse volumique
σ	écart type de la variable
σ_1 σ_2	contraintes normales principales
σ_x, σ_y, σ_z	contraintes normales selon x, y, z
p	pression
p_o	pression maximale de la théorie de Hertz

$\bar{p}$	pression moyenne
p_{or}	pression maximale sur les aspérités dans le contact rugueux
$\bar{p}_{or}$	pression maximale moyenne sur les aspérités
p_{er}	pression d'écoulement
p^*	pression réduite (= $\lvert 1- \exp(-\alpha p) \rvert / \alpha$)
p_f	fluctuations de pression réduite
Δp_r	augmentation de pression réduite
q_x, q_y, q_z	débit selon x, y, z
R_1, R_2	rayons de courbure
R	rayon de courbure réduit ($1/R = 1/R_1 \pm 1/R_2$)
R_T	rugosité crête à crête
t	temps
T	température
T	tension superficielle
τ	contrainte de cisaillement principal
τ_{xy}	contrainte de cisaillement alterné
u, v, w	composantes de la vitesse d'une particule fluide
U_1, U_2	vitesses des surfaces 1, 2 selon Ox
V_1, V_2	vitesses des surfaces 1, 2 selon Oy
V_1, V_2	vitesses virtuelles des surfaces 1, 2 selon Oy
v_1^*, v_2^*	déformations élastiques
v	déformation élastique (= $v_2 - v_1$)
W_1, W_2	vitesse des surfaces 1, 2 selon Oz
Φ	fonction de dissipations
x_e	abscisse d'entrée du film
x_s	abscisse de rupture du film
xyz	axes de référence
ω	charge au contact
ω_{hyd}	charge portée par le film d'huile
ω_{met}	charge portée par les contacts métalliques
ω_{ext}	charge extérieure
Ω	vitesse angulaire
ω_1, ω_2	vitesses angulaires des disques 1, 2

II - VARIABLES SANS DIMENSION

A_1, A_2	amplitudes (= a_1/R , = a_2/R)
$\bar{b}$	largeur (= b/R)
γ, ζ	coefficients
e_1, e_2	écarts (= ε_1/R, = ε_2/R)
$\mathcal{E}$	énergie
$\bar{G}$	= αE
H	épaisseur (= h/R)

H	épaisseur (= h/R)
H_o	épaisseur = h_o/R
$\overline{H}_o$	épaisseur moyenne
H	constante
J	fonctionnelle de pression
J_R	fonctionnelle $\lambda = 0$
J_G	fonctionnelle $\lambda \neq 0$
H	temps (= Ωt)
λ	rapport de glissement (= $(U_1 - U_2)/(U_1 + U_2)$)
k	coefficient de modulation (= $\Delta p/p$)
L_1, L_2	longueurs d'ondes (= ℓ_1/R, = ℓ_2, R)
M	masse (=m/6μ $(U_1 + U_2)$B)
σ	écart type
N	coefficient
P	pression (= pR/6$\mu(U_1 + U_2)$)
P	pression réduite (= p R/6μ $(U_1 + U_2)$)
$\overline{u}$	
w	charge (= ω/ 6μ $(U_1 + U_2)$B)
W_{met}	charge
W_{hyd}	charge
$\overline{W}$	charge moyenne
ΔW	fluctuations de charge
ϕ	angle de phase
ψ	déphasage
X_e	abscisse (= x_e/R)
X_s	abscisse (= x_s/R)
XYZ	coordonnées (= x/R, = y/R, = z/R)
χ	abscisse (= - X + b)

III - INDICES

1	surface "inférieure"
2	surface "supérieure"
r	contact rugueux
ℓ	contact lisse

CHAPITRE I

LES PHENOMENES DE FATIGUE DANS LES CONTACTS HERTZIENS

I - INTRODUCTION

Les mécanismes tels que les engrenages, les roulements, les cames peuvent être détériorés à la suite d'avaries de volume ou à la suite d'avaries de surface |1-9|. Les avaries de volume, la rupture des dents d'engrenage par exemple,sont liées au dessin de l'ensemble du mécanisme, elles ne seront pas abordées dans ce travail, nous nous limiterons aux avaries de surface.

Les surfaces des mécanismes, lorsque les pressions au contact sont importantes, peuvent être détériorées par changement des caractéristiques géométriques quels que soient les phénomènes mécaniques, métallurgiques ou physico-chimiques de ces changements, et quelle que soit la grandeur des modifications géométriques correspondantes. Les modifications géométriques sont nécessairement provoquées soit par déformations plastiques |5|, soit par perte de matière, soit par les deux mécanismes simultanément. Les surfaces sont détériorées rapidement si la modification de la surface provient d'un grippage, c'est à dire d'une fusion des couches superficielles du métal, ou lentement si celle-ci provient d'une usure abrasive ou chimique. L'usure par fatigue qui est, par définition, nulle en début d'essai, augmente brutalement après un temps donné qui dépend du matériau et des conditions de fonctionnement.

Nous exposerons ici les différents modes de détérioration des surfaces pour analyser en détail les avaries liées à la fatigue des surfaces. Nous présenterons d'abord une série d'observations expérimentales extraites pour l'essentiel de comptes rendus publiés dans la littérature internationale. Nous isolerons dans cette présentation un certain nombre de facteurs qui à la lumière de ces observations paraissent gouverner les phénomènes de fatigue. Nous exposerons ensuite les différentes hypothèses émises pour rendre compte de ces phénomènes. Nous tenterons enfin à la lumière de ces constatations :

- d'analyser les différents mécanismes de fatigue,
- de confronter les différentes hypothèses qui ont été invoquées ces dernières années pour expliquer ces avaries,
- de dégager un point de vue nouveau que nous rendons aussi général que possible.

II - LES DIFFERENTS TYPES D'AVARIES DES CONTACTS HERTZIENS

II.1 Le grippage

La fusion des couches superficielles qui peut se produire dans les mécanismes réels, impose une limite au delà de laquelle il n'est plus possible par exemple d'augmenter les couples transmis par les engrenages |10| ou la charge normale des cames. Cette fusion ou grippage est quasiment instantanée, elle s'accompagne de formation de fumée et d'une élévation très sensible du niveau sonore; l'arrêt du mécanisme suit rapidement ces deux manifestations, on caractérise cette avarie par la charge de grippage.

On sait qu'avec une huile minérale pure la charge de grippage :

- diminue d'abord pour augmenter ensuite avec la vitesse (figure 1) |11-13|
- augmente avec une augmentation de la viscosité |12-14|
- diminue avec une augmentation de la rugosité (figure 2) |12-15|
- dans les engrenages, diminue avec le module dans des essais menés à entraxe fixe (figure 3), augmente pour diminuer ensuite avec une correction de saillie (figure 4) |12-14|.

On sait également que l'introduction, dans le lubrifiant, de dopes "extrême pression" repousse largement la frontière de grippage |16,17|.

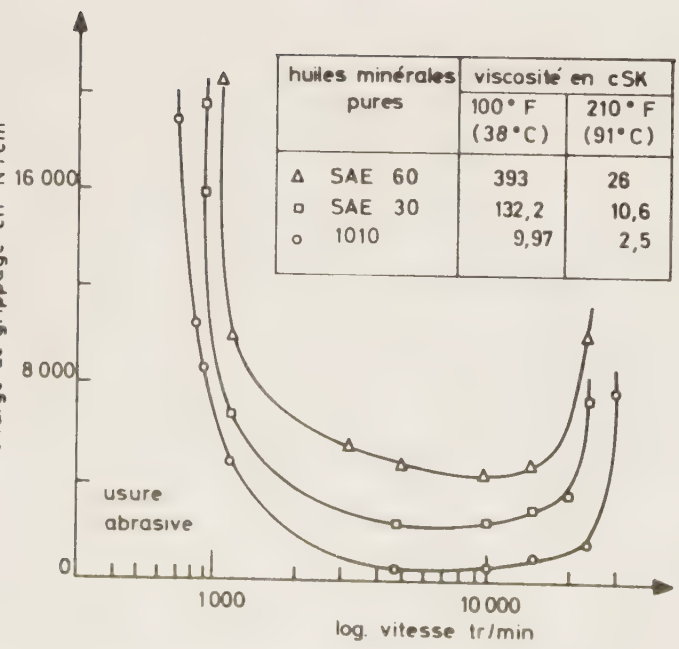


Fig. 1 : Essais d'engrenages d'après Borsoff

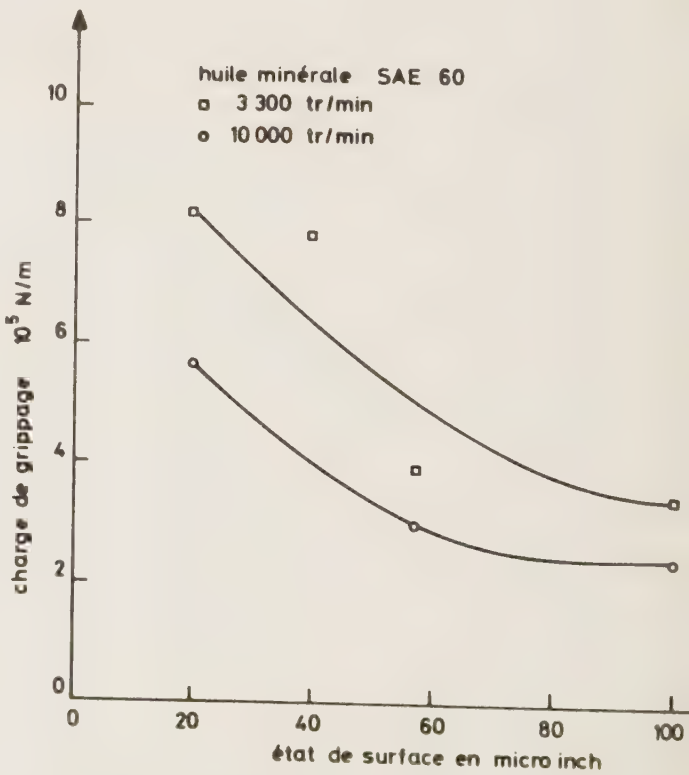


Fig. 2 : Effet de l'état de surface sur la charge de grippage.

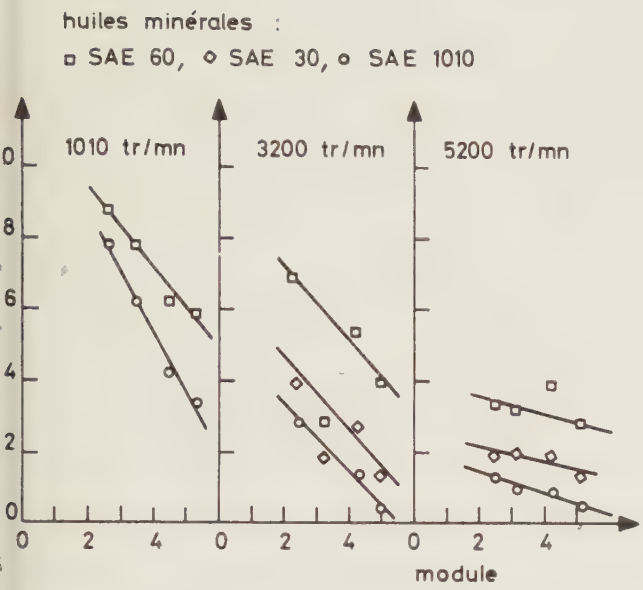


Fig. 3 : Effet du module sur la charge de grippage

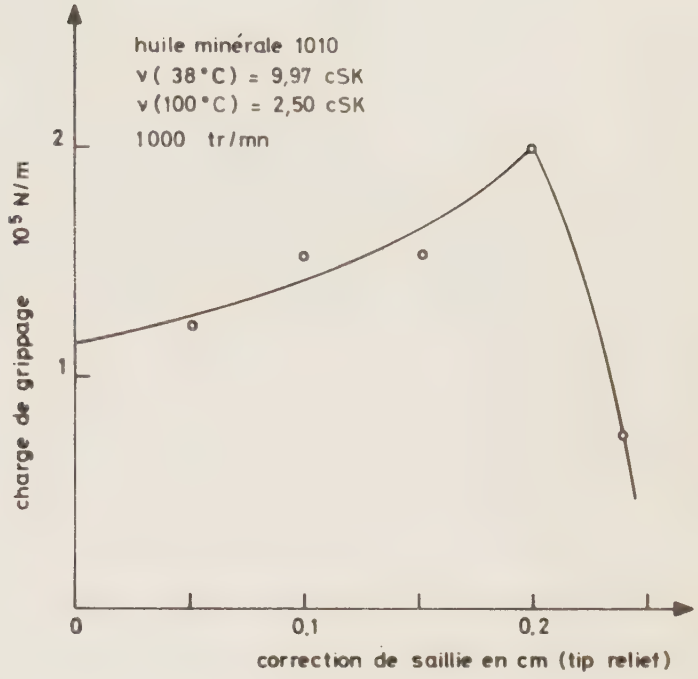
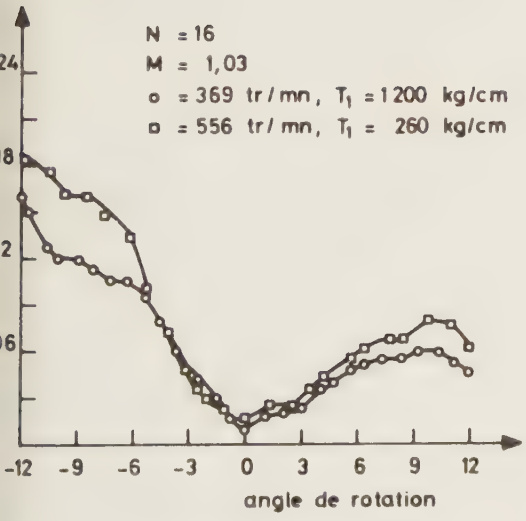


Fig. 4 : Effet de la correction de saillie sur la charge de grippage.



5: Variation du coefficient de frottement
ng d'une dent d'engrenage.

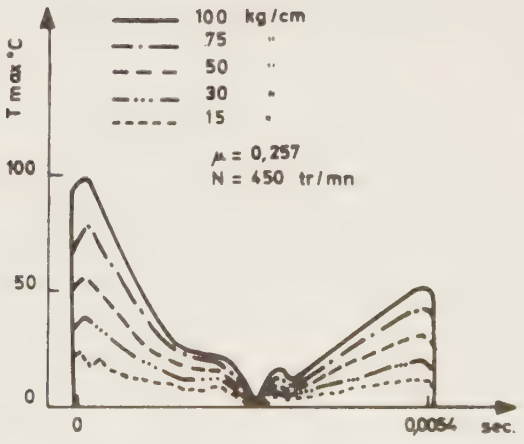


Fig. 6 : Variation de la température maximale le long d'une dent d'engrenage

Nous avons appris plus récemment que :

- les risques d'avarie diminuent avec une augmentation de l'épaisseur du film d'huile |18,19|.

- si un film d'huile complet sépare les surfaces d'un engrenage, la rupture de ce film n'entraine pas nécessairement le grippage |20|.

- les températures et les coefficients de frottement maximaux dans les engrenages se rencontrent au pied et à la tête des dents. L'élévation de température à la hauteur du cercle primitif est négligeable (figures 5 et 6) |21,22|.

II.2 L'usure

L'usure dans les mécanismes peut revêtir différents aspects. Si la distinction entre l'usure abrasive et adhésive est relativement ancienne |23|, la mise en évidence de l'usure chimique est plus récente |24|; peu d'études permettent d'évaluer avec précision la part de ce qui lui revient. Nous pouvons toutefois affirmer que :

- l'usure abrasive qui est relativement importante dans les mécanismes neufs (rôdage), diminue ensuite pour s'annuler quelquefois au cours du temps |25|,

- l'usure abrasive diminue avec une augmentation de la viscosité |12| et de l'épaisseur du film |26|,

- l'usure abrasive augmente avec le rapport de viscosité |26,27|,

- l'usure adhésive se manifeste par le tranfert du métal d'une surface à l'autre |27|,

- le taux d'usure chimique est toujours faible, il dépend des dopes introduits dans l'huile et également de l'humidité du milieu ambiant |28|.

L'usure chimique provient de la formation et de l'élimination du film protecteur en surface. C'est ainsi qu'indirectement l'usure chimique protège les engrenages contre le grippage |29|. L'usure adhésive,quant à elle,s'explique par la formation de micro-soudures entre les surfaces en contact |27|.

II.3 La fatigue des surfaces ou pitting

Les avaries par fatigue peuvent apparaître après un temps donné dans tous les systèmes où les contraintes en un point des matériaux varient d'une manière cyclique dans le temps. Les phénomènes de fatigue peuvent apparaître dans tous les contacts où les charges sont importantes et en particulier pour une valeur quelconque de la vitesse de glissement |30-42|. Toutefois,lorsque cette vitesse de glissement augmente certains phénomènes comme l'usure peuvent diminuer les avaries par fatigue, d'autres comme le grippage peuvent les masquer totalement.

Il apparait donc que les phénomènes de fatigue seront prépondérants pour des conditions de fonctionnement voisines du roulement pur (cercle primitif des engrenages, roulements, certains points pour les cames), tandis que l'usure et le grippage seront prépondérants pour des conditions de fonctionnement où la vitesse de glissement est élévée (pied et

tête de dents des engrenages, certains points pour les cames, roulements lors de leur mise en rotation ...). Nous nous intéresserons dans ce travail uniquement aux phénomènes de fatigue.

III - DONNEES EXPERIMENTALES SUR LA FATIGUE DES SURFACES (Pitting)

Les surfaces dégradées par fatigue sont facilement reconnaissables. Les avaries se produisent en surface |43-47| , en volume |47-50|, la distinction entre ces deux types d'avaries est récente, aussi l'interprétation des résultats expérimentaux déjà publiés est-elle complexe car la localisation de l'avarie est rarement précisée. Dans les données expérimentales sur la fatigue des surfaces,nous évoquerons également le cas de surfaces dégradées qui présentent un aspect analogue à celui évoqué plus haut, mais dont les causes sont totalement différentes. Dans cette présentation, nous ferons appel à des travaux effectués aussi bien sur engrenages, sur roulements, sur cames que sur simulateur car les mêmes avaries de fatigue se retrouvent sur tous ces mécanismes.

On constate que de très nombreux paramètres agissent sur la fatigue des surfaces : paramètres mécaniques, métallurgiques, géométriques, cinématiques, physico-chimiques. Aussi après avoir rappelé où se situent les avaries de fatigue (§ III.1), discuterons-nous de l'effet :

- de l'ambiance,
- des matériaux,
- de la charge et de la vitesse,
- de la viscosité,
- de la rugosité,
- combiné de la rugosité et de l'épaisseur du film,
- de l'usure abrasive et du mode d'usinage.

Enfin nous mentionnerons trois mécanismes qui, indépendamment, peuvent entrainer la dégradation des surfaces. Il est possible en effet d'obtenir la destruction des surfaces par :

- le martèlement hydraulique,
- des forces de frottement élevées,
- des décharges électriques.

III.1 Localisation des avaries de surface

Elles se situent pour l'essentiel à la hauteur ou juste en dessous du cercle primitif du profil des engrenages et sur les billes et les pistes de roulement |51,52|.

On observe en sous couches des fissures qui se propagent tangentiellement à la surface et à quelque dizièmes de millimètre de celles-ci et en surface même,des piqûres ou cavités dont les dimensions sont de l'ordre du centième de millimètre. Nous sommes donc en présence de deux avaries distinctes l'une en profondeur, l'écaillage, l'autre en surface, les piqûres superficielles (figures 7, 8a et 8 b).

Fig. 7 Ecaillage

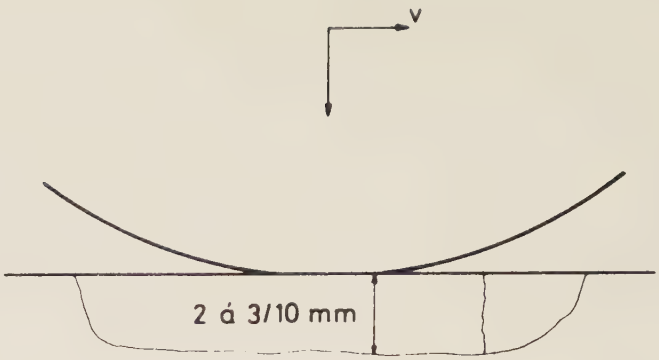


Fig. 8a : Mode de propagation des fissures sous la surface.

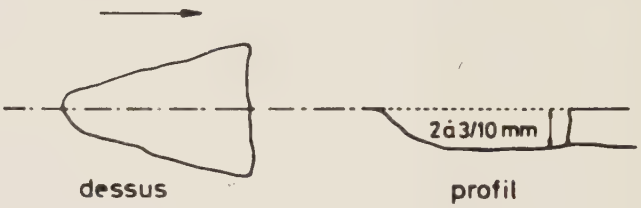


Fig. 8b : Schéma d'une écaille

Cette distinction entre ces deux types d'avaries que nous avons suggérée par ailleurs [53], nous permettra ainsi que nous le verrons dans la suite de cet exposé, d'isoler puis d'analyser les paramètres qui agissent sur chacune d'elle.

Les fissures qui se propagent à quelques dizième de millimètre de la surface (c'est à dire à une profondeur voisine de la profondeur h_c où apparait dans la théorie de Hertz un maximum de la contrainte de cisaillement principal) la rejoignent soit perpendiculairement soit obliquement formant ainsi des écailles qui se détachent. Ce phénomène présente un caractère relativement brutal et peut entrainer la destruction du mécanisme. Les piqûres superficielles ne sont pas nuisibles en elles-mêmes quand elles sont isolées, elles peuvent toutefois devenir dangereuses si, par leur nombre, elles détruisent l'intégrité du profil ou si par leur présence, elles facilitent la remontée des fissures profondes vers la surface. En effet dans de très nombreux cas de fonctionnement, les fissures superficielles peuvent se prolonger en dessous de la surface et rejoindre les fissures de profondeur. Ceci explique la confusion entre les deux "réseaux" de fissures dont nous avons parlé plus haut. Leur orientation est nettement mise en évidence sur les engrenages où la vitesse de glissement change de signe au niveau du cercle primitif; on obtient ainsi des fissures convergentes (figure 9) pour l'engrenage menant, des fissures divergentes pour l'engrenage mené. Ce dernier se détruit en général moins rapidement que l'engrenage menant.

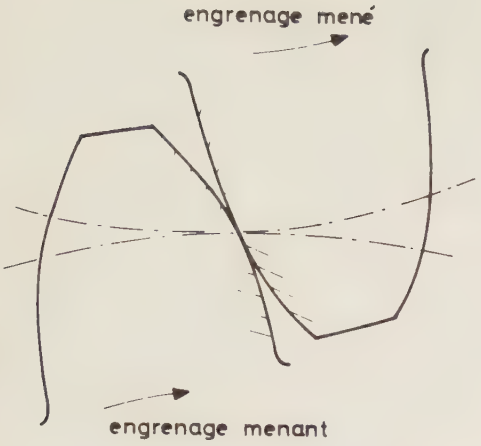


Fig. 9 : Orientation des fissures dans un engrenage.

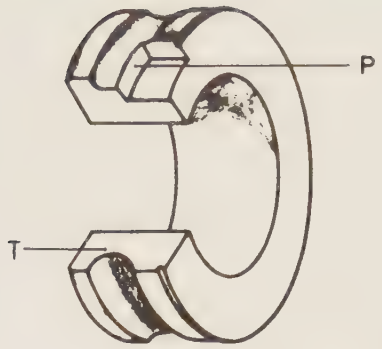


Fig.10 : Mode de découpage de la bague interne de roulement

L'examen métallographique (figure 10) d'éprouvettes en acier à roulement (100 C 6) qui ont subi un nombre de cycles de fonctionnement suffisant pour fatiguer le matériau révèle :

- l'existence d'une bande sombre en sous couche située à une profondeur voisine de celle à laquelle se trouve la contrainte de cisaillement maximal de la théorie de Hertz; la largeur de cette bande croit avec le nombre de cycles (figures 11 a et b) [34,35,47,49,63]. Cette zone parait se situer suivant une direction moyenne de 30°, par rapport à la direction de roulement (figure 12).

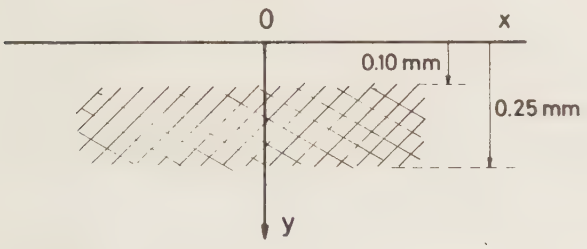


Fig . 11 a : Coupe P de la bague interne du roulement

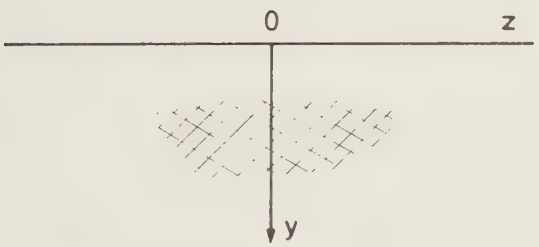


Fig . 11 b : Coupe T de la bague interne du roulement

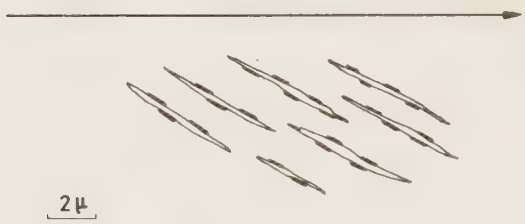


Figure 12 : Coupe P de la bague de roulement vue au microscope électronique.

- la présence de taches blanches appelées "papillons" qui font un angle de 20 à 45° (avec la surface). Ces taches se forment autour d'inclusions dures et sont souvent traversées par des fissures obliques analogues à celles décrites plus haut. (figures 13 a et b) |54,59,61|.

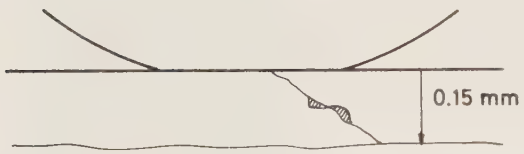


Figure 13 a): Coupe P d'un "papillon"

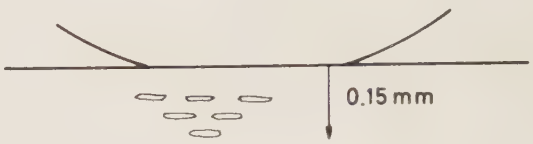


Figure 13 b): Coupe T d un "papillon"

Il permet également de mesurer les variations avec la profondeur :

- de la dureté (figure 14) |49,57,64,65|,
- des contraintes résiduelles (figure 14) |46,49,57|,
- de l'austénite résiduelle (figure 15) |59|,
- de la densité de papillons (figure 16) |54|,
- de l'étendue de la zone où apparait la phase sombre (figure 17) |57,59|.

On constate que toutes ces courbes présentent un extremum,au voisinage de la profondeur h_c,correspondant à la contrainte de cisaillement maximal de la théorie de Hertz. Les mesures ne sont pas suffisamment précises pour affirmer que ces extrema se situent à une profondeur égale à celle où apparait la contrainte de cisaillement principal maximale ou la contrainte de cisaillement alternée maximale de la théorie de Hertz.

Précisons toutefois que l'existence de champs de contraintes identiques n'engendre pas nécessairement des avaries identiques. En effet on peut obtenir le même champ de contrainte instantanément en chargeant cycliquement une bille contre un plan,tous deux élastiques et fixes,et en faisant rouler sans glissement cette même bille contre un plan élastique. On remarque que les fissures profondes apparaissent beaucoup plus rapidement dans le second que dans le premier cas |66,67|.

III.2 Effet de l'ambiance

Les essais de fatigue de surface ont été,pour l'essentiel,conduits en présence :

- d'air,

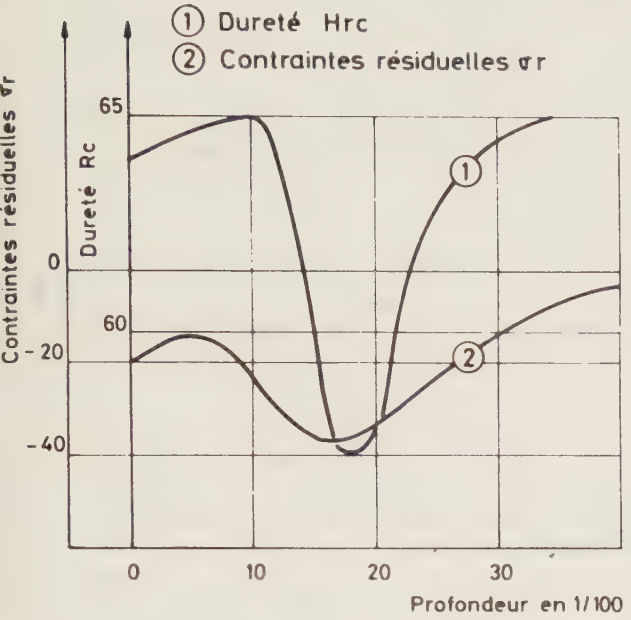


Figure 14 : Dureté Hrc et contraintes résiduelles σr en fonction de la profondeur pour N = 240.10 cycles (4). (Roulement 3208 en 100 C 6 - 40 DI - 80 DE - 9 billes 15/32 inp. = 350 hbar)

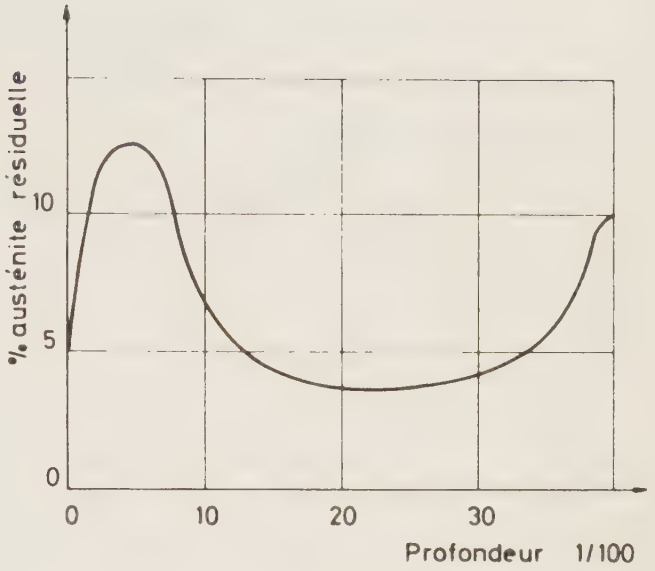


Figure 15 : Taux d'austénite résiduelle en fonction de la profondeur. (Roulement 6309 en 100 C 6- 10^8 cycles - p_o = 350 hbar)

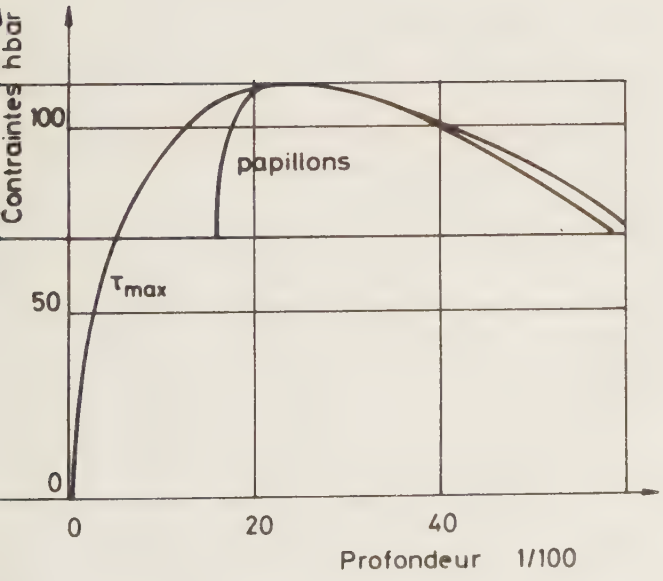


Figure 16 : Variations du nombre de papillons et de $\tau_{max.}$ en fonction de la profondeur (Roulement 6 309 en 100 C 6 - P_o = 350 hbar)

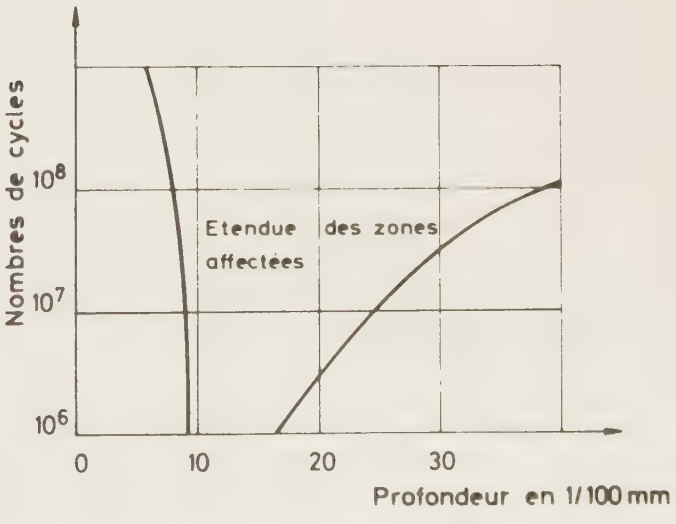


Figure 17 : Profondeur et largeur des zones affectées dans des roulements à billes en 100 C 6 chargés à 340 hbar

- d'eau,
- d'huiles minérales pures naphténiques ou paraffiniques,
- d'huiles minérales additivées,
- d'huiles minérales avec des traces d'eau,
- d'huiles synthétiques.

On constate que :

- les piqûres superficielles ne se forment pas en absence d'huile ou d'eau |68|. Les fissures profondes existent dans tous les cas où les conditions de charge sont remplies. Il est souvent difficile d'obtenir des détériorations par fatigue en roulement pur et à sec |69|,

- la présence d'eau dans l'huile accélère également cette détérioration |82-85|,

- les durées de vie obtenues avec des huiles naphténiques sont supérieures à celles obtenues avec des huiles paraffiniques |86-93| (figure 18),

- les durées de vie obtenues avec des huiles additivées sont soit supérieures soit inférieures à celles obtenues avec les mêmes huiles sans additifs selon, d'une part, la concentration en additifs, et d'autre part, la nature des matériaux et des additifs |94-99| (figure 19).

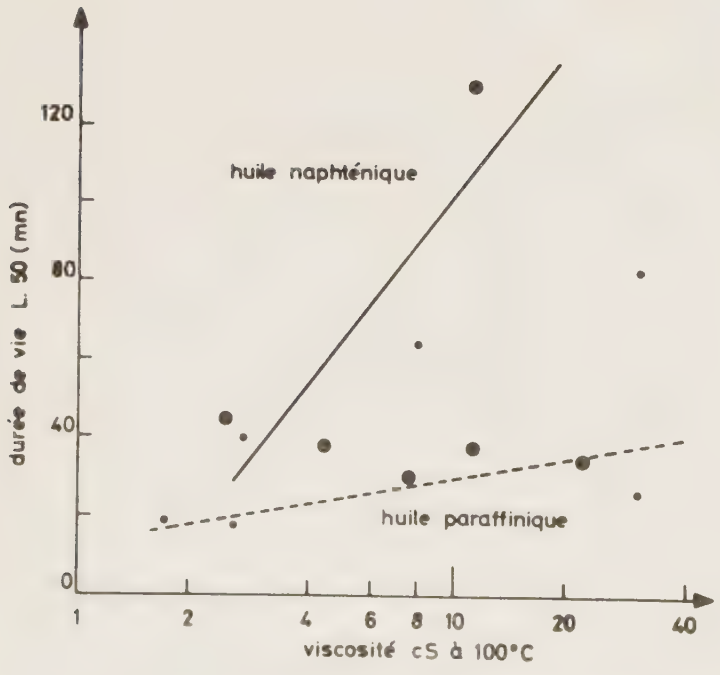


Fig. 18 : Effet de la viscosité de l'huile de base

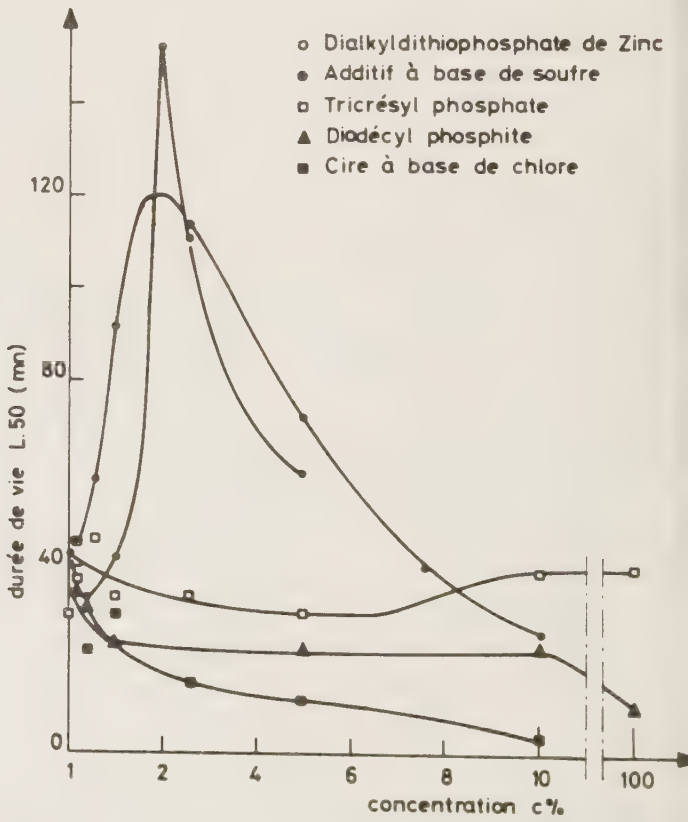


Fig. 19 : Effet de la concentration d'additifs sur la durée de vie

- il n'est pas possible de caractériser l'effet spécifique d'un additif mais uniquement l'ensemble matériau-additif |98|.

- une oxydation de l'huile a toujours un effet néfaste sur la durée de vie |96|

- les huiles synthétiques conduisent en général à des durées de vie inférieures à celles obtenues avec des huiles minérales pures de même viscosité. Parmi les huiles synthétiques, les huiles silicones, fortement compressibles, donnent les meilleurs résultats (figure 20) |97,98,100|.

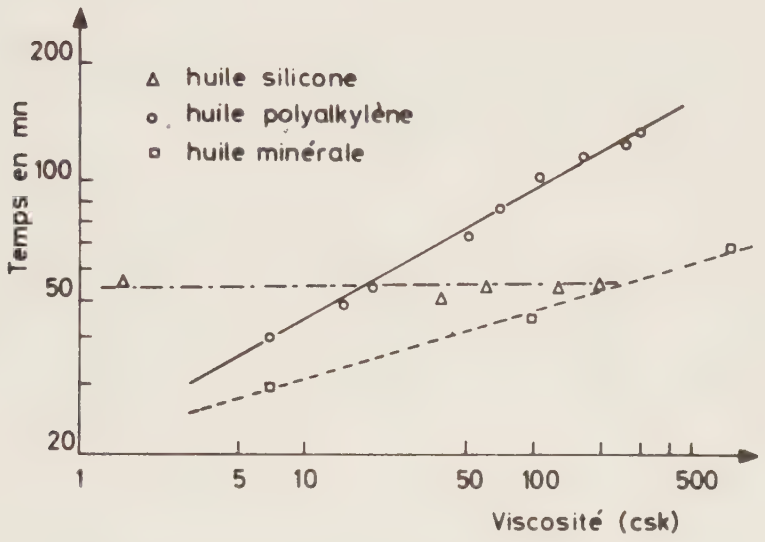


Fig. 20 : Effet de la viscosité sur la durée de vie

III.3 Effet des matériaux

La plupart des travaux expérimentaux ont été conduits avec des aciers à roulement (100 C6) ou à engrenage (cémenté trempé type 16 NCD 13 par exemple) |95,101-103|. L'éventail des matériaux testés est donc restreint: les nuances d'aciers ont relativement peu changées au cours de ces dernières années, même si les techniques d'élaboration ont été grandement améliorées.

A partir d'essais effectués sur des matériaux plus ductiles (fer doux par exemple), on remarque encore les deux types d'avaries en profondeur et en surface, toutefois les premières se manifestent différemment. A la place des fissures profondes qui sont à l'origine de l'écaillage, on observe des déplacements importants de la couche superficielle par rapport à la masse du métal |104-107|. La couche superficielle avance plus vite que le métal ainsi que le montre la figure 21.

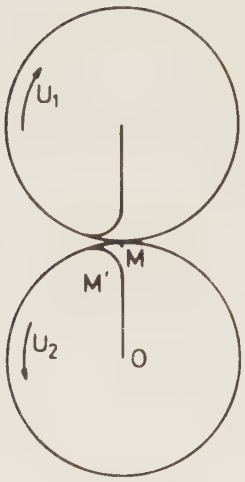


Figure 21: Déplacement des couches superficielles lors du roulement sans glissement

Les figures 22 et 23 montrent l'effet de la charge, de la vitesse et du temps sur ce déplacement mesuré au cours d'essais effectués en roulement pur. Dans ces conditions les forces tangentielles sont négligeables, le coefficient de frottement est quasi-nul, le déplacement des couches superficielles est donc provoqué par l'action des seules forces normales.

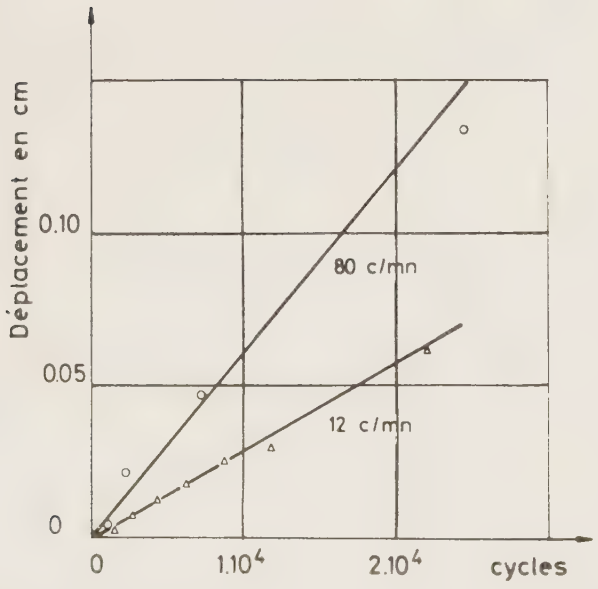


Figure 22 : Déplacement des couches superficielles en roulement pur en fonction du nombre de cycles

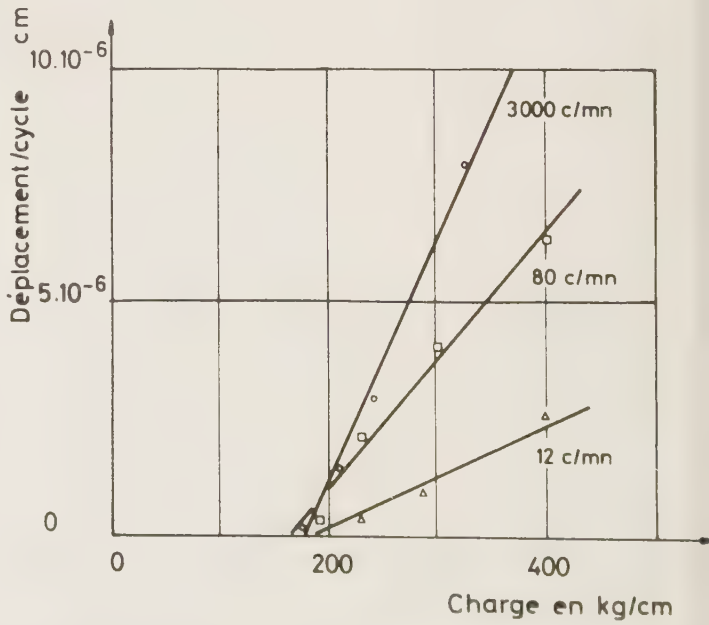


Figure 23 : Déplacement /cycle des couches superficielles en fonction de la charge linéaire en roulement pur

Nous noterons encore les résultats suivants :

- dans le cas des aciers durcis superficiellement, l'épaisseur de la couche traitée doit être supérieure à environ 2 fois la profondeur critique h_c de la théorie de Hertz, pour éviter l'enfoncement sous l'action de la pression de contact de cette couche superficielle (phénomène de case-Crushing) |108|.

- une fusion sous vide des aciers augmente toujours la durée de vie |51|.

- il existe une dureté optimale de la couche superficielle au delà de laquelle, pour un matériau donné, la durée de vie diminue |103|.

III.4 Effets de la charge et de la vitesse

Pour une condition géométrique et cinématique donnée, l'effet de la charge sur la fatigue des surfaces est bien compris |51,109|. En dessous d'une charge critique l'écaillage disparaît, mais les piqûres peuvent se produire quand les contacts sont lubrifiés (figure 24). Dans ce cas leur nombre augmente de manière logarithmique dans le temps (figure 25) |112 -113|.

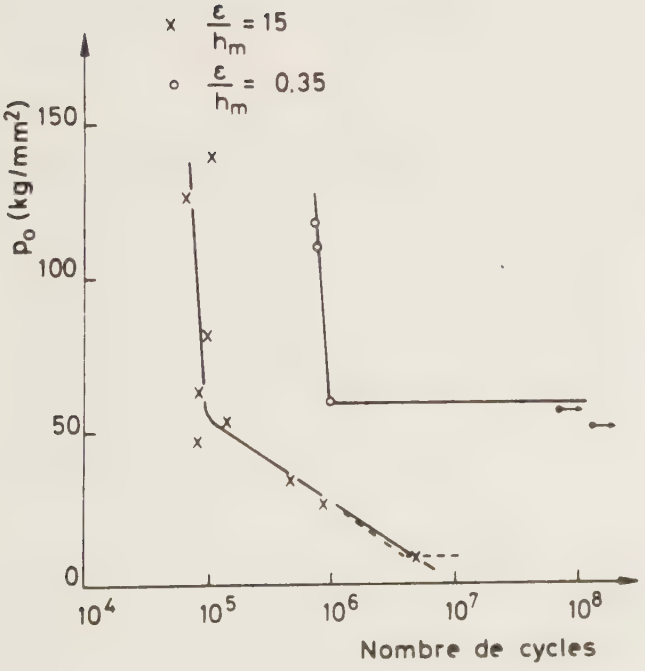


Figure 24: Effet de la contrainte maximale de Hertz sur l'apparition du pitting

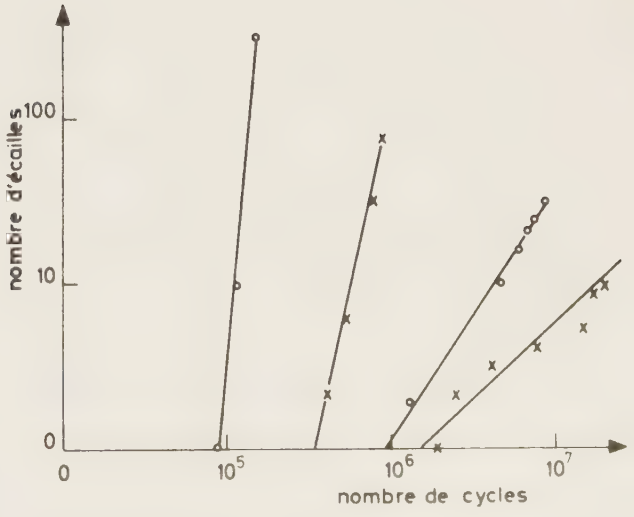


Fig. 25: Variation du nombre d'écailles en fonction du nombre de cycles.

L'effet de la vitesse est plus difficile à cerner. Il semble toutefois que dans les contacts lubrifiés, pour une vitesse de glissement $(U_1 - U_2)$ donnée,

- la durée de vie augmente avec la vitesse d'entrainement $(U_1 + U_2)$ |112|,
- les avaries apparaissent de préférence sur la surface la plus lente (figure 26).

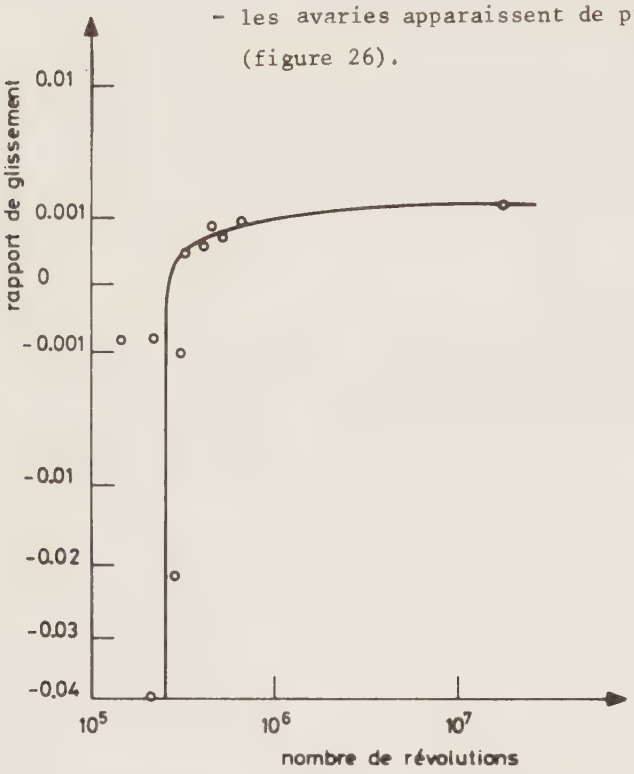


Fig. 26 : Effet de la vitesse de glissement sur l'écaillage pour l'acier doux.

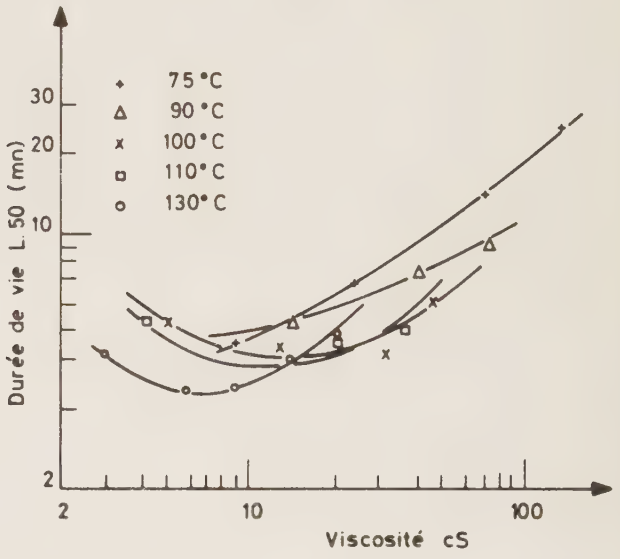


Fig. 27 : Variation de la durée de vie en fonction de la viscosité

- au delà d'un certain rapport de glissement ($\frac{|U_1 - U_2|}{U_1 + U_2} > 5\ \%$), le nombre de piqûres diminue considérablement |113|,

- la dissymétrie sur l'effet de la vitesse de glissement notée sur la figure 26 diminue avec une augmentation de la dureté des matériaux |114|,

- la vitesse semble contrôler l'apparition ou la disparition des piqûres superficielles et ne jouer qu'indirectement sur l'apparition ou la disparition de l'écaillage.

III.5 Effet de la viscosité

Les avaries superficielles diminuent en général avec une augmentation de la viscosité; quelques exceptions existent toutefois (figure 27), et l'on note même dans des cas exceptionnels une augmentation des avaries avec une augmentation de la viscosité |115|.

III.6 Effet de la rugosité

Il est maintenant bien connu qu'une augmentation de la rugosité des surfaces entraine une diminution de la durée de vie (figure 28) |116,117,118|. Dans ces expériences la rugosité prise en compte est en général celle avant expérience, elle est repérée par une valeur conventionnelle : la hauteur moyenne des rugosités RA, la hauteur quadratique moyenne RMS ou la hauteur crête à crête RT.

III.7 Effet combiné de la rugosité et de l'épaisseur du film

On sait, d'après la théorie élastohydrodynamique que nous discuterons plus loin, que l'épaisseur minimale du film d'huile est une fonction de la viscosité, de la vitesse d'entrainement, de la charge. Dans de nombreuses études les effets individuels de chacun de ces trois paramètres sont regroupés en introduisant un seul paramètre, l'épaisseur minimale du film d'huile hm . On constate que, dans certaines conditions, les effets mentionnés en III 4,5,6 peuvent être décrits en fonction d'un seul rapport ε/hm où ε désigne la rugosité totale ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2$) des deux surfaces en contact. |26,116,117,120-122|. L'importance de ce rapport apparait clairement sur la figure 28 que nous donnons ici à titre d'exemple. Ce dernier résultat qui revêt une importance pratique considérable n'est pas clairement expliqué. Nous tenterons dans la suite de ce travail de dégager théoriquement l'effet de ce paramètre.

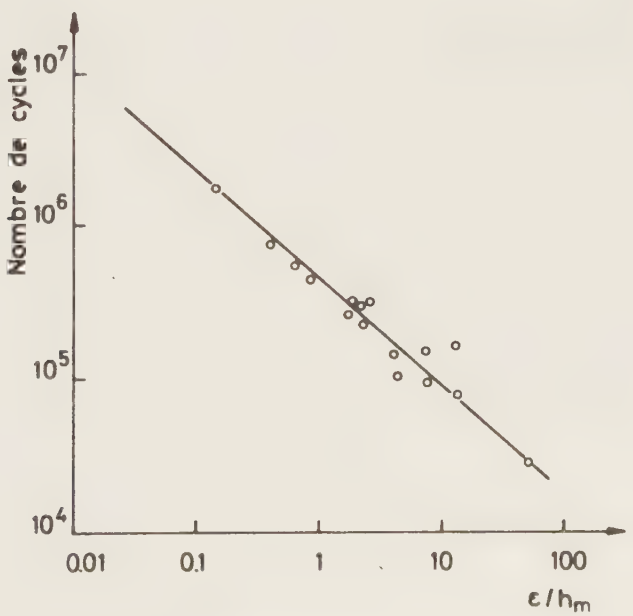


Figure 28: Effet du rapport ε/h_m sur le pitting

III.8 Effet de l'usure abrasive, du mode d'usinage

L'effet de l'usure ou du renouvellement de la surface est clairement illustré par l'expérience suivante : considérons le cas d'une came d'automobile sur laquelle on observe la formation de fissures superficielles au bout de 2 n cycles. Si cette came est rectifiée après n cycles et successivement tous les 2 n cycles, on élimine ainsi pratiquement les dégradations surperficielles. Dans le même sens, on remarque que les surfaces qui subissent une usure abrasive légère sont beaucoup moins sujettes à la destruction par fatigue que les autres |16,110,123|.

Le mode d'usinage a également une grande importance, c'est ainsi que, pour les engrenages, on a noté qu'à rugosité égale et pour les mêmes matériaux, la durée de vie des surfaces rasées est en général supérieure à celle des surfaces rectifiées |31,110,111|.

III.9 Autres mécanismes de destruction des surfaces

a) Destruction des surfaces par martèlement

Différents auteurs ont remarqué qu'il est possible par martèlement hydraulique de créer des avaries du même type que celles que l'on rencontre dans les engrenages et les roulements à billes. La technique consiste à faire vibrer axialement dans un liquide une tige cylindrique dont l'extrémité est située à faible distance de la surface du matériau à étudier. Nous retiendrons tout particulièrement le fait que, vis à vis de leur résistance à la fatigue, le classement de matériaux obtenu sur ce dispositif est identique à celui obtenu sur des roulements à billes fabriqués dans ces mêmes matériaux |124,130|.

b) Destruction des surfaces sous l'effet de force de frottement élevée

Dans certaines expériences menées avec des charges normales importantes et des vitesses linéaires faibles, il apparait des avaries qui ressemblent à des avaries de fatigue par écaillage car une part importante de la surface a été enlevée. Ce qui permet de différencier ces avaries des autres, c'est d'une part le temps d'expérience très faible, d'autre part la valeur très élevée du coefficient de frottement qui est alors de l'ordre de 0,3. Dans les roulements, les engrenages qui fonctionnent dans des conditions normales ce coefficient de frottement est très faible (figure 5) |131-133|.

c) Destruction des surfaces par des décharges électriques

Lorsqu'il existe une différence de potentiel entre les deux surfaces en contact, on constate, au bout d'un certain temps de fonctionnement, l'apparition de piqûres puis de cratères. Ce phénomène de décharges électriques à travers le film d'huile, bien connu en physique, peut réduire jusqu'à 3 fois la durée de vie du mécanisme |134,136|.

Nous verrons dans les chapitres suivants que les mécanismes décrits en b et c doivent être considérés comme des causes supplémentaires d'avaries ; ils n'interviennent pas directement comme phénomène fondamental de la fatigue dans des mécanismes habituellement rencontrés en technique.

IV - LES PHENOMENES MIS EN JEU DANS LA FATIGUE DES SURFACES

Dans la détérioration par fatigue des mécanismes, nous avons mis en évidence l'importance des phénomènes :

- mécaniques (viscosité, vitesse, charge, rugosité, épaisseur du film, résistance des matériaux).
- chimiques (nature des huiles, des additifs et dopes)
- métallurgiques (traitements thermiques des aciers, inclusions, etc...)

Nous notons dans cet exposé que les phénomènes thermiques qui interviennent dans les phénomènes de grippage |137 à 141| n'apparaissent pas dans les problèmes de fatigue des surfaces, car ainsi que nous l'avons déjà mentionné, ceux-ci apparaissent principalement dans des conditions voisines du roulement pur.

Dans ce qui suit, nous nous étendrons plus longuement sur les phénomènes mécaniques car, comme nous le verrons, ces phénomènes sont à l'origine de l'apparition des fissures ; les phénomènes métallurgiques et chimiques sont les conséquences directes des phénomènes mécaniques.

IV.1 Les phénomènes mécaniques

Nous avons vu les effets individuels de la viscosité, de la vitesse, de la charge sur les phénomènes de fatigue des surfaces et les tentatives qui sont faites pour regrouper ces paramètres en introduisant l'épaisseur minimale du film d'huile. Cette démarche revient à revoir à la lumière des théories hydrodynamiques les résultats présentés précédemment et en particulier à analyser ces résultats, en fonction des champs de pression à la surface, et donc les champs de contraintes dans les matériaux. Dans ce qui suit, nous exposerons les différentes théories relatives aux contacts hertziens, puis les différentes hypothèses avancées dans la littérature pour rendre compte de la fatigue des surfaces.

IV.2 Les phénomènes métallurgiques et chimiques

Les phénomènes chimiques interviennent en surface, en formant des films de natures différentes qui protègent ces surfaces |16,142| et en profondeur, en agissant sur les faces des fissures nouvellement créées. Très schématiquement il apparait que, s'ils sont bien contrôlés, les phénomènes de surface peuvent être bénéfiques, tandis que les phénomènes de volume sont toujours nuisibles.

Dans la suite de ce travail, nous étudierons en détail les phénomènes mécaniques, sans entrer dans les aspects métallurgiques et physico-chimiques de la formation.

V - LES THEORIES EXISTANTES

De nombreuses tentatives ont été faites dans les dernières années pour tenter d'analyser les phénomènes à la lumière des théories existantes. Nous nous proposons dans ce qui suit :

- de présenter les études théoriques permettant de calculer les champs de pression en surface (théorie élastohydrodynamique, théorie de Hertz)

- d'analyser les champs de contraintes et les déformations qui résultent de ces champs de contraintes.

- de donner les limites de validité de ces différentes théories.

V.1 La théorie de Hertz

Dans le contact non lubrifié entre deux cylindres élastiques, d'axes parallèles, de rayon R_1 et R_2, de modules d'élasticité E_1, E_2, de coefficients de Poisson ν_1, ν_2 et de longueur B, chargés par une force w perpendiculaire à leur plan tangent, la largeur 2 b de la zone de contact est donnée quand l'effort tangentiel entre ces deux cylindres est nul par |143-156| (figure 29) :

$$b = \frac{4}{\pi} \frac{\omega}{B} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

La répartition de pression sur l'aire de contact est donnée par :

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

où p_0 , la pression au centre du contact, est égale à $p_0 = \frac{2\omega}{\pi b B}$

En introduisant :

- le module d'élasticité équivalent $\frac{1}{E} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)$

- le rayon de courbure équivalent $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Ces expressions s'écrivent :

$$\text{(I.1)} \qquad \begin{cases} b = \left(\frac{8}{\pi} \frac{\omega R}{B E}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\omega}{B} = \frac{2\pi R}{E} p_0^2 \end{cases}$$

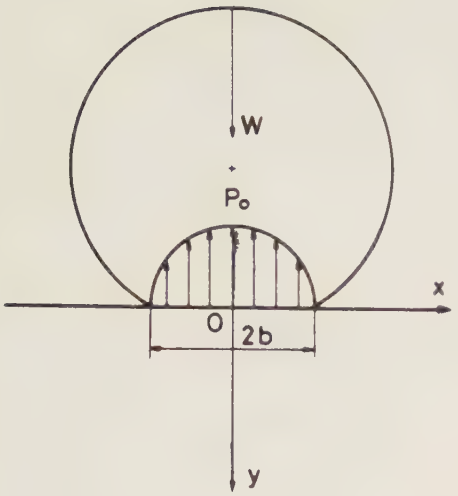


Fig. 29 : Contact hertzien non lubrifié

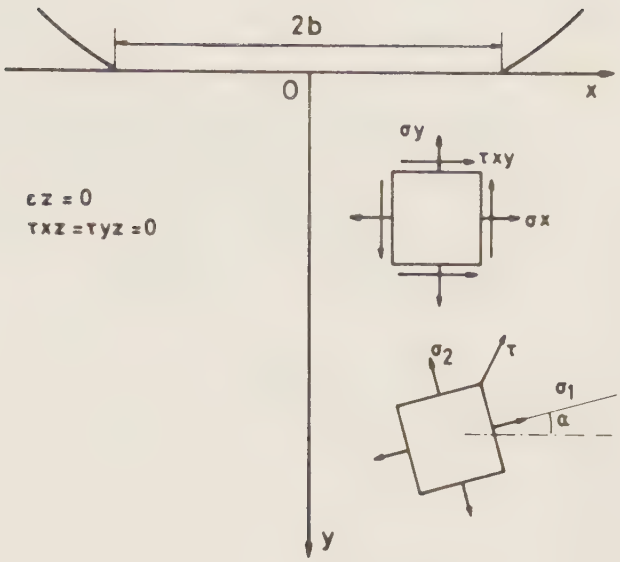


Fig. 30 : Conventions de signes

Pour la détermination du champ de contraintes résultant de cette répartition de pression, on suppose la déformation plane, soit :

$$\varepsilon_z = o \quad \tau_{xz} = o \quad \tau_{yz} = o$$

Les contraintes σ_x, σ_y, τ_{xy}, les contraintes principales σ_1, σ_2, le cisaillement principal τ et l'angle α que fait l'ellipsoïde des contraintes principales avec le repère x0y, sont définis sur la figure 30.

Sur la figure 31 sont portées les variations de σ_1, σ_2 et τ, en fonction de y pour x = o. Les variations de σ_x, σ_y, τ_{xy}, τ et τ_{xy} en fonction de x pour y = 0,5 b, sont portées sur la figure 32.

Sur les figures 33a et b sont portées respectivement les courbes d'égale contrainte de cisaillement principal τ, les courbes d'égale contrainte de cisaillement alterné τ_{xy}.

Les résultats importants de cette théorie sont :

- τ est maximal pour x = o, y = h_c = 0,78 b et a pour valeur τ_{max} = 0,300 p_o
- τ est extremal pour x = 0,87 b, y = h_d = 0,5 b et a pour valeur τ_{xy} = 0,250 p_o
  et pour x = −0,87 b, y = h_d = 0,5 b et a pour valeur τ_{xy} = −0,250 p_o
- sur l'axe Oy le champ de contrainte est pratiquement équivalent à une compression hydrostatique.

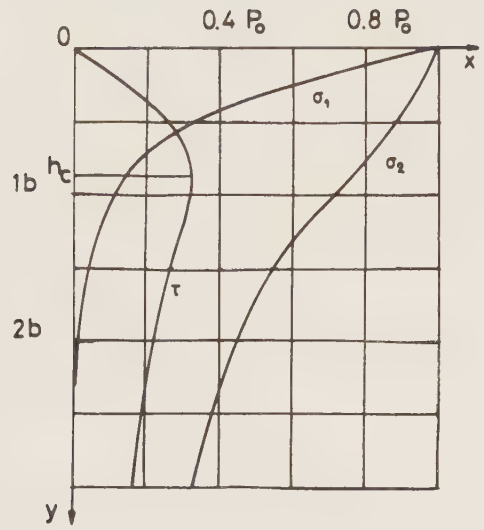


Figure 31 : Variation des contraintes σ_1, σ_2 et τ en fonction de la profondeur

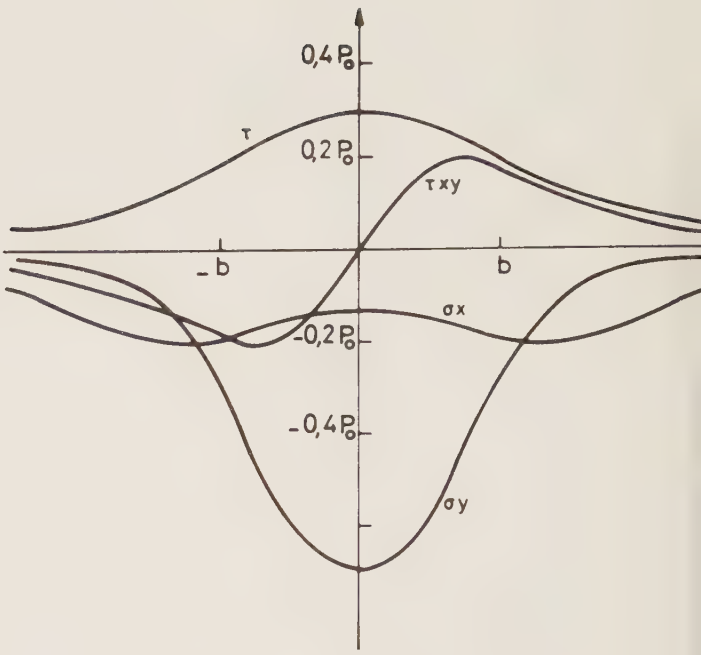


Fig . 32 : Variations de $\sigma x, \sigma y, \tau xy$, et τ en fonction de x à la profondeur y = 0,5 b

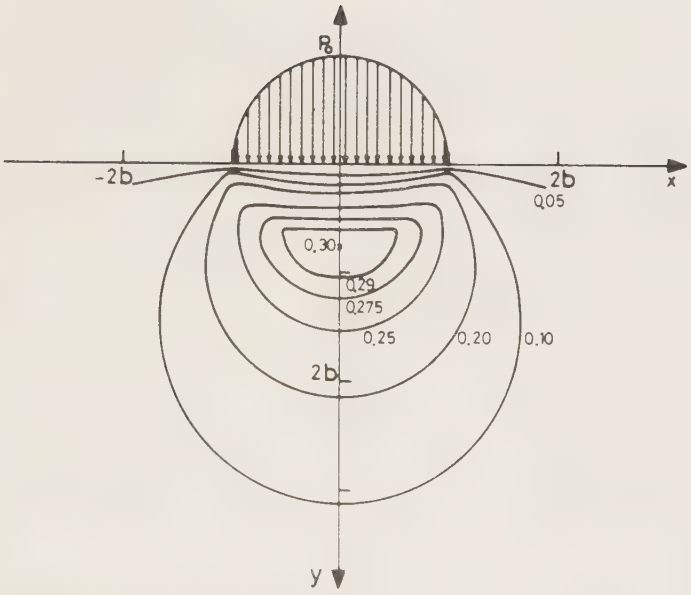


Fig. 33 a : Courbes équicontraintes de τ_{max} / P_0

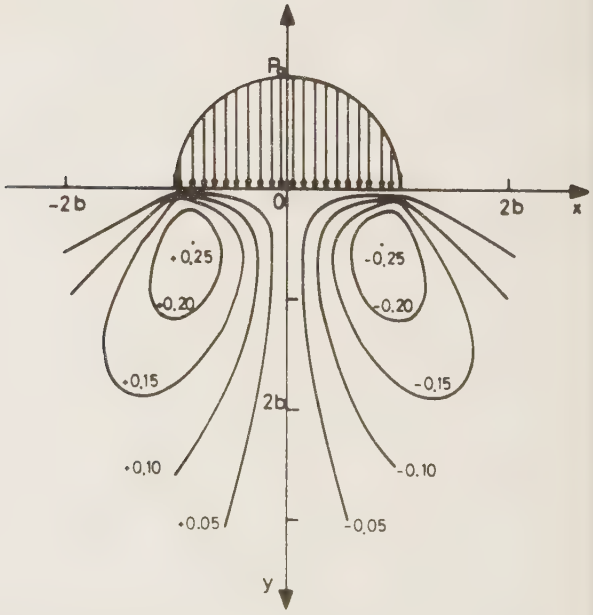


Fig. 33 b : Courbes équicontraintes de τ_{xy} / P_0

V.2 La théorie élasto-hydrodynamique

Dans un problème hydrodynamique classique,on calcule une répartition de pression, donc une charge pour :

- des conditions cinématiques données,
- des surfaces caractérisées par leurs rayons de courbures au contact,
- un fluide de viscosité connue,
- une épaisseur minimale h_m du film d'huile.

Le problème hydrodynamique se ramène donc à la résolution d'une équation de la mécanique des fluides à deux variables, la pression p, l'épaisseur h, compte tenu de l'équation qui donne la variation de cette épaisseur en fonction des coordonnées d'espace.

Dans le cas bidimensionnel pour un fluide incompressible, pour des surfaces lisses et sans défauts de forme, cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3}{\mu}\ \frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6\ (U_1 + U_2)\ \frac{\partial h}{\partial x}$$

où U_1 et U_2 sont les vitesses de roulement de deux points M_1 et M_2 situés respectivement sur chacune des surfaces de contact.

La solution de ce problème a été donnée pour :

a) - des surfaces rigides, l'épaisseur du film est alors donnée par $h = h_o + x^2/2R$, où h_o est l'épaisseur au centre du contact. On ne considère ici, dans le développement limité de l'équation de l'épaisseur du film, que le terme du premier ordre.

- un fluide de viscosité constante $\mu = \mu_o$. C'est la solution de Martin |157| qui conduit à l'expression suivante pour la charge :

$$\omega = 2{,}448\ \frac{\mu\ (U_1 + U_2)\ R\ B}{h_o} \qquad \text{(I.2)}$$

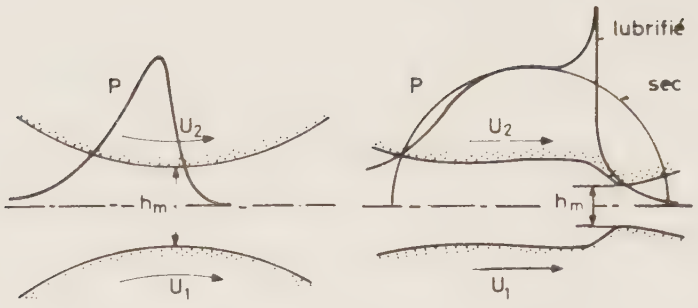
b) - des surfaces rigides $h = h_o + \frac{x^2}{2R}$

- un fluide piezovisqueux $\mu = \mu_o \exp(\alpha p)$ où μ_o est la viscosité à la pression atmosphérique et α le coefficient de piezoviscosité. C'est la solution de Gatcombe |158|. Avec ces hypothèses la charge n'augmente que par un facteur de 2,3 par rapport à la solution de Martin avant que les pressions calculées deviennent infinies.

c) - des surfaces déformables, $h = h_o + \frac{x^2}{2R} + v\ (x)$, où v (x) est le terme de déformation des surfaces sous l'action de la pression p (x)

- un fluide piezovisqueux $\mu = \mu_o \exp(\alpha p)$. C'est la théorie de Dowson et Higginson |159-162|; la charge calculée par cette théorie est donnée par l'expression :

$$\frac{h_m}{R} = 0{,}97\ (\alpha E)^{0,6}\left[\frac{\mu_o\ (U_1 + U_2)}{ER}\right]^{0,7}\left[\frac{ERL}{\omega}\right]^{0,13} \qquad \text{(I.3)}$$



a) contact hydrodynamique surfaces rigides. viscosite constante

$$\frac{h_m}{R} = \frac{4,9\ U}{W}$$

b) contact élastohydrodynamique surfaces deformables. viscosite variable $\mu = \mu(p)$

$$\frac{h_m}{R} = \frac{0,97(\alpha E')^{0,6}\ U^{0,7}}{W^{0,13}}$$

Fig.34 : Distributions de pressions. Déformations caractéristiques d'un contact a) rigide, b) déformable.

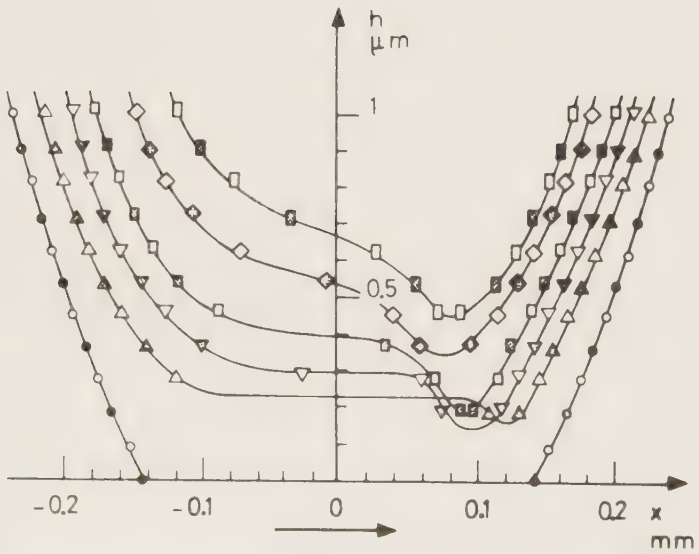


Fig.35: Contact élastohydrodynamique (bille - plan). Epaisseur du film en fonction de la vitesse d'entrainement.

o : u = 0 cm/s Δ : u = 3 cm/s ∇ : u = 7,5 cm/s
□ : u = 11 cm/s ◇ : u = 16 cm/s ▯ : u = 23 cm/s

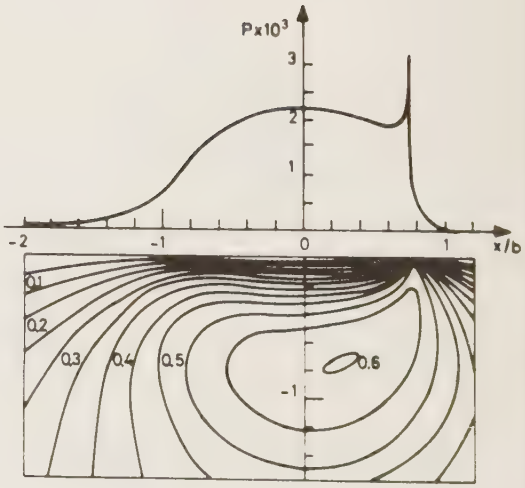


Fig. 36: Contact élastohydrodynamique. Répartition de pression. Champ de contrainte τ_{max}/E'.

Soit encore en introduisant les paramètres sans dimensions suivants :

$$\left\{\begin{array}{l} \overline{G} = \alpha E \quad \text{paramètre de matériau} \\ \overline{U} = \dfrac{\mu_o\,(U_1 + U_2)}{ER} \quad \text{paramètre de vitesse} \\ \overline{\omega} = \dfrac{\omega}{ERL} \quad \text{paramètre de charge} \end{array}\right.$$

on aura :

$$\frac{h_m}{R} = 0{,}97\ \frac{\overline{G}^{\,0,6}\ \overline{U}^{\,0,7}}{\overline{W}^{\,0,13}} \qquad \text{(I.4)}$$

Les résultats expérimentaux concordent généralement avec les résultats théoriques donnés par cette expression, lorsque les charges appliquées au contact sont élevées, ou lorsque les vitesses sont faibles.

La déformation élastique des surfaces modifie largement la forme de la couche de pression donnée par la théorie de Martin et fait apparaître à la fois un pic de pression et un étranglement à la sortie du contact (figure 34). La modification de la forme des surfaces a été observée par des mesures interférométriques par différents auteurs dont Cameron et Gohar |163-164| Dalmaz |165-167|; la figure 35 donne l'allure d'un film d'huile qui sépare une bille d'acier qui frotte contre un plan fixe. L'existence du pic de pression a été vérifiée expérimentalement par différents auteurs |168-169|; toutefois sa hauteur est beaucoup plus faible que ne le prévoie la théorie |170|.

On sait calculer le champ de contraintes engendré à l'intérieur d'un massif semi infini par une distribution de pression en surface. La figure 36 présente une carte d'égales contraintes de cisaillement principal |171| calculées pour la pression élastohydrodynamique donnée. Cette figure est à comparer avec la figure 33 qui donne la carte équivalente dans le cas d'une distribution donnée par la théorie classique de Hertz.

V.3 La théorie de Poritsky

Différents auteurs |131,132,172,173| ont étudié l'effet d'un cisaillement en surface sur le champ de contraintes dans les matériaux. Le cisaillement est posé à priori égal à f. p(x) où f est un coefficient constant compris entre 0 et 1, et p(x) la répartition de pression donnée par la théorie de Hertz. Ces études montrent (figures 37 et 38) que :

- toutes les contraintes de cisaillement sont augmentées,
- les points de cisaillement maximaux ont tendance à se déplacer vers la surface,
- des tensions égales à 2 f po peuvent apparaître à la sortie du contact.

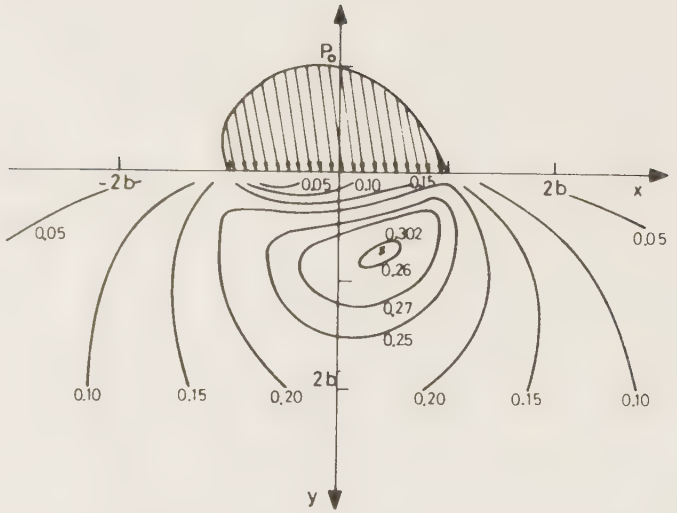


Fig. 37a : Variation des contraintes τ_{max}/P_o dans le plan $y = 0$, pour $f = 0,1$

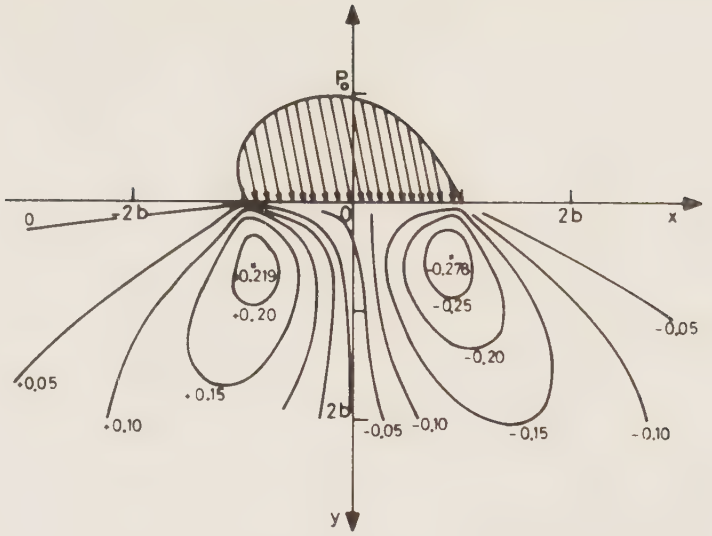
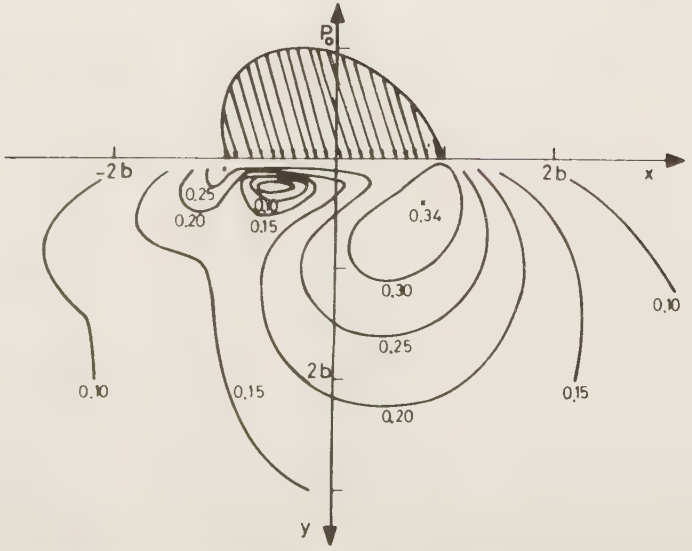


Fig. 37 b : Courbes équicontraintes τ_{xy}/P_o dans le plan $z = 0$ pour $f = 0,1$



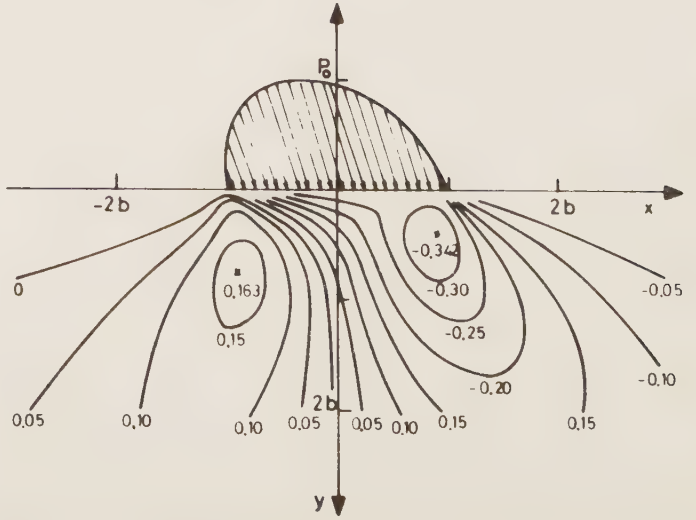


Fig. 38 b : Courbes équicontraintes de τ_{xy}/P_o pour $f=0,3$

V.4 La théorie de K.L. Johnson

Lorsque la charge appliquée au contact est importante, le métal peut subir des déformations plastiques. K.L Johnson a, en considérant un modèle élastoplastique d'écoulement des matériaux, montré que si la contrainte de cisaillement alterné maximal (τ_{xy}) max est comprise entre 1 fois et 4 fois la limite d'écoulement k du matériau, les déformations plastiques s'annulent après quelques cycles de fonctionnement, par contre si (τ_{xy}) max > 4 k les déformations plastiques continuent indéfiniment jusqu'à la rupture |105,106,174|. Cette étude a également mis en évidence les déplacements des couches superficielles pour différentes valeurs du coefficient de frottement (figure 39).

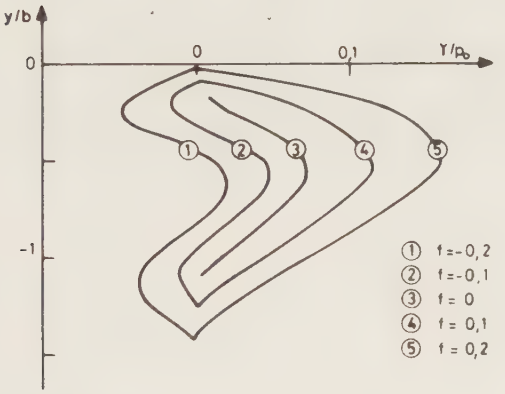


Fig 39 : Déplacement par cycle des couches superficielles

VI - MODELES THEORIQUES DEJA PROPOSES POUR RENDRE COMPTE DE LA FATIGUE DES SURFACES

De nombreux auteurs ont tenté d'interprèter les phénomènes de fatigue à la lumière des théories que nous venons d'exposer. Nous distinguerons dans ce qui suit entre les hypothèses émises pour rendre compte des avaries profondes d'une part, des avaries superficielles d'autre part.

VI.1 Hypothèses du cisaillement profond

Si on compare les courbes des figures 33 et 36, obtenues toutes deux en négligeant les efforts de cisaillement en surface, on remarque :

- la ressemblance entre les deux réseaux de courbes
- l'existence d'un point de cisaillement principal maximal qui se situe, dans les deux cas, en sous-couche, à sensiblement la même profondeur, et qui a sensiblement la même

valeur. Cette comparaison peut être critiquée car la relation (I.3) montre que la même charge peut, en élastohydrodynamique, être donnée par plusieurs combinaisons des paramètres : $U_1 + U_2$, μ, h_o, tandis qu'il n'existe qu'une seule distribution de pression hertzienne. La définition du champ de contraintes dans un contact élastohydrodynamique nécessite donc à priori la connaissance de 3 paramètres, par exemple $\overline{U}$, $\overline{G}$, $\overline{W}$ définis précédemment. Toutefois plusieurs études |171,175| ont montré que :

- pour des huiles courantes, pour des contacts entre deux pièces en acier, le paramètre de matériaux $\overline{G}$ est sensiblement égal à 5000.
- le champ de contraintes dans les matériaux peut être défini en introduisant un seul paramètre $\overline{U}/\overline{W}^2$, rapport de paramètre de vitesse au carré du paramètre de charge.

Les courbes de la figure 40 montrent, dans ces conditions, les variations, en fonction de $\overline{U}/\overline{W}^2$, d'une part de la profondeur où apparait la contrainte de cisaillement principal maximal, d'autre part de la valeur de cette contrainte.

Sur ces courbes on peut distinguer trois domaines :

- la région I où le champ de contraintes obtenu dans le contact élastohydrodynamique est identique à celui dans un contact "sec".
- la région II où on constate une remontée vers la surface du point où apparait τ_{max}.
- la région III où le régime est purement hydrodynamique.

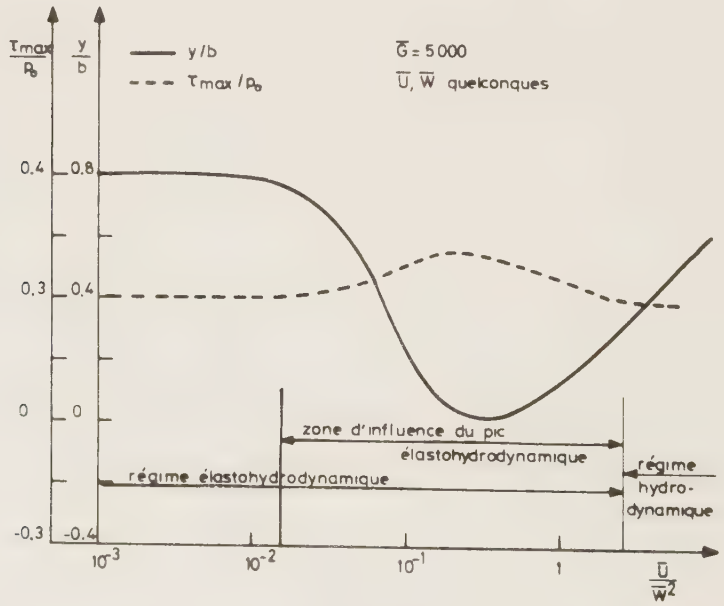


Fig. 40 : Contact élastohydrodynamique. Variation de la position et de la valeur du cisaillement maximal en fonction de $\overline{U}/\overline{W}^2$

Si les résultats théoriques, trouvés pour les régions I et III sont parfaitement vérifiés expérimentalement, par contre ceux obtenus pour la région II ne le sont pas. Cette non concordance apparait par exemple sur la figure 41 obtenue par la méthode photoélastique ; elle s'explique parfaitement si l'on remarque que, dans cette région, l'allure du champ de contrainte est grandement déterminée par le pic de pression élastohydrodynamique et si l'on se rappelle que dans la pratique ce pic de pression est beaucoup plus faible que ne le prévoit la théorie élastohydrodynamique.

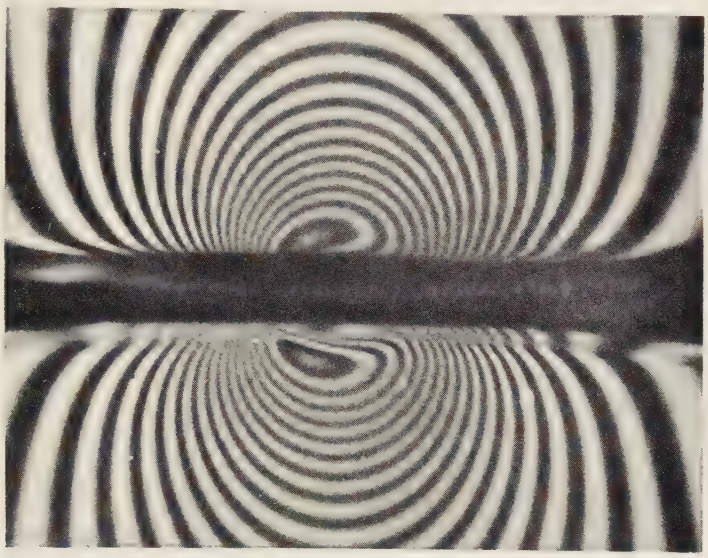


Fig. 41 : Photoélasticimétrie .
Courbes isostatiques.

VI.2 Hypothèses déjà proposées pour rendre compte des dégradations superficielles

Ainsi que nous le verrons dans la suite de ce travail, les fissures profondes qui conduisent à l'écaillage peuvent s'interprèter directement à partir des théories exposées ci-dessus. Par contre, aucune des théories présentées ne permet d'expliquer l'apparition des piqûres superficielles ainsi que nous allons le voir dans ce qui suit. Les différentes hypothèses avancées sont :

hypothèse de Way [68] : Pour cet auteur, à la suite des opérations de traitements thermiques et d'usinage, les surfaces présenteraient des microfissures; sous l'effet du champ de pression élastohydrodynamique, le lubrifiant pénétrerait à l'intérieur de ces fissures d'autant plus facilement que sa viscosité est faible, en empêcherait la fermeture et en permettrait, par un phénomène de concentration de contrainte [176], le développement. Parmi les différents effets mentionnés au paragraphe III, cette hypothèse permet de prendre

en compte ceux mentionnés en III.1-2 et 5. Cette hypothèse, confirmée expérimentalement par Michau |177|, est donc intéressante pour comprendre le développement des fissures, la plupart des auteurs s'accordent toutefois pour penser qu'elle ne permet pas de décrire tous les phénomènes observés.

hypothèse de Cameron |178|: Cet auteur a suggéré que le pic de pression élastohydrodynamique, en provoquant des contraintes de cisaillement élevées près de la surface pourrait être la cause des dégradations superficielles. Or, il apparait à la suite de travaux expérimentaux sur le champ de pression et sur le comportement rhéologique des lubrifiants, ainsi que nous le mentionnons en VI.1, que cet effet est en réalité très faible sinon nul; il ne permet donc pas de rendre compte des phénomènes observés.

hypothèse de Dawson |116|: Dans les expériences mentionnées en III.7, cet auteur a constaté que non seulement l'avarie, mais également que le pourcentage de contact métallique, augmentent avec le rapport de rugosité ε/h_m ; aussi selon lui les pressions transmises par le contact direct des aspérités seraient responsables des avaries superficielles.

hypothèse de Smith et Liu |173|: Nous avons vu en V.3 que l'introduction d'une contrainte de cisaillement en surface peut perturber le champ de contrainte. Différents auteurs ont émis l'hypothèse que la contrainte de cisaillement au niveau d'une aspérité, ou au niveau du contact global, pourrait être à l'origine des fissures superficielles. Il est toutefois important de remarquer qu'au voisinage du roulement pur le coefficient de frottement est très faible (f = 0,01); le champ de contraintes est alors peu modifié par rapport à celui donné par la théorie de Hertz; or c'est dans ces conditions (figures 33 et 37) que les avaries se rencontrent. Cette hypothèse ne permet donc pas de rendre compte du phénomène général.

hypothèse de Scott |129| : A la suite des expériences mentionnées au paragraphe III.9., Scott constate l'apparition de débris de forme sphérique aussi bien dans les expériences sur oscillateurs que sur mécanismes réels; il suggère sans pouvoir le justifier théoriquement que la cavitation qui peut exister dans le film d'huile, pourrait être à l'origine des piqûres superficielles. Nous présenterons dans les chapitres suivants, la justification théorique de l'existence de ce phénomène.

hypothèse de l'action chimique des lubrifiants: On sait que certains dopes ou additifs des lubrifiants peuvent réagir chimiquement avec la surface; cette réaction se développera préférentiellement aux joints de grains. On aboutit ainsi à la formation de véritables fissures superficielles. On sait également que la présence d'hydrogène atomique dans le lubrifiant provoque une fragilisation de la surface |179|. Ces phénomènes peuvent revêtir une grande importance dans certaines applications. Ils doivent être considérés comme les paramètres principaux agissant sur la vitesse de développement des fissures, et sur le mécanisme de la rupture. Cette hypothèse ne permet pas toutefois d'établir les liens avec les paramètres mécaniques définis au paragraphe III.

Il apparait de ce qui précède qu'aucune des hypothèses émises ne permet de rendre compte de la formation des piqûres superficielles. En particulier :

- l'effet du rapport de rugosité ε/h_m
- l'effet des vitesses de roulement et de glissement, ne peuvent être prévus par aucune de ces hypothèses.

VII - CONCLUSIONS

Les données bibliographiques sur les avaries dans les contacts lubrifiés montrent d'une part que les mécanismes mis en jeu sont complexes, d'autre part que le nombre de paramètres, nécessaire pour décrire les observations expérimentales, est élevé. La fatigue des surfaces a longtemps été considérée comme un domaine purement empirique ; toutefois de nombreuses tentatives sont faites actuellement pour comprendre les phénomènes mis en jeu, pour décrire empiriquement la durée de vie d'un mécanisme.

De nombreuses controverses existaient ces dernières années sur le point suivant : les fissures de fatique dans les contacts hertziens sont-elles engendrées en surface ou en profondeur? Les données bibliographiques laissent présager l'existence de ces deux types de fissures. Dans la suite de notre travail, nous avons émis l'hypothèse de l'indépendance des causes amenant à ces deux types d'avaries. Nous montrerons que si l'arsenal théorique existant permet à priori de prendre en compte le phénomène d'écaillage, aucune des théories existantes ne permet de prévoir ni de comprendre les mécanismes essentiels conduisant à la création de piqûres superficielles.

Il apparaît donc nécessaire sur le plan théorique de caractériser :

- l'effet des rugosités
- l'effet des vitesses

sur :

- le champ de pression au contact
- le champ de contraintes dans les matériaux

Cette démarche, détermination du champ de pression puis du champ de contrainte dans les matériaux, nous permettra :

- de définir les zones les plus fortement sollicitées (en surface, ou en sous couches)
- de prévoir ainsi le mode de détérioration des surfaces.

Sur le plan expérimental, on constate que les résultats disponibles dans la littérature sur l'influence du rapport de rugosité sont très incomplets, car si l'influence de la hauteur ε des rugosités a été clairement mise en évidence, l'influence d'une variation de l'épaisseur minimale du film sous l'effet combiné d'une variation de la viscosité, de la vitesse d'entrainement, de la charge, n'a jamais été clairement démontrée. En conséquence, on ne peut donc savoir d'après les résultats existants, les limites dans lesquelles une variation du rapport de rugosité entraine une modification de la durée de vie.

Il importe donc, par une étude expérimentale, de caractériser ces différents points.

CHAPITRE II

EQUATION DE REYNOLDS GENERALISEE

I - INTRODUCTION

I.1 Nécessité d'études sur les rugosités des surfaces

A la suite de travaux expérimentaux importants, Dawson |117| et Tallian |48| ont abouti à la conclusion que la durée de vie des mécanismes dépend du rapport de rugosité ε/h_m. Il importe, comme nous l'avons vu précédemment, de connaître l'effet de ce paramètre sur le champ de pression dans un contact lubrifié, puis l'effet de ce champ de pression sur le champ de contraintes dans les matériaux.

Le problème du contact entre deux surfaces rugueuses a été abordé dans la littérature de deux manières différentes |180-182| :

- pour des contacts "secs", différents auteurs ont étudié les modifications apportées à la théorie de Hertz par des rugosités de surface. Ces études débouchent sur la "rigidité", sur l'aire réelle de contact, mais elles ne permettent pas encore de calculer le champ de pression à un instant donné |183-185|.

- pour des contacts lubrifiés, séparés par un film d'huile complet, de nombreux auteurs ont étudié l'influence des rugosités des surfaces sur les performances des mécanismes (charge portante, force de frottement) |186-196|. Dans quelques études, les résultats débouchent sur le champ de pression |197-199|. Nous montrerons dans ce qui suit que, dans ces travaux, des erreurs ont été commises |200-203|. Elles se situent au niveau de l'équation de Reynolds, c'est à dire au niveau de l'équation aux dérivées partielles qui décrit l'écoulement. Nous donnerons une forme plus générale de l'équation de Reynolds |200,202,204|. Nous montrerons d'une part que les résultats obtenus à partir de cette nouvelle équation sont très différents de ceux obtenus avec la théorie classique, d'autre part que des conclusions erronées ont été tirées des résultats obtenus par la théorie classique. Nous tenterons enfin d'interprèter les phénomènes de fatigue à la lumière de ces nouveaux résultats.

I.2 Position du problème

L'écoulement d'un fluide Newtonien, en régime laminaire, obéit aux équations de Navier-Stokes. Dans le cas particulier d'une direction préférentielle de cet écoulement, c'est à dire quand les dimensions selon x et z de cet écoulement sont très grandes devant la dimension selon y, pris dans le sens de l'épaisseur du film, on montre que les équations de Navier-Stokes se simplifient grandement, et peuvent, après plusieurs hypothèses supplémentaires, conduire à l'équation de Reynolds. Celle-ci permet, pour une géométrie et pour une cinématique données, de calculer la pression dans le film de lubrifiant.

Dans l'établissement de l'équation de Reynolds classique, une des hypothèses consiste à considérer que le système d'axes de références est confondu avec une des surfaces du mécanisme; nous montrerons que cette hypothèse conduit à des résultats erronés dans des mécanismes tels que les cames, les engrenages, les roulements lorsqu'ils présentent des rugosités de surface. En éliminant cette hypothèse, une équation plus générale sera établie. Cette équation devra être employée chaque fois que la vitesse d'une des surfaces n'est pas tangente à cette surface.

II - THEORIE

II.1 Equations de base

En mécanique des films minces visqueux, si on suppose que :

- le régime est laminaire,
- le fluide est Newtonien,
- l'épaisseur du film est petite devant les autres dimensions,
- les forces massiques et les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité,

les équations de Navier-Stokes se réduisent à |178,205-210| :

$$\text{(II.1)} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu \dfrac{\partial w}{\partial y}\right) \end{cases}$$

Ces équations, auxquelles s'ajoutent l'équation II.2 de conservation de la masse, et l'équation II.3 de conservation de l'énergie,permettent formellement d'obtenir, compte tenu des conditions aux limites et après intégration du champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film.

$$\text{(II.2)} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho\, u_i\right) = 0$$

$$\text{(II.3)} \qquad \rho C \frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(k \frac{\partial T}{\partial x_i}\right) + \phi_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Dans cette dernière équation, E représente l'énergie interne du fluide, k sa conductivité thermique, ϕ_{ij} est le tenseur des contraintes.

Toutefois si nous supposons que :

a) la viscosité μ, la masse volumique ρ, sont des fonctions de la température et de la pression uniquement :

$$\mu = \mu\,(T, p) \quad \text{et} \quad \rho = \rho\,(T, p)$$

b) la température du fluide est constante dans l'épaisseur du film :

$$T = T\ (x,z,t)$$

il vient,compte tenu de (II-1) :

(II.4)
$$\begin{cases} \mu = \mu\ (x,z,t) \\ \rho = \rho\ (x,z,t) \end{cases}$$

Dans ces conditions, comme nous le verrons ci-dessous, le comportement du fluide est entièrement décrit par les équations II.1. et II.2.

Si l'hypothèse (a) se justifie parfaitement du point de vue physique |211-218|, l'hypothèse (b) par contre est contraignante, car elle interdit toute conduction de chaleur d'une surface du mécanisme à l'autre surface, elle ne permet qu'une conduction dans le plan x o z. Cette hypothèse peut ne plus être vérifiée, en particulier dans le cas de grande vitesse de glissement et de forte charge, c'est à dire dans tous les cas où la puissance dissipée par frottement dans le contact est importante |218-226|.

Les conditions aux limites utilisées pour l'intégration du système II.1 sont les suivantes |201,202|:

(II.5)
$$\begin{cases} u = U_1 \quad v = V_1 \quad w = W_1 \quad \text{pour } H = H_1\ (x,z,t) \\ u = U_2 \quad v = V_2 \quad w = W_2 \quad \text{pour } H = H_2\ (x,z,t) \end{cases}$$

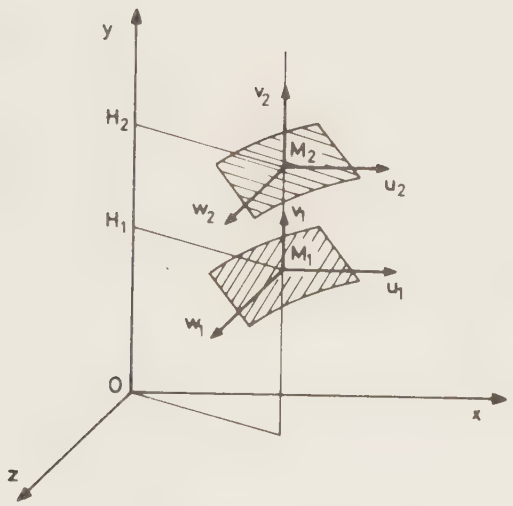


Fig. 42 : Cinématique du contact

où U_i, V_i et W_i sont, comme on le voit dans la figure 42, les composantes de la vitesse du point M_i (i = 1,2) selon respectivement les axes x, y et z. L'hypothèse de non glissement à la paroi a donc été retenue.

Ces conditions aux limites sur la vitesse diffèrent des conditions aux limites classiques qui s'écrivent :

$$(II.6) \qquad \begin{cases} u = U_1 \quad v = 0 \quad w = W_1 \quad \text{pour } H = 0 \\ u = U_2 \quad v = V_2 \quad w = W_2 \quad \text{pour } H = H_2(x,z,t) - H_1(x,z,t) \end{cases}$$

et qui supposent donc qu'une des surfaces du mécanisme est plane, confondue avec le plan x o z; elles supposent de plus que la vitesse selon Oy de cette surface est nulle.

Il vient, compte tenu de II.1, II.4 et II.5, c'est à dire des nouvelles conditions :

$$(II.7) \qquad \begin{cases} u = \dfrac{1}{2\mu}\dfrac{\partial p}{\partial x}\left|y^2 - y(H_1 + H_2) + H_1H_2\right| + \dfrac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2}(y - H_1) + U_1 \\ w = \dfrac{1}{2\mu}\dfrac{\partial p}{\partial z}\left|y^2 - y(H_1 + H_2) + H_1H_2\right| + \dfrac{W_1 - W_2}{H_1 - H_2}(y - H_1) + W_1 \quad . \end{cases}$$

Le débit massique q_x selon l'axe Ox, à travers une paroi de hauteur $H = \overline{M_1M_2}$ (figure 42), de largeur unité suivant Oz, peut alors être calculé :

$$q_x = \int_{H_1}^{H_2} \rho\, u\, dy$$

Soit d'après II.4 et II.7 :

$$(II.8) \qquad q_x = \frac{\rho(U_1 + U_2)(H_2 - H_1)}{2} - \frac{\rho(H_2 - H_1)^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial x}$$

De la même façon on aurait :

$$(II.9) \qquad q_z = \frac{\rho(W_1 + W_2)(H_2 - H_1)}{2} - \frac{\rho(H_2 - H_1)^3}{12\mu}\frac{\partial p}{\partial z}$$

L'équation de continuité II.2 s'écrit pour un fluide compressible après intégration suivant l'épaisseur Oy du film :

$$(II.10) \qquad \int_{H_1}^{H_2}\frac{\partial \rho u}{\partial x}\,dy + \int_{H_1}^{H_2}\frac{\partial \rho v}{\partial y}\,dy + \int_{H_1}^{H_2}\frac{\partial \rho w}{\partial z}\,dy + \int_{H_1}^{H_2}\frac{\partial \rho}{\partial t}\,dy = 0$$

D'après la loi de dérivation sous le signe somme :

$$\int_{H_1(x,z,t)}^{H_2(x,z,t)}\frac{\partial F(x,y,z,t)}{\partial x}\,dy = \frac{\partial}{\partial x}\int_{H_1}^{H_2} F\,dy - F(x,H_2,z,t)\frac{\partial H_2}{\partial x} + F(x,H_1,z,t)\frac{\partial H_1}{\partial x}$$

et d'après les conditions aux limites II.5, l'équation II.10 devient :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{H_1}^{H_2} \rho u dy + \frac{\partial}{\partial z}\int_{H_1}^{H_2} \rho w dy + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy + \frac{\partial}{\partial t}\int_{H_1}^{H_2} \rho dy$$

$$- \rho U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + \rho U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} - \rho W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} + \rho W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - \rho \frac{\partial H_2}{\partial t} + \rho \frac{\partial H_1}{\partial t} = 0$$

ce qui peut s'écrire en remarquant que :

$$\int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy = \rho (V_2 - V_1) \text{ et que } \frac{\partial}{\partial t} \int_{H_1}^{H_2} \rho dy = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho (H_2 - H_1)\right]$$

(II.11) $$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \rho\left(U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - V_1\right) - \rho\left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} - V_2\right) + (H_2 - H_1)\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

L'équation II.11 peut encore s'écrire, compte tenu de II.8 et de II.9 :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho (H_2 - H_1)^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\rho (H_2 - H_1)^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}\right] =$$

$$6 \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho (U_1 + U_2)(H_2 - H_1)\right] + 6 \frac{\partial}{\partial z}\left[\rho (W_1 + W_2)(H_2 - H_1)\right]$$

$$+ 12 \left[\rho\left(U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - V_1\right) - \rho\left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} - V_2\right)\right] + 12 (H_2 - H_1) \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Cette relation se ramène à l'équation de Reynolds classique pour $H_1 \equiv 0$ |228|. Elle est peu utilisable en pratique et on préfèrera la mettre sous une nouvelle forme qui fait plus nettement apparaître d'une part le régime transitoire, d'autre part les différences par rapport à l'équation de Reynolds classique. La vitesse du point M_1 (figure 42) peut s'écrire, en utilisant les coordonnées généralisées, au sens de Lagrange |229,230|.

$$\frac{d\vec{M}_1}{dt} = U_1\vec{x} + V_1\vec{y} + W_1\vec{z} = \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial q_i} \circ q_i + \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial t}$$

Soit en projetant sur l'axe Oy :

$$V_1 = \frac{\partial H_1}{\partial q_i} \circ q_i + \frac{\partial H_1}{\partial t} = V_1^* + \frac{\partial H_1}{\partial t}$$

où V_1^* est la projection selon Oy de la vitesse virtuelle du point M_1 ; V_1^* est une fonction des coordonnées d'espace et ne dépend pas explicitement du temps; cette vitesse virtuelle devra être explicitée dans chaque application. Une relation similaire peut être écrite pour V_2:

$$V_2 = V_2^* + \frac{\partial H_2}{\partial t}$$

L'équation II.12 devient :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho(H_2 - H_1)^3}{\mu}\ \frac{\partial p}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\rho(H_2 - H_1)^3}{\mu}\ \frac{\partial p}{\partial z}\right] =$$

$$\text{(II.13)}\quad \begin{cases} 6(U_1 + U_2)\ (H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial \rho}{\partial x} + 6\rho(H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial (U_1 + U_2)}{\partial x} + 6\rho(U_1 - U_2)\ \dfrac{\partial (H_1 + H_2)}{\partial x} \\ + 6(W_1 + W_2)\ (H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial \rho}{\partial z} + 6\rho\ (H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial (W_1 + W_2)}{\partial z} + 6\rho\ (W_1 - W_2)\ \dfrac{\partial (H_1 + H_2)}{\partial z} \\ + 12\rho(V_2^* - V_1^*) + 12\ \dfrac{\partial}{\partial t}\ \left[\rho(H_2 - H_1)\right] \end{cases}$$

Cette équation diffère de l'équation de Reynolds classique qui s'écrirait dans les mêmes conditions :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho\ \frac{H^3}{\mu}\ \frac{\partial p}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\ \left[\rho\ \frac{H^3}{\mu}\ \frac{\partial p}{\partial z}\right] =$$

$$\text{(II.14)}\quad \begin{cases} = 6(U_1 + U_2)\ H\ \dfrac{\partial \rho}{\partial x} + 6\rho H\ \dfrac{(U_1 + U_2)}{\partial x} + 6\rho\ (U_1 - U_2)\ \dfrac{\partial H}{\partial x} \\ + 6(W_1 + W_2)\ H\ \dfrac{\partial \rho}{\partial z} + 6\rho H\ \dfrac{\partial (W_1 + W_2)}{\partial z} + 6\rho\ (W_1 - W_2)\ \dfrac{\partial H}{\partial z} \\ + 12\rho\ V^{*'} + 12\ \dfrac{\partial}{\partial t}\ |\rho H| \end{cases}$$

II.2 Interprétation

Nous interprèterons physiquement l'équation II.13 d'une part en terme de cinématique, d'autre part en terme de débit.

a) les termes de la forme $6\rho\ (H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial (U_1 + U_2)}{\partial x}$ traduisent l'effet d'étirement,

- les termes de la forme $6\rho\ (U_1 - U_2)\ \dfrac{\partial (H_1 + H_2)}{\partial x}$ introduisent l'effet d'entrainement du film provoqué par la cinématique du contact

- les termes $12\rho\ (V_2 - V_1)$ et $12\rho\ \dfrac{\partial}{\partial t}\ (H_2 - H_1)$ introduisent l'effet d'écrasement du film.

- les termes $6\ (U_1 + U_2)\ \dfrac{\partial \rho}{\partial x}$ et $12\ (H_2 - H_1)\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t}$ prennent en compte la compressibilité du fluide [205,206].

b) en reprenant l'approche de Cameron [178], l'équation II.13 peut s'interpréter comme une équation de conservation de la masse dans un parallélépipède de dimensions, respectivement suivant x y z : 1, $(H_2 - H_1)$, 1, figure 43.

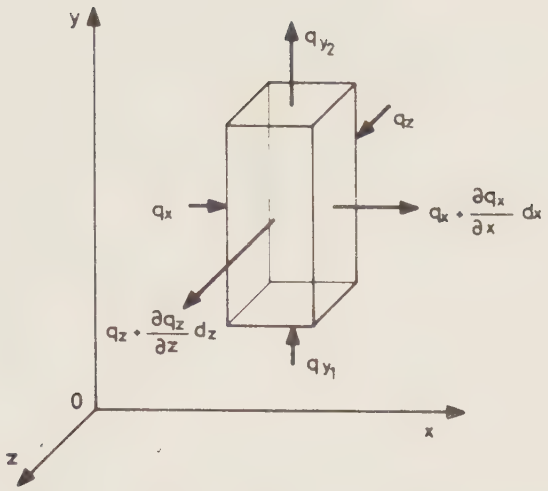


Fig. 43 : Conservation du débit

- les termes $\frac{\partial q_x}{\partial x}$, $\frac{\partial q_z}{\partial z}$ sont évidents; les termes :

(II.15) $q_{y_1} = -\rho \left(U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - V_1\right)$ et $q_{y_2} = -\rho \left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} - V_2\right)$

représentent le débit dans la direction y,à travers respectivement la face inférieure et la face supérieure du parallélépipède.

Dans les expressions de q_{y_1} et de q_{y_2},les deux premiers termes traduisent l'influence de l'inclinaison de la paroi respectivement dans le sens des x et des z, le dernier terme traduit l'effet d'écrasement du film.

Le terme $(H_2 - H_1) \frac{\partial \rho}{\partial t}$ représente la variation de masse du parallélépipède de référence, dûe à la compressibilité du fluide.

II.3 Différence entre l'équation II.13 et l'équation de Reynolds II.14

L'équation II.13 montre qu'il n'est pas toujours possible de caractériser la géométrie du contact, à un instant t donné par une seule fonction $H(x, z) = H_2(x, z) - H_1(x, z)$, |188-199|, car $H_2 + H_1$ et non pas $H_2 - H_1$ apparait dans le terme d'entrainement. Or ceci est toujours possible avec l'équation de Reynolds classique. Ainsi les équations II.13 et II.14 ne donneront des résultats identiques que si :

$$6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial(H_1 + H_2)}{\partial x} + 6\rho (W_1 - W_2) \frac{\partial(H_1 + H_2)}{\partial z} + 12\rho (V_2^* - V_1^*) =$$

$$6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial(H_1 + H_2)}{\partial x} + 6\rho (W_1 - W_2) \frac{\partial(H_2 + H_1)}{\partial z} + 12\rho V'^*$$

soit :

$$(U_1 - U_2)\frac{\partial H_1}{\partial x} + (W_1 - W_2)\frac{\partial H_1}{\partial z} + (V_2^* - V_1^*) \equiv V'^* \tag{II.16}$$

Dans cette expression V' est la vitesse virtuelle relative selon Oy dans l'écriture de l'équation classique, c'est à dire :

$$V'^* = U_2 \frac{\partial(H_2 - H_1)}{\partial x} + W_2 \frac{\partial(H_2 - H_1)}{\partial z} \quad \text{pour 2 solides en rotation} \tag{II.17}$$

$$\text{ou} \quad V'^* = 0 \quad \text{pour 2 solides en translation} \tag{II.18}$$

Dans le cas de deux solides en rotation, il vient, compte tenu de II.16 et de II.17 :

$$V_2^* - V_1^* = \left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z}\right) - \left(U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z}\right) \tag{II.19}$$

Cette équation ne sera satisfaite pour tout temps que si les vecteurs $(\vec{U}_1 + \vec{V}_1^* + \vec{W}_1)$, $(\vec{U}_2 + \vec{V}_2^* + \vec{W}_2)$ sont tangentes respectivement aux surfaces $H_1\ (x,z,t)$ et $H_2\ (x,z,t)$. En effet dans ces conditions :

$$V_2^* = U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} \quad \text{et} \quad V_1^* = U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z}$$

Dans le cas de deux solides en translation, l'équation II.16, compte tenu de II.18 et de ce que $V_2^* = V_1^* = 0$, ne sera vérifiée que si $H_1 \equiv 0$.

Il apparait donc que l'équation de Reynolds classique n'est utilisable que dans les deux cas particuliers suivants, lorsque :

- une surface est plane,
- les vitesses virtuelles de tous points situés sur les surfaces du contact sont tangentes à ces surfaces.

III - SURFACES ENVELOPPES DES VITESSES, ECARTS DE FORME

Pour résoudre l'équation II.13, la géométrie du contact, c'est à dire $H_1\ (x,z,t)$ et $H_2\ (x,z,t)$, doit être déterminée pour tout temps t. Ces deux fonctions peuvent être difficiles à déterminer quand les surfaces présentent des défauts de forme, des rugosités ou quand elles sont déformées élastiquement. Pour éliminer cette difficulté et pour déterminer dans quelles conditions l'équation de Reynolds classique est utilisable, il est commode d'introduire la notion d'enveloppes des vitesses. Dans chaque application les vitesses U_i , V_i , W_i $(i = 1,2)$, doivent être connues, en tout point du contact réel, (lisse, rugueux ou déformé). Pour U_i, W_i $(i = 1,2)$ indépendants du temps, (c'est à dire pour $U_i = U_i$, $W_i = W_i$), nous définirons les "enveloppes des vitesses" $h_1(x,z)$ et $h_2\ (x,z)$ des deux surfaces du contact comme les surfaces qui, pour tout temps t, sont respectivement tangentes aux vecteurs $\vec{U}_1 + \vec{V}_1^* + \vec{W}_1$ et $\vec{U}_2 + \vec{V}_2^* + \vec{W}_2$.

Alors :

$$V_1^* = U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial h_1}{\partial z}$$

$$V_2^* = U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h_2}{\partial z}$$

De ces relations une famille de fonctions h_1 (x,z) et h_2 (x,z) peut être déterminée . La forme exacte des deux surfaces du contact peut alors être exprimée en termes de déviations ε_1 (x,z) et ε_2 (x,z), comptées respectivement à partir des enveloppes de vitesses h_1 (x,z) ou h_2 (x,z) précédemment définies.

Il est évident que h_1 (x,z) et h_2 (x,z) qui peuvent être choisies parmi une famille de courbes, le seront pour rendre minimum les valeurs absolues des termes de déviations ε_1 (x,z) et ε_2 (x,z). Ceux-ci peuvent être fortuits (défauts de forme, rugosité) ou voulus (pour une came par exemple).

Nous pouvons également revoir les critères d'utilisation de l'équation II.13 ou de l'équation II.14, à la lumière des enveloppes des vitesses virtuelles. Il apparait en effet, d'après ce que nous avons vu dans le paragraphe précédent, que l'équation de Reynolds classique II.14 ne sera utilisable que si les enveloppes des vitesses des deux surfaces en contact sont confondues avec les surfaces elles-mêmes.

Illustrons ces notions pour différents exemples pratiques. Les systèmes étudiés seront infiniment longs dans la direction z.

III.1 Surface rigide rugueuse - Surface rigide avec de petits écarts de forme. (figure 44)

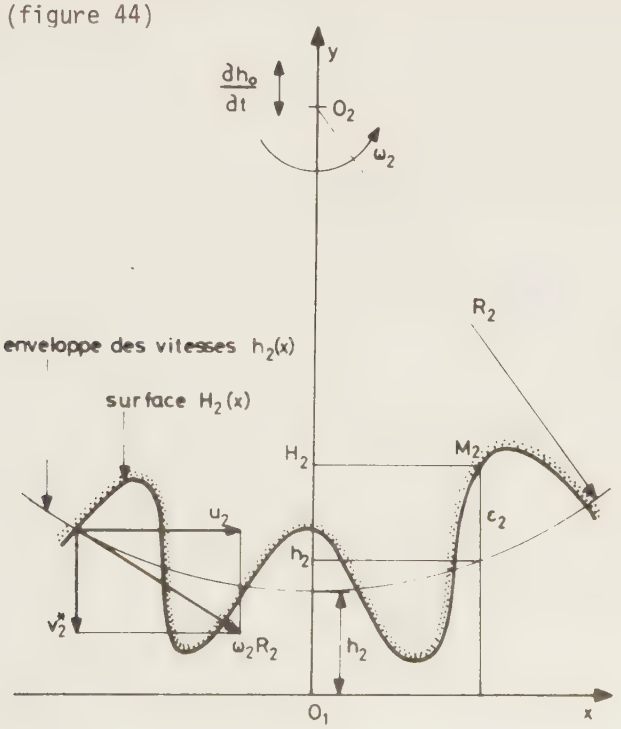


Fig. 44 : Fonctions $H_2(x)$ et $\varepsilon_2(x)$ pour l'exemple 1

Dans ce cas, $h_1(x)$ est une surface cylindrique droite ; $\varepsilon_1(x)$ peut directement être mesuré par profilométrie. La surface enveloppe des vitesses h_1 est une courbe différente de la surface H_1 ; par conséquent l'équation de Reynolds classique n'est plus valable.

L'équation II.13 s'écrit dans ces conditions (paragraphe IV).

$$\frac{dp}{dx} = 6\,\mu\,\frac{(U_1 + U_2)\,(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) + 2\,(U_1\,\varepsilon_1 - U_2\,\varepsilon_2) - (U_1 + U_2)\,h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

alors que l'équation de Reynolds classique s'écrirait :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\,(U_1 + U_2)\,\frac{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

Dans ces expressions, $h = h_2 - h_1$ et h^* est une constante d'intégration.

III.2 Surface cylindrique lisse déformée élastiquement (figure 45)

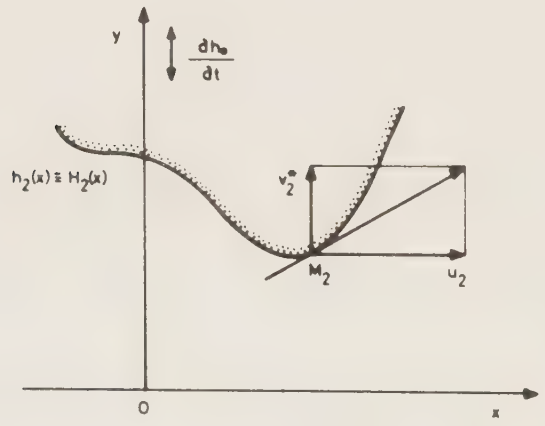


Fig. 45 : Fonctions $h_2(x)$, $H_2(x)$ et $\varepsilon_2(x)$ pour l'exemple 2.

Dans ce cas, l'enveloppe des vitesses n'est pas une surface cylindrique : $h_1(x) = H_1(x)$, $\varepsilon_1(x) = 0$, de même $h_2(x) = H_2(x)$. L'équation de Reynolds classique est ici encore valable car la surface enveloppe des vitesses virtuelles est confondue avec la surface elle-même.

Dans ce cas, on a $V_1^* = U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x}$, $V_2^* = U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x}$; les vecteurs vitesses $\vec{U}_i + \vec{V}_i^* + \vec{W}_i$ sont à tout instant tangents aux surfaces H_i ; l'équation II.13 se réduit à :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\ (U_1 + U_2)\ \frac{(H_2 - H_1) - H^*}{(H_2 - H_1)^3}$$

Cette équation est identique à l'équation de Reynolds classique :

$$\frac{dp}{dx} = 6\ \mu\ (U_1 + U_2)\ \frac{(h + v_2 - v_1) - h^*}{(h + v_2 - v_1)^3}$$

où v_1 et v_2 représentent les déformations élastiques des surfaces et h l'épaisseur du film pour des surfaces non déformées.

III.3 Came ou engrenage (figure 46)

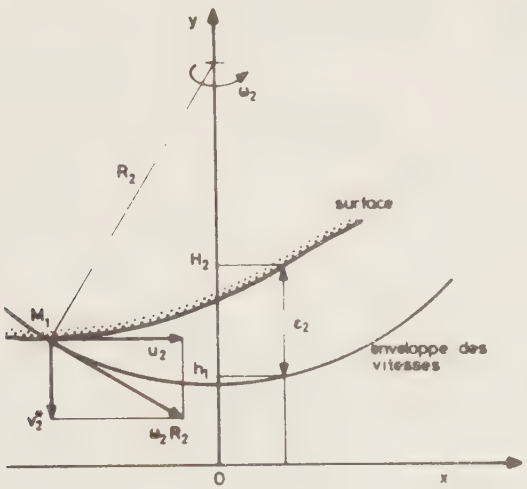


Fig. 46 : Fonctions $h_2(x)$, $H_2(x)$ et $e_2(x)$ pour l'exemple 3.

Ici h_1 (x), h_2 (x) sont encore des surfaces cylindriques ; elles ne sont donc pas confondues avec la surface de la came ou de l'engrenage ; l'équation de Reynolds classique n'est pas utilisable. Toutefois, dans ce cas particulier, les différences entre les deux courbes sont faibles; les erreurs commises en utilisant l'équation de Reynolds classique seront donc faibles également.

Ce cas peut se ramener au cas 1 envisagé ci-dessus ; on aura : $V_i^* = U_i \quad \partial h_i / \partial x$; l'équation II.13 se réduit à :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu \frac{(U_1 + U_2)(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) + 2(U_1 \varepsilon_1 - U_2 \varepsilon_2) - (U_1 + U_2) h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

L'équation de Reynolds II.14 s'écrirait ici :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu (U_1 + U_2) \frac{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

III.4 Surface cylindrique rugueuse déformée élastiquement (figure 47)

Ce cas est assez complexe car l'enveloppe des vitesses n'est,ici, pas connue à priori. Toutefois, si l'on suppose que la déformation élastique des rugosités est faible devant la déformation élastique du massif, les termes d'écart ε_1 (x), ε_2 (x) seront les mêmes dans le contact déformé et dans le contact non déformé ; ils pourront donc être mesurés directement par profilométrie. L'enveloppe des vitesses est non plus un cylindre à base circulaire, mais la surface cylindrique déformée élastiquement.

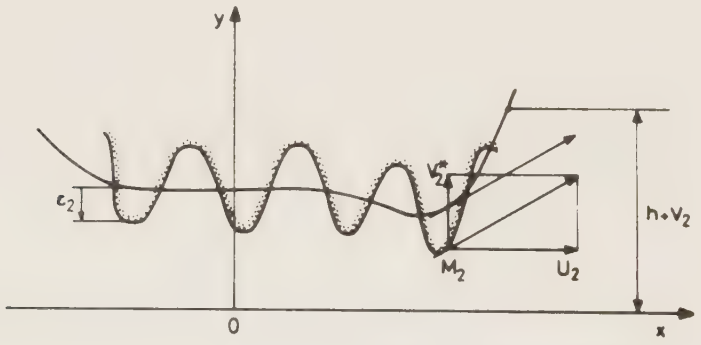


Fig. 47 : Contact élastohydrodynamique rugueux

Dans ce cas,avec l'hypothèse simplificatrice que nous venons d'énoncer, il vient :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu \frac{(U_1 + U_2)(h + v_2 - v_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) + 2(U_1 \varepsilon_1 - U_2 \varepsilon_2) - (U_1 + U_2) h^*}{(h + v_2 - v_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

où h représente l'épaisseur du film pour des surfaces lisses non déformées; où V_i, ε_i représentent respectivement les déformations élastiques, les écarts de forme des deux surfaces.

L'équation de Reynolds classique s'écrirait :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\ (U_1 + U_2)\ \frac{(h + v_2 - v_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) - h^*}{(h + v_2 - v_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

III.5 Le patin (figure 48)

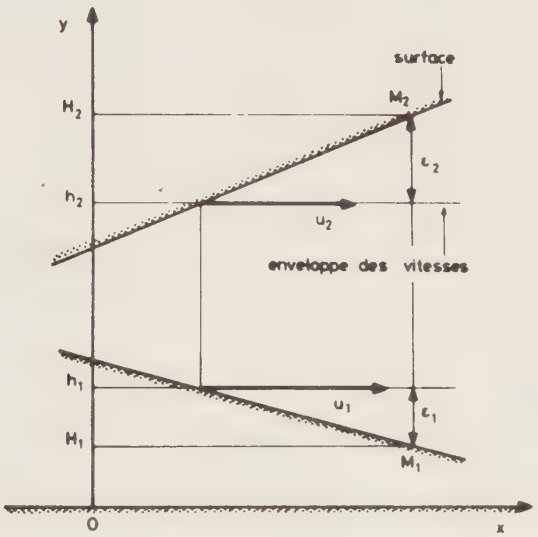


Fig. 48: Fonctions $h_i(x)$, $H_i(x)$ et $\varepsilon_i(x)$ pour l'exemple 5.

Ici, h_1 (x), h_2 (x) sont des plans parallèles au plan x,z; les termes de déviations existent; l'équation de Reynolds classique n'est pas utilisable dans le système d'axe Oxyz. Toutefois, l'équation de Reynolds classique peut être utilisée uniquement en choisissant un système d'axe x' Oy' tel que Ox' soit confondu avec une des surfaces du patin |232,233|.

Dans le système d'axe Oxyz, $V_i = 0$, l'équation II.13 devient :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\ (U_1 - U_2)\ \frac{(h_0 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^*}{(h_0 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

Un cas particulier de ce problème est celui où $\varepsilon_1 = 0$; alors :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\ (U_1 - U_2)\ \frac{(\varepsilon_2 + h_0) - h^*}{(h_0 + \varepsilon_2)^3}$$

On retrouve, dans ce cas particulier uniquement, l'équation de Reynolds classique. Nous donnons en annexe les éléments de calcul de la portance hydrodynamique d'un patin rugueux.

IV - EQUATION DE L'ECOULEMENT HYDRODYNAMIQUE ENTRE DEUX CYLINDRES RUGUEUX

Etudions l'écoulement d'un fluide incompressible entre deux cylindres infiniment longs. Les deux cylindres sont animés d'un mouvement de rotation autour d'axes parallèles O_1 et O_2. Ceux-ci peuvent de plus se déplacer selon Oy. Les enveloppes des vitesses h_1 (x) et h_2 (x) sont deux surfaces cylindriques droites à base circulaire. Les termes d'écarts e_1 et e_2 existent. On aura $H_1 = h_1 + \varepsilon_1$ et $H_2 = h_2 + \varepsilon_2$.

En négligeant les variations de U_1 et de U_2 dans le contact, et en supposant que ε_1 et ε_2 sont des fonctions de x seul, l'équation II.13 devient,en remarquant que les conditions aux limites sur la vitesse s'écrivent :

$$V_1^* = U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

$$V_2^* = U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x}$$

$$\text{(II.17)} \quad \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{(h + \varepsilon_2 \quad \varepsilon_1)^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6\,(U_1 + U_2)\frac{\partial h}{\partial x} + 6\,(U_1 - U_2)\frac{\partial(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\partial x} + 12\frac{\partial h_o}{\partial t}$$

où $h = h_2 - h_1$ et $\partial h_o/\partial t$ représentent la variation de la distance des centres O_1 O_2.

En régime permanent,après intégration de l'équation II.17, on obtient :

$$\text{(II.18)} \quad \frac{dp}{dx} = 6\mu \frac{(U_1 + U_2)\,(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) + 2\,(U_1\,\varepsilon_1 - U_2\,\varepsilon_2) - (U_1 + U_2)\,h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

Ce qui peut encore se mettre sous la forme :

$$\text{(II.19)} \quad \frac{dp}{dx} = 6\mu\,(U_1 + U_2) \frac{h + \dfrac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

On remarquera sur ces expressions, contrairement à ce qu'il apparaît dans la littérature, qu'il n'est pas possible de caractériser le contact par la rugosité totale $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$, alors que ceci est toujours possible avec l'équation de Reynolds classique qui s'écrirait dans les mêmes conditions :

$$\text{(II.20)} \quad \frac{dp}{dx} = 6\,(U_1 + U_2)\frac{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

La différence entre les équations II.18 et II.20 est introduite par le terme :

$$2\,(U_1\,\varepsilon_1 - U_2\,\varepsilon_2)$$

Nous remarquons que les deux seuls cas où l'équation II.19 se ramène à l'équation de Reynolds classique sont :

$$\begin{cases} U_1 = 0 & \varepsilon_2 = 0 \\ U_2 = 0 & \varepsilon_1 = 0 \end{cases}$$

C'est le cas d'un galet lisse animé d'un mouvement de rotation en contact contre un galet rugueux immobile.

V - CONCLUSIONS

La théorie classique de Reynolds,appliquée à l'hydrodynamique des surfaces rugueuses,ne peut être utilisée que dans le cas très particulier où les surfaces enveloppes des vitesses virtuelles sont confondues avec les surfaces elles-mêmes.

Le problème général est abordé ici avec une nouvelle forme de l'équation de Reynolds, il apparaît dans cette étude que :

- le contact en général ne peut pas être décrit en introduisant la rugosité totale des deux surfaces en contact.
- le rapport de glissement intervient comme un paramètre supplémentaire dans l'équation de l'écoulement.

Dans la présentation des résultats relatifs à l'hydrodynamique des surfaces rugueuses, nous :

- noterons les différences entre les deux théories
- mentionnerons les erreurs qui ont été commises dans la théorie classique.
- modifierons en conséquence les conclusions qui ont pu être déduites de ces théories.
- analyserons,tout particulièrement, les types de conditions dans lesquelles la fatigue des surfaces peut apparaître.

CHAPITRE III

L'HYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES
MODELE MATHEMATIQUE SIMPLE

I - INTRODUCTION

La solution au problème de l'hydrodynamique des surfaces rugueuses nous donnera le champ et les fluctuations des pression, et par intégration la valeur moyenne et les fluctuations de charge. On pourra donc étudier l'effet des rugosités sur les sollicitations extérieures et ainsi, leur influence sur les phénomènes de fatigue. Pour mieux comprendre le problème, nous partirons de l'étude de surface présentant des ondulations de grande longueur d'onde, pour tendre ensuite vers l'étude de la rugosité.

Le calcul du champ de pression hydrodynamique dans le contact lubrifié de deux cylindres rugueux infiniment longs, en rotation autour de leurs axes respectifs suppose préalablement :

a) La connaissance des fonctions $h(x)$, $v_1(x)$, $v_2(x)$, $\varepsilon_1(xy)$, $\varepsilon_2(xy)$; $h(x)$ représente la distance entre les parois des deux cylindres supposés lisses et non déformés élastiquement; $v_1(x)$, $v_2(x)$ représentent les déformations élastiques des deux surfaces en contact; $\varepsilon_1(x,y)$, $\varepsilon_2(x,y)$ représentent les termes d'écarts entre les surfaces réelles et les surfaces idéales géométriquement parfaites. Ces termes d'écart peuvent provenir d'une excentration de l'axe de rotation, d'une ondulation ou d'une rugosité de la surface. Si les défauts de forme peuvent être décrits aisément d'un point de vue mathématique, il n'en est pas de même pour la rugosité des surfaces |234|.

b) La définition des conditions aux limites sur la pression. On connait l'importance des conditions aux limites dans les problèmes de lubrification |235|; on sait définir dans les contacts lisses les conditions aux limites les plus représentatives du problème physique réel, par contre pour des surfaces rugueuses ce choix est beaucoup plus délicat, car d'une part les données expérimentales sur les valeurs intégrales de charge ou de frottement sont trop imprécises et trop entachées d'erreurs pour permettre des conclusions valables, d'autre part les observations directes du film d'huile dans un contact rugueux sont quasi nulles.

Nous nous proposons dans ce qui suit d'exposer successivement :

- l'hydrodynamique des surfaces présentant d'abord des ondulations, puis des rugosités, pour des surfaces rigides, en choisissant des fonctions mathématiques simples pour les termes d'écarts $\varepsilon_1(x,y)$, $\varepsilon_2(x,y)$ introduits au chapitre II et pour les conditions aux limites classiques sur la continuité du débit instantané, |201,202|. Nous montrerons en particulier, la limite de validité de ce type de calcul appliqué aux rugosités de surface et nous serons ainsi amenés à recourir à un autre type de modèle.

- l'hydrodynamique des surfaces rugueuses pour des surfaces rigides, pour une répartition statistique de la hauteur des rugosités et pour des conditions aux limites basées sur la continuité du débit moyen, |203|. Ce deuxième calcul bien adapté aux calculs de charge et de frottement ne permet pas d'obtenir une définition suffisante du champ de pression pour établir une corrélation avec les problèmes de fatigue des surfaces.

- l'élastohydrodynamique des surfaces rugueuses. |236,237|. Les deux calculs précédents ne sont pas, en effet, directement applicables aux problèmes réels ainsi que nous l'avons vu au chapitre I, paragraphe VI.2, du fait de la déformation des surfaces. Pour pouvoir faire une corrélation valable entre la fatigue des surfaces et les phénomènes hydrodynamiques liés aux surfaces rugueuses, nous donnerons une solution approchée au problème élastohydrodynamique dans laquelle nous établirons les modifications introduites en roulement pur au champ de pression par la présence de rugosité de surface. Les résultats obtenus dans ce dernier calcul nous servirons ensuite pour définir le champ de contraintes dans les matériaux et donc son influence sur la fatigue des surfaces.

II - SURFACES REPRESENTEES PAR DES FONCTIONS MATHEMATIQUES SIMPLES

Après avoir choisi un modèle mathématique pour la surface, (paragraphe II.1), défini les conditions aux limites, (paragraphe II.2), décrit les méthodes numériques utilisées dans cette étude, (paragraphe II.3), nous présenterons dans les paragraphes suivants, successivement les effets du déphasage ϕ, de la longueur d'onde L, de l'amplitude A, des défauts géométriques, du rapport de glissement λ sur la capacité de charge du contact. Dans cette étude, nous avons supposé que l'épaisseur minimale moyenne H_o du film est constante, nous nous situons ainsi dans le régime quasi-permanent. Dans cette présentation nous distinguerons, le cas des ondulations des surfaces de grande longueur d'onde, (paragraphe II.4), de celui des rugosités de surface, caractérisées par une faible longueur d'onde, (paragraphe II.5). Dans ce dernier cas, nous mettrons en évidence la non-unicité de la solution à l'équation de Reynolds et montrerons qu'une instabilité de fonctionnement peut en découler. Nous tenterons, par des concepts énergétiques, de sélectionner une solution. Les conséquences de cette "instabilité" du film seront abordées dans le chapitre V. Les différents résultats présentés seront ensuite résumés dans une relation approchée, permettant de calculer la charge moyenne $\overline{W}$, les fluctuations de charge ΔW en fonction des différents paramètres décrits ci-dessus, (paragraphe II.6), c'est à dire $\overline{W} = \overline{W}(H_o, A, L, \lambda)$, et $\Delta W = \Delta W(H_o, A, L, \lambda)$. Ces résultats nous permettront alors de définir les domaines dans lesquels l'hypothèse de régime quasi permanent (H_o = constante), est justifiée (paragraphe II.7). Nous donnerons également ici une solution numérique au problème transitoire $H_o = H_o(t)$ lorsque l'on tient compte de l'effet d'amortissement du film d'huile. Enfin dans le paragraphe II.8, nous tenterons de fixer les limites de ce type d'étude, et passerons à l'étude du modèle statistique pour décrire les rugosités de surface et leur influence sur le comportement du film d'huile.

Nous ferons ensuite,dans le chapitre suivant, une démarche semblable en représentant les surfaces par un modèle statistique.

II.1 Modèles mathématiques de la surface

La géométrie exacte d'une surface est complexe. Afin de définir les conditions de reproductibilité des états de surface, un certain nombre de critères pratiques ont été élaborés, on note en particulier parmi ceux-ci, (figure 49) :

- W : amplitude des ondulations
- RT : hauteur crête à crête des rugosités
- RA : hauteur moyenne des rugosités $RA = \frac{1}{L}\int_0^L |y|\, dx$
- RMS : hauteur quadratique moyenne des rugosités $RMS = \frac{1}{L}\int_0^L \sqrt{y^2}\, dx$
- RP : capacité d'aplanissement.

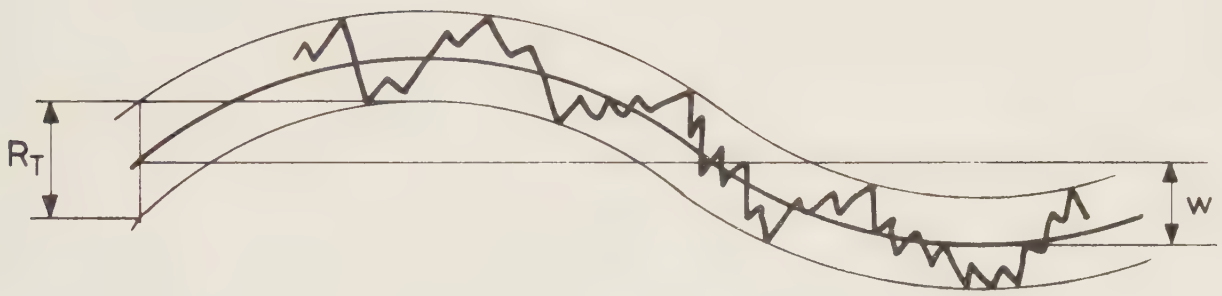


Fig. 49 : Géométrie de la surface

Si ces critères donnent satisfaction, la plupart du temps, pour le dessin des éléments de machine, ils ne sont pas suffisants pour décrire entièrement une surface et on constate actuellement dans certains problèmes spécifiques leur insuffisance pour rendre compte des phénomènes observés. Il apparait donc que la traduction, sous forme de modèle mathématique, d'une surface n'a pas actuellement de solution analytique très satisfaisante. Afin de mettre en évidence les effets introduits par les rugosités, de nombreux auteurs ont adopté les modèles mathématiques simples qui peuvent être introduits dans l'équation de Reynolds. Parmi ces schématisations on note (figure 50) :

- la représentation en créneau |187|
- la représentation en dents de scie |198,199|
- la représentation sinusoïdale |197,198|.

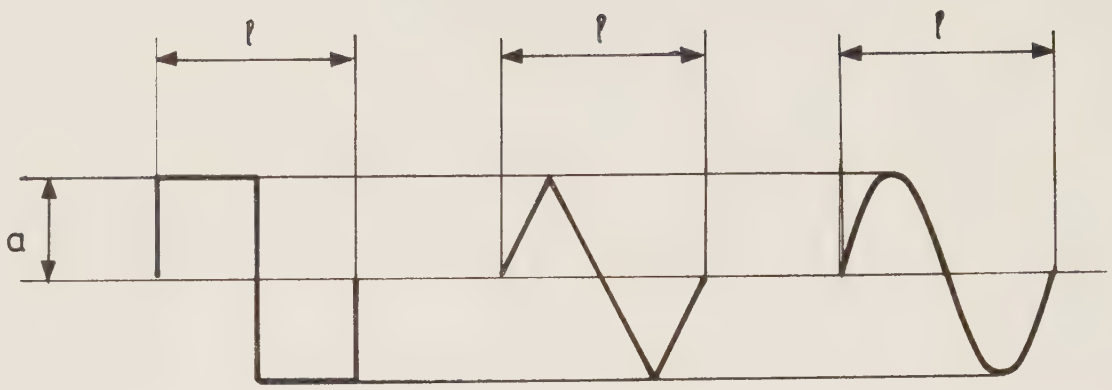


Fig. 50 : Schématisation de la surface

Nous avons choisi ce dernier modèle car :

- il se prête bien au calcul automatique,
- il représente avec une bonne approximation l'ondulation de la surface,
- il peut être facilement généralisé en décrivant la surface par un développement en séries de Fourier |238|.

L'expression mathématique de la surface s'écrit alors, si on suppose que les termes d'écarts ne sont que des fonctions de x (figure 51) :

$$\varepsilon_i = a_i \, \mathrm{Sin} \left(\frac{2\pi R_i}{\ell_i} \alpha_i + \phi_i \right) \quad i = 1,2$$

où a_i est l'amplitude du défaut, ℓ_i sa longueur, ϕ_i sa phase à l'origine, et α_i l'angle qui permet de repèrer un rayon vecteur. Le domaine de pression (x_e, x_s) étant très petit devant l'intervalle (-R, + R), on peut écrire $\alpha_i \simeq x/R_i$; il vient donc :

(III.1)
$$\varepsilon_i \simeq a_i \sin \left(2\pi \frac{x}{\ell_i} + \phi_i\right)$$

L'épaisseur du film d'huile a pour expression $h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, (paragraphe IV., chapitre II), on voit que la géométrie du contact dépend de ϕ_1, ϕ_2, ainsi la pression et la charge seront des fonctions de ces deux paramètres. ϕ_1, ϕ_2 décrivent la position des aspérités dans le contact ; ce sont donc des fonctions implicites du temps.

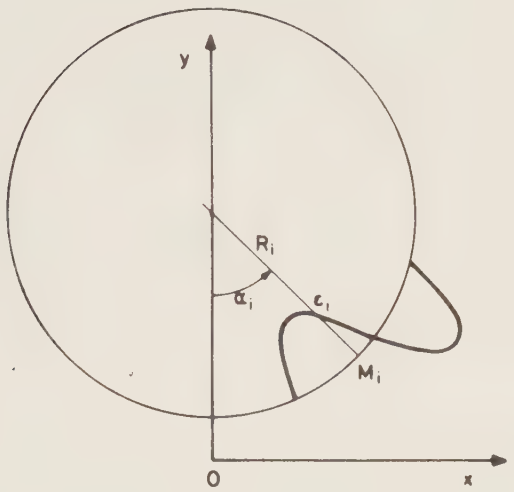


Fig. 51 : Représentation des défauts géométrique

II.2 Conditions aux limites sur le débit instantané

Pour connaître dans un mécanisme donné le champ de pression et la charge normale, il faut intégrer l'équation de Reynolds généralisée pour une géométrie donnée, compte tenu de conditions aux limites sur la pression. Ces conditions aux limites peuvent être de deux types :

- le domaine de pression est connu a priori et parfaitement défini: c'est le cas du patin incliné, des dispositifs hydrostatiques, etc ..., et la pression est connue aux limites du domaine.

- le domaine de pression n'est pas connu à priori: les conditions aux limites s'obtiennent à partir de concepts physiques basés en général sur la continuité du débit aux limites du domaine.

Le problème que nous avons à résoudre est à inclure dans cette deuxième catégorie, car le domaine de pression d'une part, l'influence des rugosités de surface sur ce domaine d'autre part, ne sont pas connus à priori.

En reprenant le modèle exposé au chapitre II, paragraphe IV, il vient compte tenu des équations II.8, II.9, et II.15. :

$$(III.2)\qquad \begin{cases} q_x = \dfrac{\rho\,(U_1 + U_2)\,(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2} - \dfrac{\rho\,(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}{12\,\mu}\,\dfrac{dp}{dx} \\ q_z = 0 \\ \Delta q_z = q_{y_2} - q_{y_1} = -\,\rho\,(U_1\,\dfrac{d\varepsilon_1}{dx} - U_2\,\dfrac{d\varepsilon_2}{dx}) \end{cases}$$

Soit en éliminant dp/dx entre II.18 et III.2 :

$$(III.3)\qquad \begin{cases} q_x = \rho\,(U_2\,\varepsilon_2 - U_1\,\varepsilon_1 + \dfrac{U_1 + U_2}{2}\,h^*) \\ \Delta q_y = -\,\rho\,(U_1\,\dfrac{d\varepsilon_1}{dx} - U_2\,\dfrac{d\varepsilon_2}{dx}) \end{cases}$$

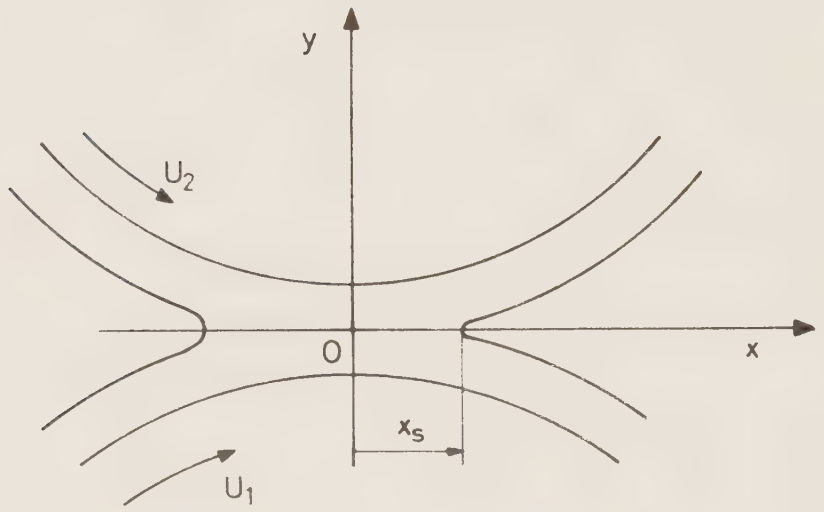


Fig. 52 : Séparation du film

On écrit qu'au voisinage du point de rupture du film défini par l'abscisse $x = x_s$, les débits selon les axes Ox Oy ne subissent pas de discontinuités, (q_x = constante, q_y = constante). Or pour $x > x_s$ on admet que la pression reste constante et égale à la pression atmosphérique prise comme référence dans ces problèmes, par suite compte tenu de III.2, il est nécessaire que le gradient de pression s'annule pour $x = x_s$, afin que le débit q_x selon l'axe Ox ne subisse pas de discontinuité en ce point. On peut montrer, en étudiant l'équation III.3 que la continuité du débit q_y selon l'axe Oy sera vérifiée indépendamment des conditions choisies pour q_x, si la surface elle-même ne présente pas de discontinuités pour $x = x_s$.

L'équation de l'écoulement est écrite pour une configuration géométrique définie à un instant donné. De même, les conditions aux limites sur le "débit instantané" supposent qu'à tout instant on ait $dp/dx = 0$ pour $x = x_s$. Par ailleurs la constante d'intégration h qui apparait dans l'équation III.3 est également définie pour une géométrie donnée à un instant donné. Ainsi le débit q_x subit une double fluctuation, la première dans le

temps pour une abscisse donnée, la seconde selon l'abscisse pour un temps donné. Les fluctuations dans le temps et dans l'espace du débit q_x imposeront, ainsi que nous le verrons plus loin, une limitation à ce type de calcul. En effet si ces conditions aux limites sont parfaitement justifiées lorsque les paramètres de l'écoulement sont constants ou s'ils varient lentement dans le temps |165|, nous montrerons qu'elles ne le sont plus lorsque ces paramètres varient rapidement.

II.3 Méthode de calcul du champ de pression

L'équation II.19 a été résolue numériquement dans le cas ou :

- la surface S_1 est lisse, la surface S_2 présente des écarts de forme,
- les écarts de forme sont donnés par l'expression III.1,
- le fluide est incompressible et équivisqueux,
- les surfaces sont rigides,
- les conditions aux limites sur le débit instantané, décrites ci-dessus sont utilisées.

On suppose d'autre part que la pression s'établit à partir d'une abscisse d'entrée x_e donnée. On peut montrer que ce paramètre a peu d'influence sur le champ de pression et donc sur la charge s'il est inférieur à - 0,2 R. Nous retiendrons cette valeur dans la suite de nos calculs.

L'équation II.19 est mise sous la forme sans dimension suivante : (annexe A)

$$\frac{dP}{dX} = \frac{H + \lambda\ (e_2 + e_1) - H^*}{(H + e_2 - e_1)^3} \qquad \text{(III.4)}$$

Les paramètres adimensionnels choisis sont :

$$\begin{cases} H = h/R,\ e_i = \varepsilon_i/R,\ X = x/R,\ L_i = \ell_i/R,\ A_i = a_i/R \\ P = pR/6\mu\ (U_1 + U_2), \\ W = w/6\mu\ (U_1 + U_2)\ B \\ \lambda = (U_1 - U_2)\ /\ (U_1 + U_2) \end{cases} \qquad \text{(III.5)}$$

Dans ces expressions, R désigne le rayon réduit, B la largeur du contact. Le rapport de glissement λ est dans la plupart des applications compris entre - 1 et + 1. Nous avons d'autre part :

$$\begin{cases} H = H_o + \dfrac{X^2}{2} \\ e_1 = 0 \\ e_2 = A_2\ \mathrm{Sin}\ (2\pi\ X/L_2 + \phi_2) \end{cases} \qquad \text{(III.6)}$$

Le nombre élevé de paramètres nécessaires pour décrire ce type d'écoulement, (soit H_o, Xe, λ, A_2, L_2, ϕ_2) exige que le temps de calcul pour l'établissement d'une courbe de pression soit le plus faible possible. Les méthodes classiques d'intégration de l'équation III.4 font appel à des calculs itératifs qui conduisent à des temps prohibitifs; nous

avons donc développé une méthode originale que nous présentons dans l'annexe A qui, si elle permet d'éliminer ces calculs, a surtout l'avantage sur la technique itérative de montrer qu'il peut exister plusieurs valeurs pour l'abscisse de sortie et donc une instabilité du film d'huile.

II.4 Présentation des résultats

Etant donné le nombre élevé de paramètres dans cette étude, nous donnerons successivement :

- l'allure des champs de pression pour différentes valeurs des paramètres λ et ϕ_2, pour une valeur de A_2 et de L_2,
- les variations de la charge pour différentes valeurs des paramètres L_2, ϕ_2, λ, pour une valeur de A_2,
- la charge moyenne et les fluctuations de charge pour différentes valeurs des paramètres A_2, L_2, λ.

Nous supposerons que le régime est quasi permanent, c'est à dire que H_o est une constante indépendante du temps.

II.4.1. Cas des ondulations des surfaces, (défauts de grande longueur d'onde)

a) effet du rapport de glissement λ, et du déphasage ϕ_2 sur la répartition de pression

Nous noterons tout d'abord les erreurs commises en utilisant l'équation de Reynolds dans sa forme classique, (équation II.20), par rapport à la nouvelle théorie que nous présentons ici, (équations II.19 ou III.4), pour ensuite montrer l'effet du rapport de glissement, du déphasage sur les répartitions de pression.

L'effet du rapport de glissement λ sur les variations de pression en fonction de l'abscisse X est mis en évidence par les courbes de la figure 53, qui ont été obtenues pour : $A_2/H_o = 0,3$; $A_1 = 0$; $L_2 = 0,05$; $H_o = 10^{-4}$. Les études faites à partir de l'équation de Reynolds dans sa forme classique donnent des résultats indépendants du rapport de glissement, (courbe repérée par $\lambda = +1$, figure 53), l'équation de Reynolds généralisée conduit à toutes les courbes portées sur cette figure. Les courbes de la figure 54, montrent pour une valeur particulière de l'angle de phase ϕ_2 , les différences obtenues entre la théorie classique et celle que nous présentons ici. On remarque :

- que l'utilisation de l'équation de Reynolds dans sa forme classique peut pour une géométrie donnée, entrainer des erreurs considérables sur la pression et donc sur la charge. On note sur la figure 54 une erreur de 50 % sur la valeur de la pression maximale.
- que l'influence du rapport de glissement λ sur les courbes de pression est importante. On note sur la figure 53, un écart de 45 % sur la valeur de la pression maximale lorsque λ varie entre - 1 et + 1.

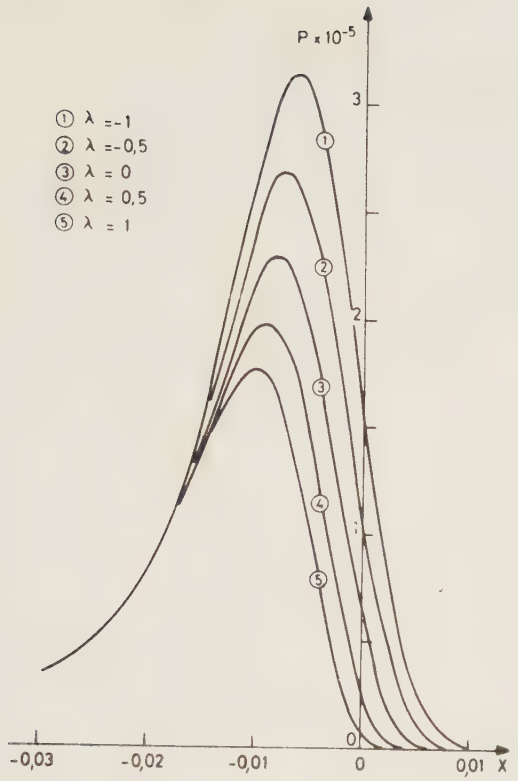


Fig. 53 · Influence du rapport de glissement λ sur la distribution de pression (équations III-4 ou II-20) pour $\phi = 0$.

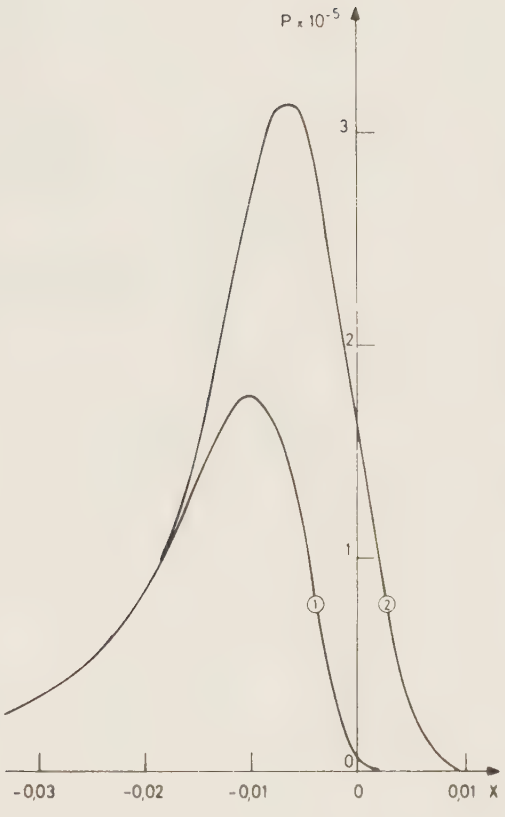


Fig. 54 · Distributions de pression obtenues avec l'équation II-19 (courbe 1) et l'équation II-20 (courbe 2) pour $\phi = 0$

Les courbes des figures 55, 56 et 57 montrent les variations de pression en fonction de l'abscisse X pour différentes valeurs de déphasage ϕ_2 et pour respectivement $\lambda = -1$, $\lambda = 0$ et $\lambda = 1$. On remarque sur ces courbes (annexe B), dans le cas présenté ici ($L_2 = 0{,}05$), où il existe donc 4 ondulations complètes dans le champ de pression, que :

- les fluctuations de l'abscisse x_s de rupture du film sont faibles pour $\lambda = 0$, elles augmentent avec la vitesse de glissement $(U_1 - U_2)$, elles sont maximales pour $\lambda = 1$.

- les fluctuations de pression maximale $(p_{max} - p_{min})$ dans le contact sont les plus importantes pour $\lambda = 1$.

- les différences entre les courbes obtenues pour $\lambda = 1$ et pour $\lambda = -1$, montrent que lorsqu'il y a glissement, il n'est pas indifférent de faire porter la rugosité par la surface "lente", ou par la surface "rapide".

L'effet du déphasage ϕ_2 est clairement indiqué par les figures 55, 56 et 57 obtenues pour différentes valeurs du rapport de glissement λ.

b) <u>effets de longueur d'onde L_2, du déphasage ϕ_2, du rapport de glissement λ sur la charge</u>

Les courbes des figures 58 à 61 montrent les variations de la charge en fonction du déphasage ϕ_2 pour différentes valeurs du rapport de glissement λ, et pour différentes

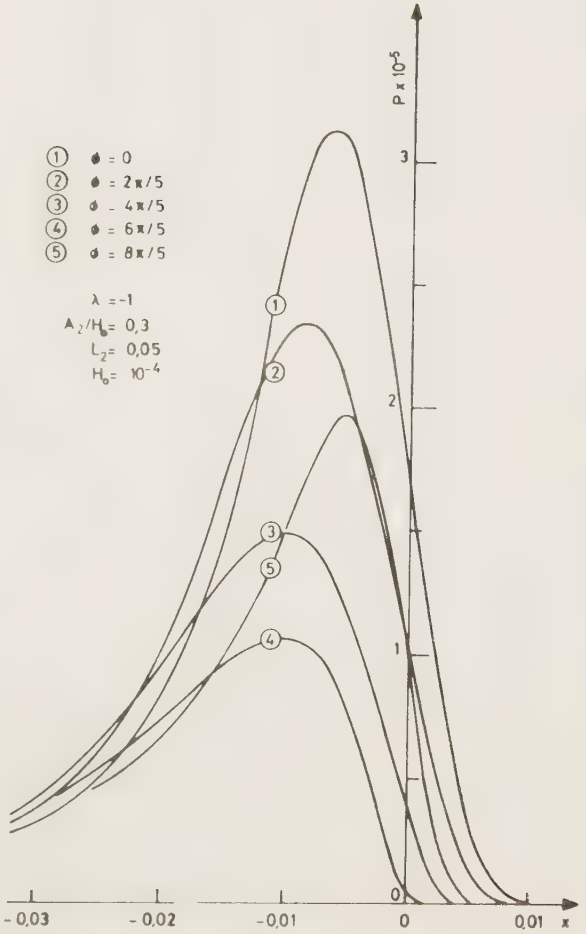


Fig. 55: Distributions de pression pour des cylindres rugueux. ($\lambda = -1$)

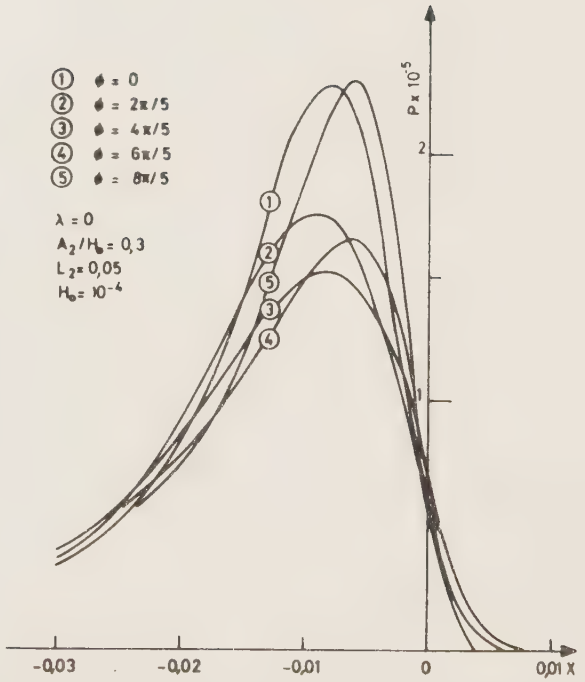


Fig.56: Distribution de pression pour des cylindres rugueux. ($\lambda = 0$)

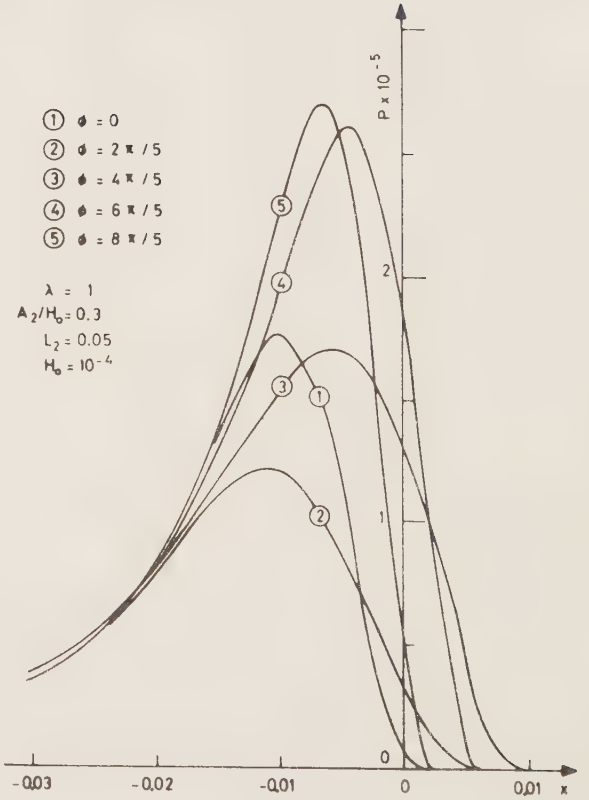


Fig. 57 Distribution de pression pour des cylindres rugueux. ($\lambda = 1$)

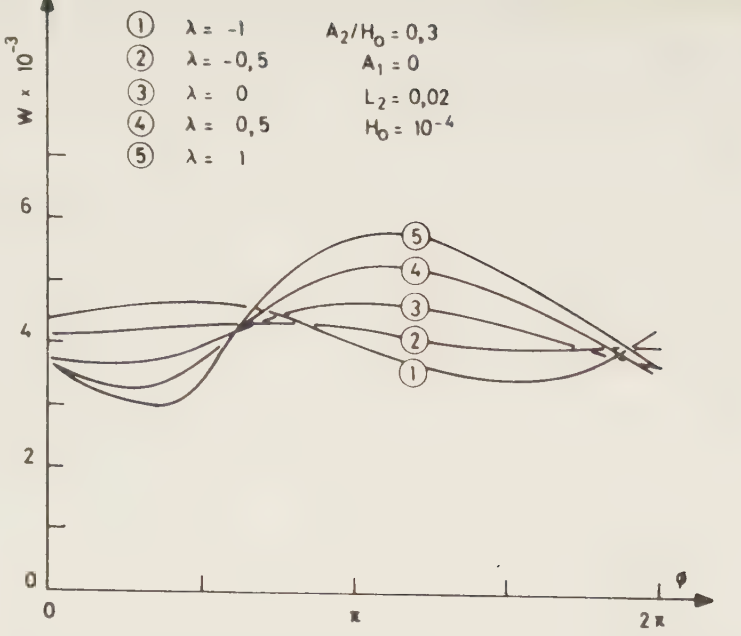


Fig. 58 : Variations de la charge en fonction du déphasage

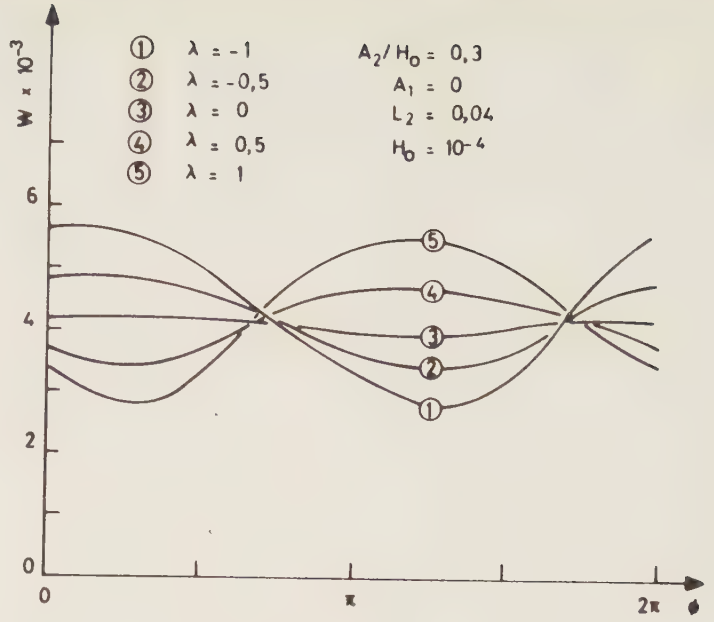


Fig. 59 : Variation de la charge en fonction du déphasage.

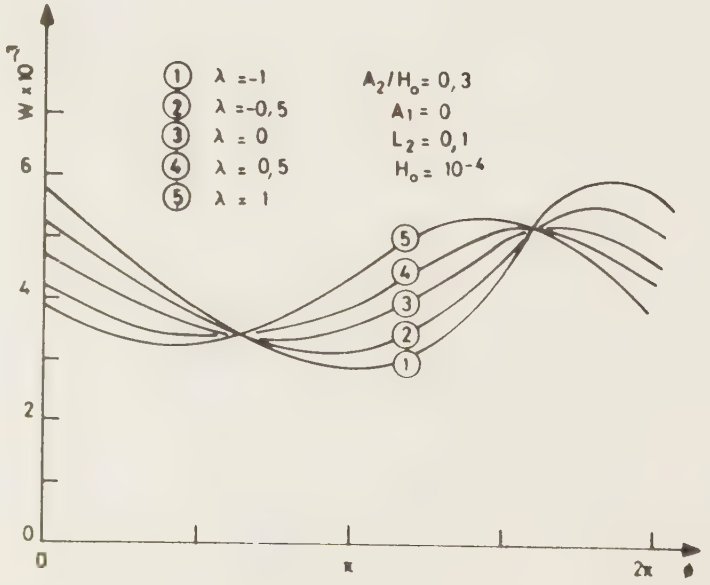


Fig. 60 : Variations de la charge en fonction du déphasage.

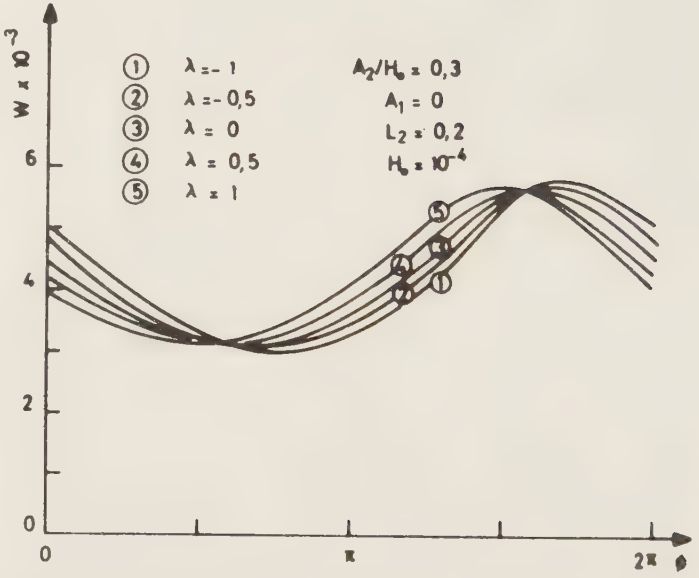


Fig. 61 : Variations de la charge en fonction du déphasage.

valeurs de la longueur d'onde L_2 des "aspérités", on note que :

- pour une même longueur d'onde, ces courbes présentent un déphasage Ψ qui varie avec le rapport de glissement. Ce déphasage augmente lorsque la longueur d'onde diminue pour atteindre la valeur π pour $L_2 \simeq 0{,}05$.

- pour les grandes longueurs d'onde ($L_2 > 0{,}2$) les résultats obtenus à partir de l'équation de Reynolds dans sa forme classique sont peu différents de ceux obtenus avec l'équation de Reynolds généralisée. L'influence du rapport de glissement λ sur la charge, diminue lorsque la longueur d'onde des défauts géométriques augmente ; ce résultat était prévisible à priori, car dans ces conditions le décalage angulaire entre la surface enveloppe des vitesses virtuelles et la surface réelle diminue également, (chapitre II, paragraphe III). Or, nous avons vu dans le chapitre précédent que les différences entre la théorie classique et celle que nous présentons sont introduites par ce décalage.

- la charge moyenne $\overline{W} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} W(\phi)\, d\phi$ est peu modifiée par une variation de λ. On peut montrer que cette dernière conclusion n'est plus vérifiée lorsque les deux surfaces en contact présentent des défauts de forme ou des rugosités |234|.

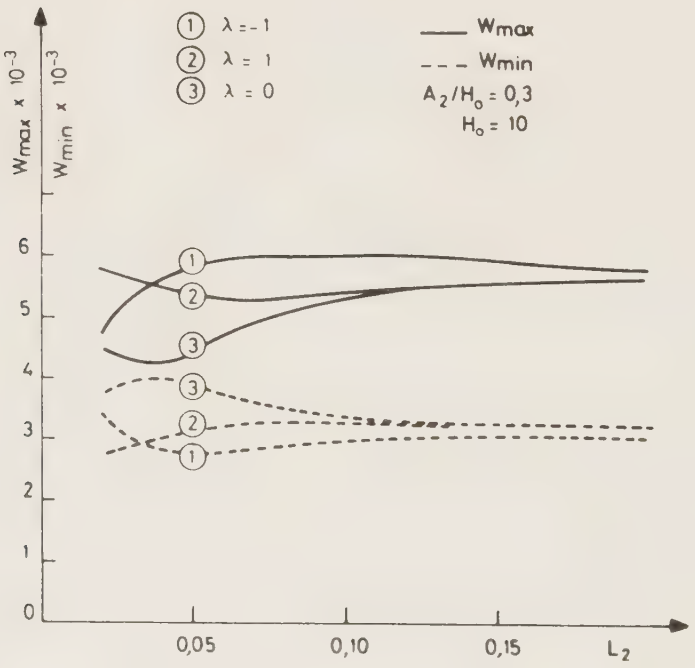


Fig. 62 : Fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde

Lorsque le déphasage ϕ_2 varie, la charge varie également, on peut donc, pour un rapport de glissement donné, relever les limites de variation de cette charge soit W_{max}, W_{min}; ces limites sont portées sur la figure 62, en fonction de la longueur d'onde L_2 ($L_2 > 0{,}03$) pour différentes valeurs du rapport de glissement. On constate que les fluctuations sont minimales en roulement pur, ($\lambda = 0$). Ces courbes ont été obtenues pour $\frac{A_2}{H_o} = 0{,}3$, $H_o = 10^{-4}$.

II.4.2. Cas des rugosités de surface, (défauts de faible longueur d'onde).

a) existence d'un phénomène "d'instabilité"

Les résultats montrent, lorsque les surfaces présentent des défauts géométriques de grande longueur d'onde et de faible amplitude, que les courbes de répartition de pression en fonction de l'abscisse X ne présentent qu'un seul maximum à l'intérieur de la zone de pression. Par contre, lorsque l'amplitude augmente ou lorsque la longueur d'onde de ces défauts diminue, (c'est le cas des rugosités de surface), on constate (figure 63), dans certains cas, que :

- le champ de pression présente plusieurs maxima relatifs de pression.
- la solution de l'équation III.4 peut ne plus être unique avec les conditions aux limites imposées. On constate en effet, l'existence de plusieurs répartitions de pression qui satisfont toutes, aux conditions aux limites de Reynolds sur la continuité du débit instantané.

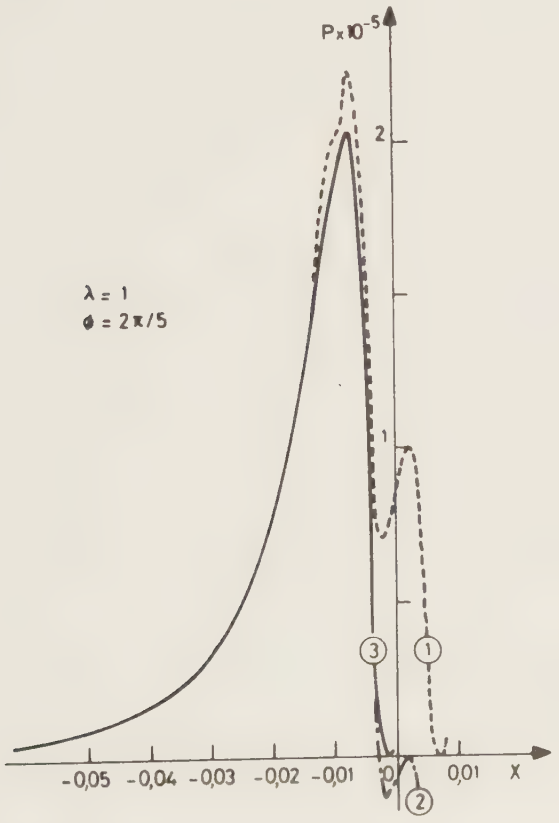


Fig. 63 : Non unicité du champ de pression

Ce dernier résultat qui apparait à priori surprenant, tant sur le plan théorique que sur le plan physique appelle un certain nombre de commentaires que nous grouperons dans le paragraphe suivant. Notons cependant que :

- la non unicité du champ de pression est une conséquence directe de la configuration géométrique à un instant donné du contact (annexe B). Elle ne peut apparaître que lorsque les défauts de surface ont une longueur d'onde suffisamment faible, ou une amplitude suffisamment grande. La condition nécessaire pour qu'il existe plusieurs champs de pression possibles est que l'équation $h + \lambda (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^* = 0$, admette plus de deux racines en x, (annexe B), (figure 64) ; cette non unicité n'apparait donc pas en roulement pur ($\lambda = 0$).

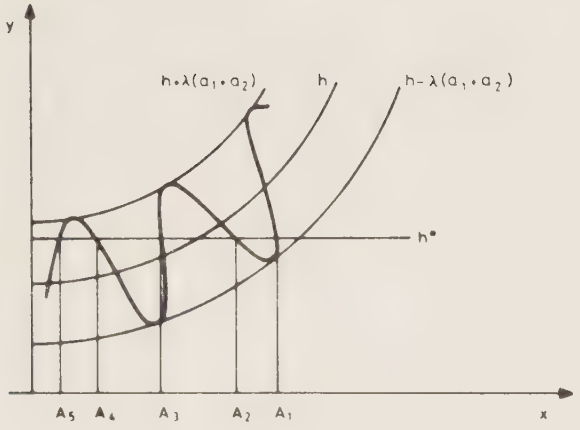


Fig. 64 a . Caractérisation des extrêma de pression

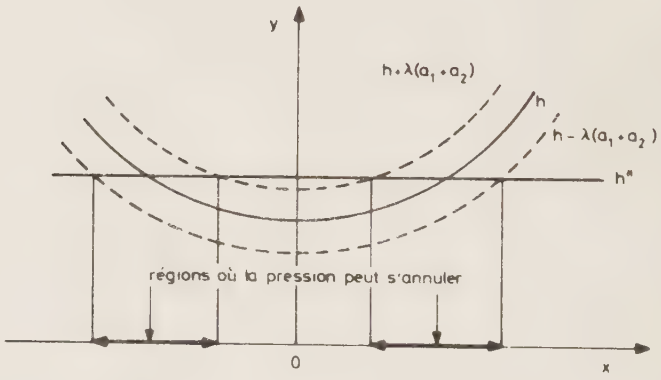


Fig. 64 b : Extrêma de pression $\lambda \neq 0$

- l'unicité du champ de pression a été montrée théoriquement au laboratoire de Mécanique des Contacts par BAYADA, quand certaines hypothèses sur la géométrie du film dans la zone de cavitation sont respectées |239|. Ces conditions ne sont pas respectées dans le cas particulier que nous traitons ici.

Nous sommes amenés, après avoir constaté la non unicité du champ de pression, à nous poser les deux questions suivantes :

Peut-on trouver des critères physiques ou mathématiques qui permettent de faire une élimination parmi ces différentes solutions ?

Quelles seront les conséquences de ce résultat sur le plan physique et en particulier, en ce qui concerne la stabilité de ces écoulements ?

Il est possible de faire un choix entre les différentes solutions présentées à partir des considérations physiques suivantes :

- un fluide ne peut en général subir des tensions importantes
- l'énergie dissipée dans le contact devra être minimale.

Les tensions dans les films de lubrifiant sont habituellement reliées aux tensions de surface. Nous avons montré expérimentalement, (chapitre VII), que les tensions mesurées sont plus grandes que celles qui sont calculées à partir de ces théories. Toutefois, elles sont suffisamment faibles ($p > -5$ bars) pour pouvoir être négligées devant les pressions maximales atteintes dans les contacts hertziens. Nous supposerons donc dans ce qui suit que le film lubrifiant ne peut pas subir de tensions notables.

Préalablement à l'introduction de tout concept énergétique dans le problème de l'hydrodynamique des surfaces rugueuses, il est nécessaire de mentionner les résultats suivants :

- l'équation de Reynolds généralisée découle (annexe D), pour un fluide incompressible, de la recherche d'un extremum pour une équation fonctionnelle J_G de pression proposée par Helmhotz et Korteweg [240,241]. Notons toutefois que, dans ce calcul, les conditions aux limites du domaine de pression peuvent être choisies arbitrairement.

- cette fonctionnelle de pression pourrait représenter, en régime isotherme, l'énergie nécessaire pour maintenir un film d'huile dans les conditions géométriques et cinématiques imposées [242].

Par ailleurs, on sait que les conditions aux limites de Reynolds conduisent dans le cas du palier lisse à un minimum de l'énergie potentielle et dans celui du contact entre un cylindre et un plan, à un minimum de la force de frottement [178].

Nous montrons d'autre part, (annexe D), que les conditions aux limites de Reynolds, conduisent dans le cas des surfaces lisses :

- pour une épaisseur minimale donnée du film d'huile, à un maximum de la charge. Les courbes de la figure 65 montrent les variations de la fonction de dissipation $\mathcal{E}$, de la fonctionnelle de pression J_G, de la charge W en fonction de l'abscisse X_S du point de rupture du film d'huile. On constate que W, J_G présentent un maximum pour la valeur de X_S correspondant aux conditions aux limites de Reynolds, et que dans les mêmes conditions $\mathcal{E}$ présente un minimum. Nous noterons, toutefois, les faibles variations de $\mathcal{E}$ en fonction de X_S.

- pour une charge donnée ou pour une épaisseur minimale du film donnée, à un minimum de l'énergie $\mathcal{E}$ dissipée dans le film par cisaillement, (figure 66), à un maximum de la fonctionnelle de pression J_R. (figure 67).

Ce critère énergétique appliqué à la fonction de dissipation, nous autoriserait donc à choisir parmi les différentes courbes présentées sur la figure 63, celles qui correspondent au minimum de l'énergie dissipée dans le film d'huile. Dans ce cas particulier on retient la courbe 1.

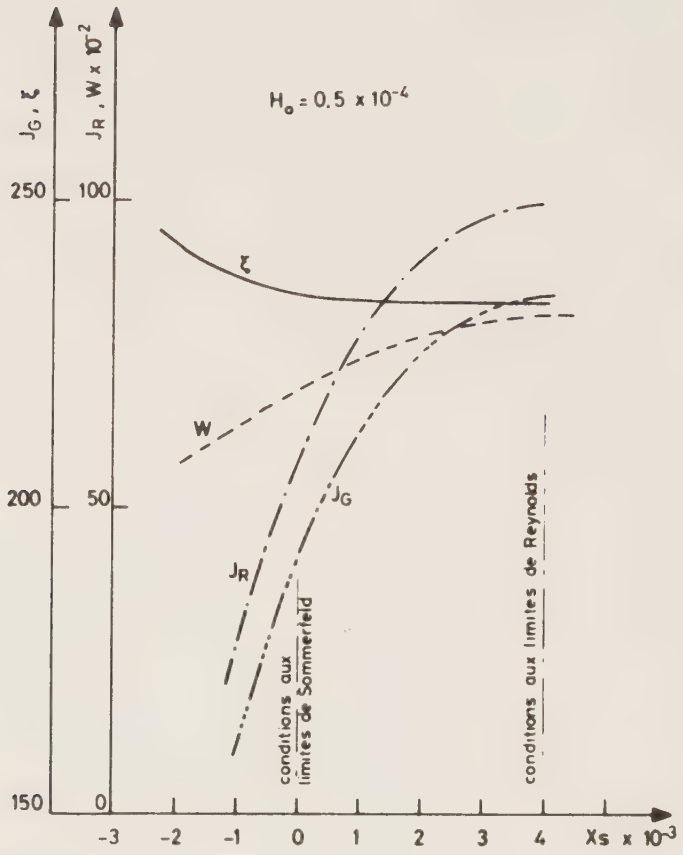


Fig. 65: Variation de la charge, de l'énergie pour différentes conditions aux limites.

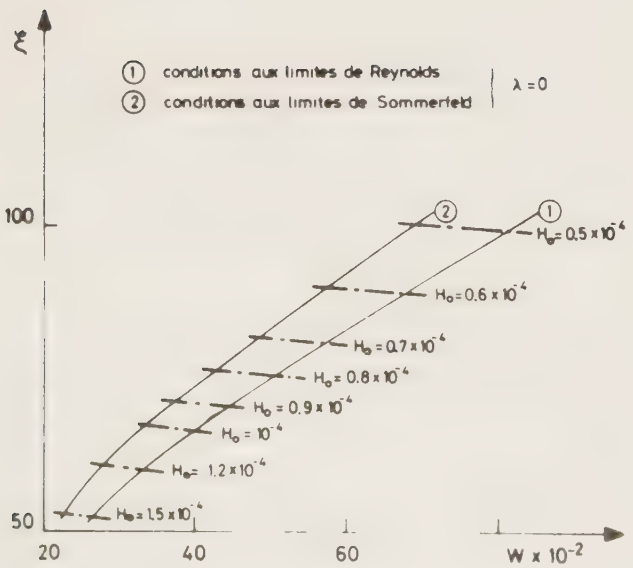


Fig. 66: Variation de l'énergie dissipée par cisaillement en fonction de la charge.

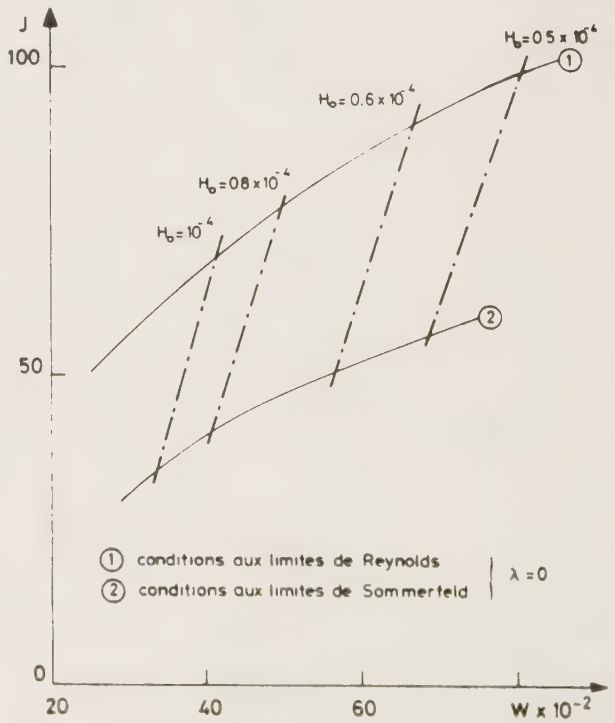


Fig.67: Variation de J en fonction de la charge

Sur le plan physique, les conséquences de la non-unicité des courbes de pression seront principalement les suivantes :

- selon que l'arc de pression est limité pour une valeur ou l'autre de X_S, on aura une "instabilité" de l'écoulement. Nous montrerons expérimentalement, (chapitre VII), que l'on peut effectivement obtenir ces différentes valeurs pour l'abscisse de sortie X_S. Ce résultat est compréhensible si l'on observe que les variations de la fonction de dissipation $\mathcal{E}$ en fonction de X_S sont faibles, (figure 65).

- cette instabilité peut en elle-même provoquer la rupture du film lubrifiant lorsque les aspérités des surfaces sont importantes. A une lubrification du contact complet, se substituera alors une "micro-lubrification" localisée sur chaque aspérité considérée comme un patin incliné |243,244|.

- ce phénomène d'instabilité qui est sourtout important pour des valeurs élevées du rapport de glissement, peut se superposer au phénomène de défaut d'alimentation mis en évidence dans les contacts hertziens et qui est lui-même d'autant plus grave que le glissement est important |165|..

Nous reviendrons plus loin, à la lumière des résultats que nous allons présentés maintenant, sur ce phénomène d'instabilité du film.

b) Méthode de sélection de la solution

Dans le cas où la répartition de pression n'est pas unique, les calculs numériques font apparaître trois allures (figure 68) de variations de pression en fonction de l'abscisse au voisinage du point de "sortie" du film.

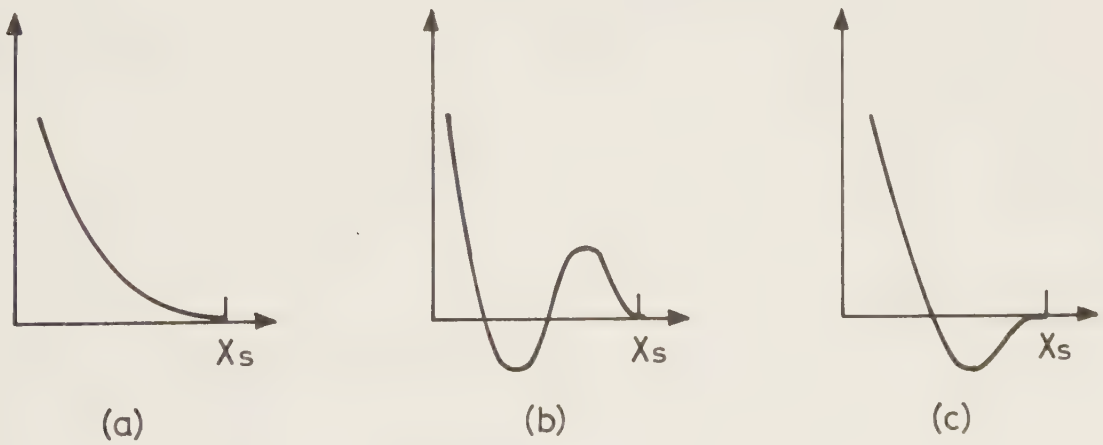


Fig. 68 : Champs de pression au voisinage de Xs.

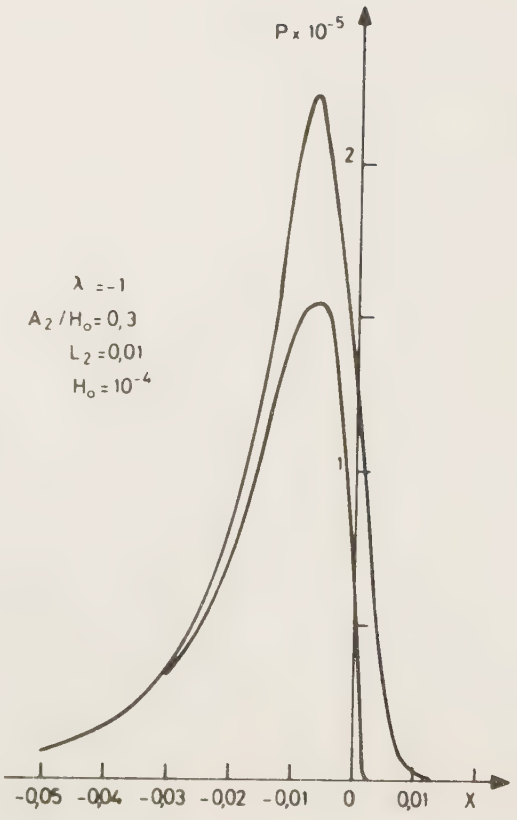


Fig. 69 : Enveloppe des courbes de pression ($\lambda = -1$)

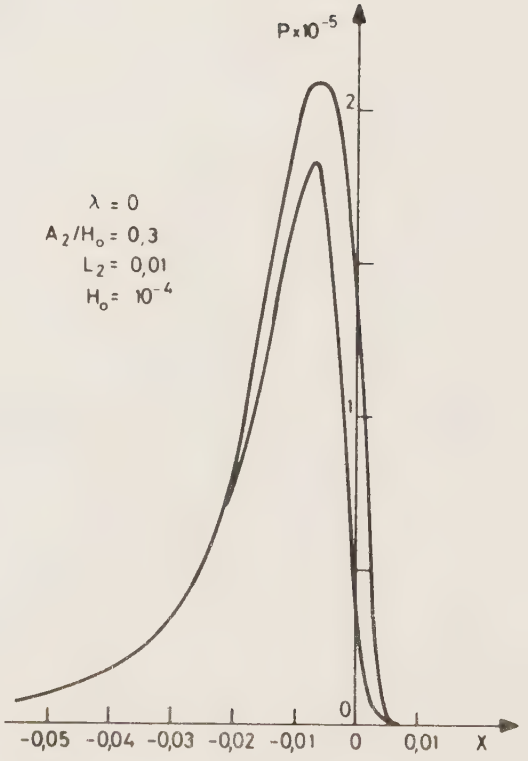


Fig. 70 : Enveloppe des courbes de pression ($\lambda = 0$)

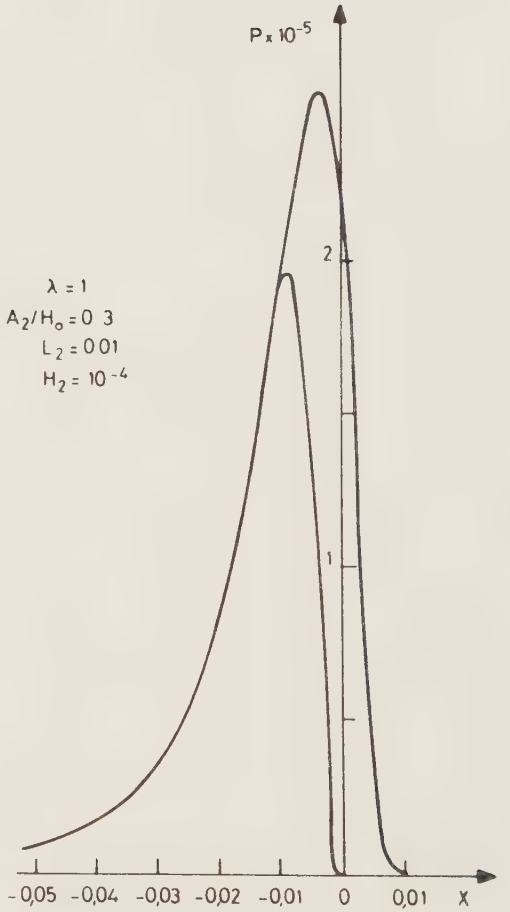


Fig. 71 : Enveloppe des courbes de pression ($\lambda = 1$)

Le choix de la répartition de pression est fait de la manière suivante :

- les solutions pour lesquelles $(\partial^2 p/\partial^2 x)_{x=x_S} < 0$ (cas c de la figure 68) sont éliminées car elles entrainent généralement des tensions dans le film lubrifiant supérieures aux tensions supportées par les liquides.

- le principe du minimum d'énergie est appliqué si le premier critère n'a pas permis de faire la sélection.

Dans ce qui suit nous reprendrons l'étude du champ de pression, de la charge compte tenu du choix effectué ci-dessus. Ici aussi, étant donné le nombre élevé de paramètres nécessaires pour décrire cet écoulement, nous donnerons successivement :

- l'allure du champ de pression pour différentes valeurs du rapport de glissement λ, du déphasage ϕ_2, et pour une valeur de A_2 et de L_2,

- les variations de la charge en fonction de λ, ϕ_2, A_2 pour une valeur de la longueur des rugosités L_2,

- la charge moyenne, les fluctuations de charge pour différentes valeurs de λ, A_2, L_2 et de H_0.

Rappelons, qu'ici aussi, on n'étudie que le régime quasi permanent, on suppose donc que H_0 est indépendant du temps.

c) <u>effets du déphasage, du rapport de glissement sur la répartition de pression</u>

Les courbes des figures E_1, E_2 et E_3 (annexe E), montrent les variations de pression en fonction de l'abscisse X pour différentes valeurs du déphasage ϕ_2 et pour respectivement $\lambda = -1$, $\lambda = 0$, $\lambda = 1$. On note les résultats suivants :

- en roulement pur ($\lambda = 0$), le gradient de pression ne peut s'annuler qu'en deux points, en roulement et glissement ($\lambda \neq 0$) le gradient de pression peut s'annuler en plus de deux points.

- en roulement pur, la répartition de pression est toujours unique, (annexe B), les fluctuations de l'abscisse X_S en fonction de ϕ_2 sont faibles.

- la non unicité des courbes de pression apparaît aussi bien pour des valeurs positives que négatives du rapport de glissement.

- à la sortie du contact, on note la présence d'une zone où la pression peut être alternativement positive, nulle ou même négative et où par conséquent des phénomènes de cavitation par oscillations pourraient apparaître.

Les figures 69, 70 et 71 montrent respectivement pour $\lambda = -1$, $\lambda = 0$, $\lambda = 1$ les enveloppes des courbes de pression données dans l'annexe E. Nous comparerons ulérieurement ces courbes avec celles que nous obtiendrons en supposant que la hauteur des rugosités est donnée par une loi statistique.

d) <u>effets du déphasage, du rapport de rugosité et de rapport de glissement sur la charge</u>

Les courbes des figures 72 et 73 montrent les variations de la charge en

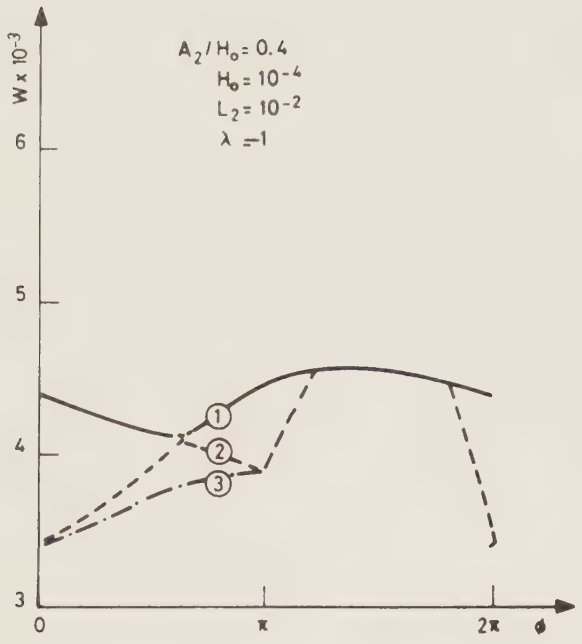


Fig.72: Variations de la charge en fonction du déphasage. ($\lambda = -1$)

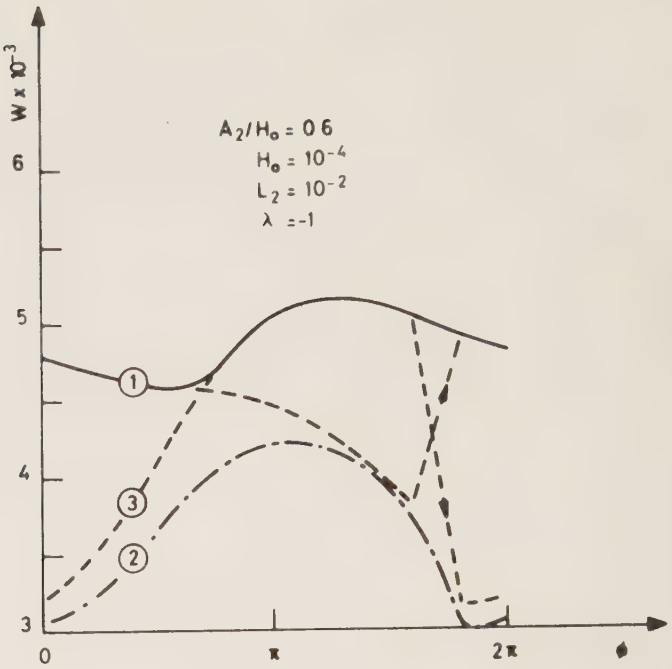


Fig.74: Variations de la charge en fonction du déphasage. ($\lambda = -1$)

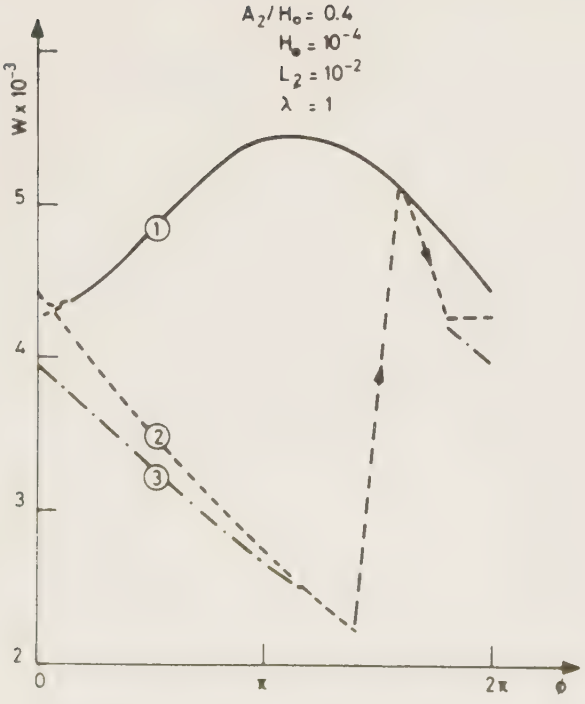


Fig.73 Variations de la charge en fonction du déphasage. ($\lambda = 1$)

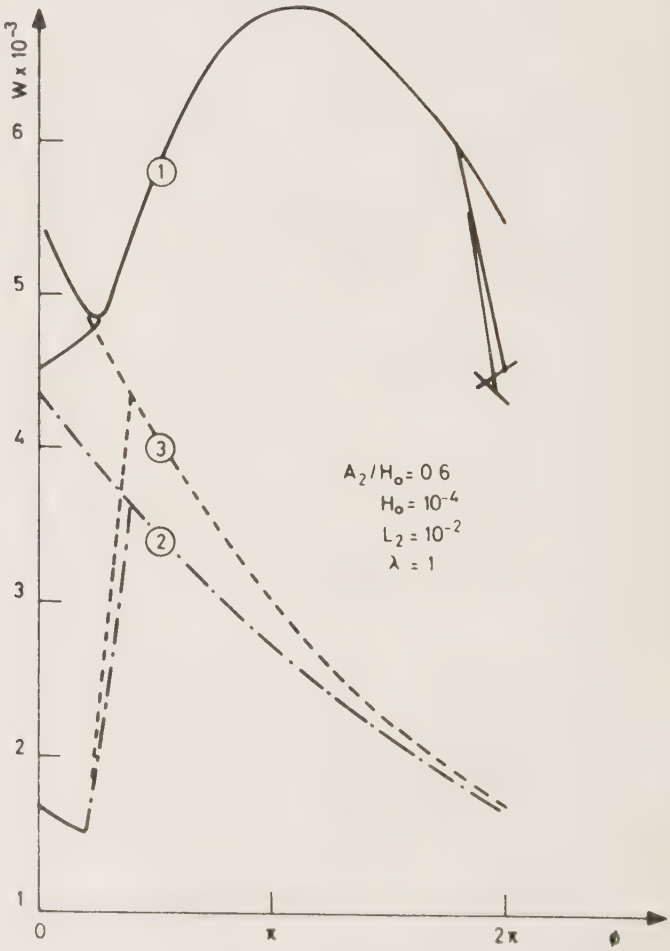


Fig.75: Variations de la charge en fonction du déphasage. ($\lambda = 1$)

fonction de l'angle de phase pour un rapport de rugosité $A_2/H_0 = 0,4$ et respectivement $\lambda = -1$, $\lambda = 1$; les courbes 1, 2, 3 représentent les différentes solutions obtenues pour différents X_S ; la courbe (1) est celle retenue après avoir appliqué les critères exposés au paragraphe b). Les courbes des figures 74 et 75 sont obtenues dans les mêmes conditions, mais pour un rapport de rugosité de 0,6.

On remarque sur ces courbes que :

- les variations de charge entre les différentes solutions trouvées peuvent être considérables.

- ces variations sont plus importantes pour $\lambda = +1$; c'est le cas où la surface rugueuse est immobile, et la surface lisse est en mouvement.

Les résultats numériques montrent d'une part que ces phénomènes sont aggravés lorsque l'épaisseur du film diminue.

Les écarts considérables entre ces différentes courbes montrent l'intérêt qu'il y a à élucider les mécanismes de sélection de l'abscisse de sortie X_S. Ce travail à l'origine axé autour de la fatigue des surfaces débouche ici sur d'autres avaries, (rupture de film et grippage). Cette instabilité qui n'a jamais été mise en évidence revêt ici une très grande importance.

e) <u>effet de la longueur d'onde des aspérités, du rapport de rugosité sur la charge en roulement pur ($\lambda = 0$)</u>

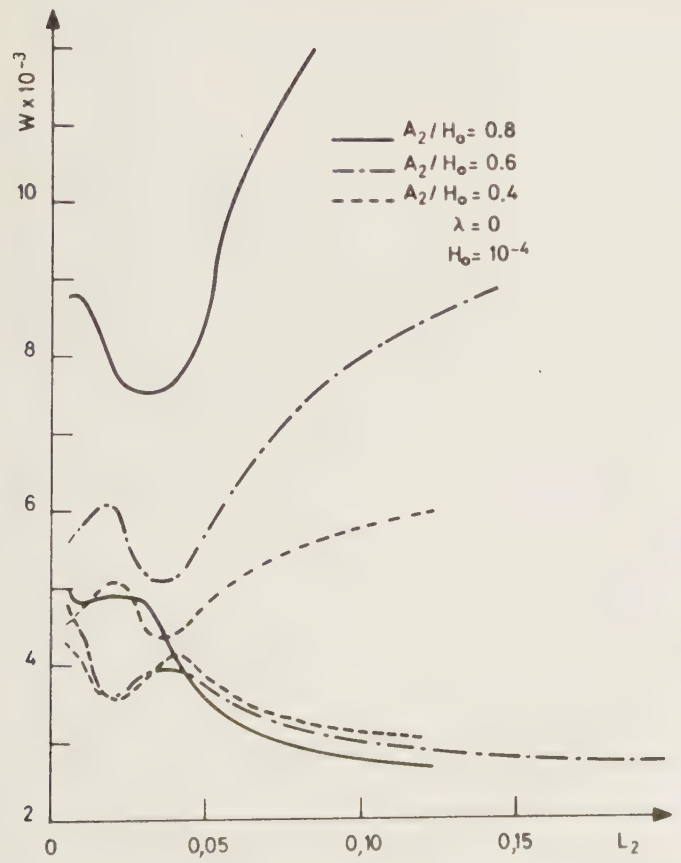


Fig.76 : Fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde, en roulement pur.

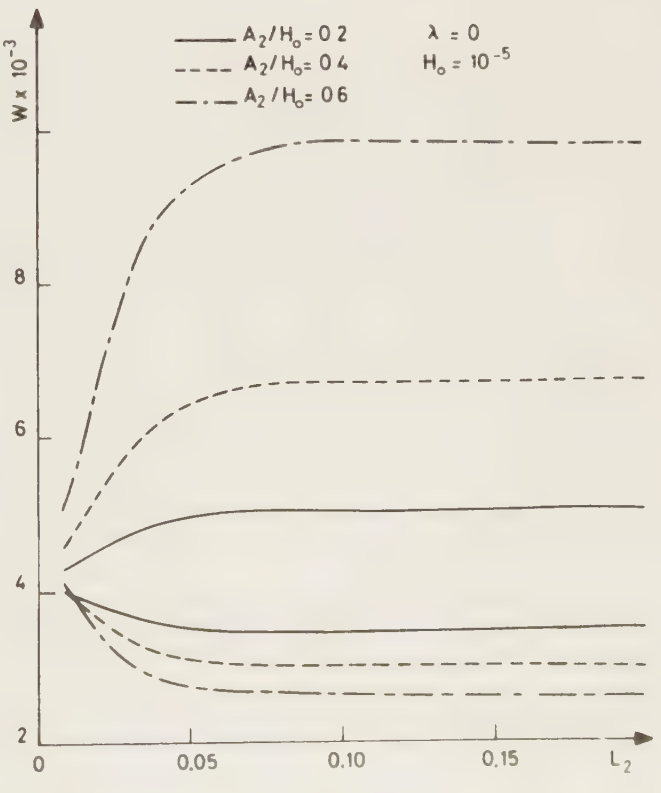


Fig.77 : Fluctuations de la charge en roulement pur

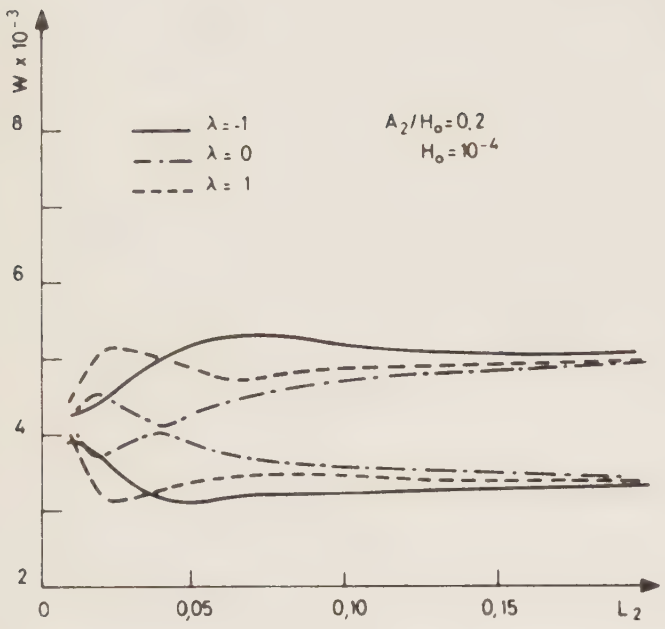


Fig. 78: Fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde.

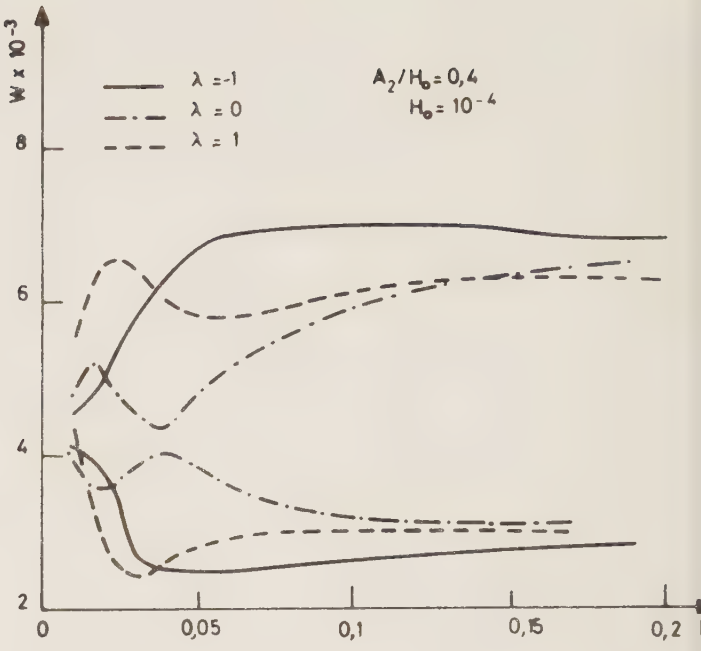


Fig. 79 : Fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde.

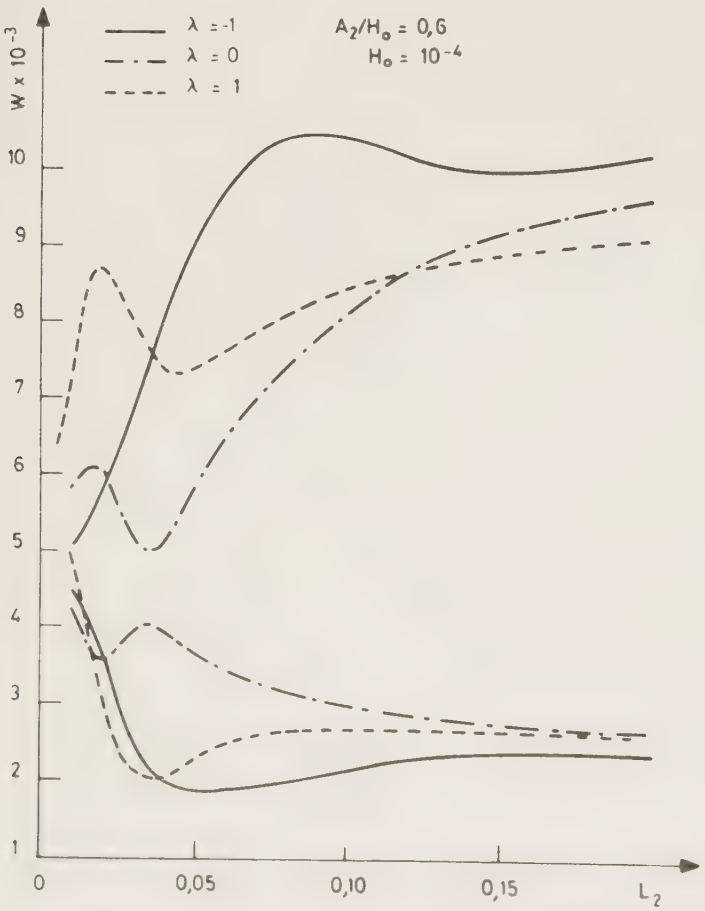


Fig. 80: Fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde

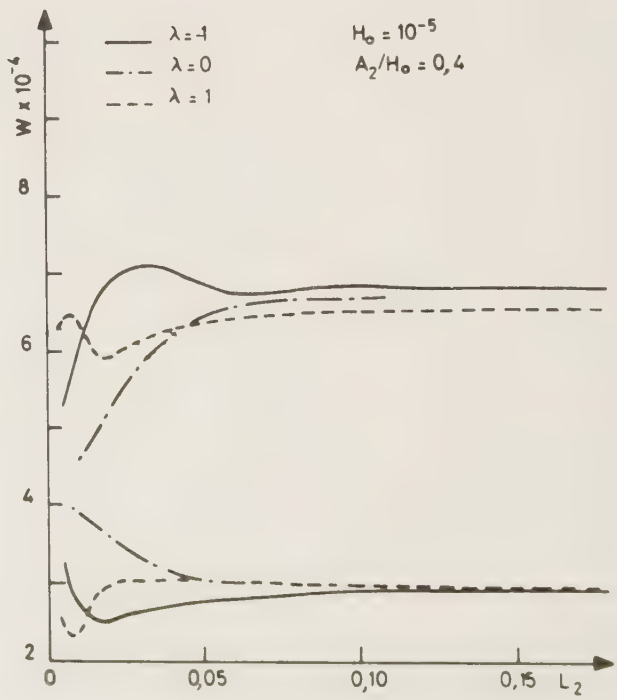


Fig. 81 : Fluctuations de la charge

Les courbes des figures 76 et 77 montrent les variations de charge W_{max}, W_{min} en fonction de la longueur d'onde des défauts géométriques pour différentes valeurs du rapport de rugosité A_2/H_0 , et pour respectivement $H_0 = 10^{-4}$, $H_0 = 10^{-5}$. On constate que :

- les fluctuations de charge augmentent avec l'amplitude du défaut et ceci quelle que soit la valeur de la longueur d'onde.

- pour $H_0 = 10^{-4}$, les fluctuations passent par un maximum pour $L_2 \simeq 0,01$, par un minimum pour $L_2 \simeq 0,04$.

L'analyse des courbes de pression révèle, d'autre part, que les fluctuations sur l'abscisse de sortie X_S augmentent également avec l'amplitude du défaut.

f) effets de la longueur d'onde, du rapport de glissement et du rapport de rugosité sur les fluctuations de charge

Les courbes des figures 78, 79 et 80 montrent les fluctuations de la charge en fonction de la longueur d'onde pour différentes valeurs du rapport de glissement, pour un rapport de rugosité A_2/H_0 respectivement de 0,2; 0,4 et 0,6, pour $H_0 = 10^{-4}$. Les courbes de la figure 81 ont été obtenues pour $A_2/H_0 = 0,4$ et pour $H_0 = 10^{-5}$. On remarque :

- la similitude entre les courbes obtenues pour $\lambda = -1$, et pour $\lambda = +1$, pour les différentes valeurs de A_2/H_0 et de H_0 ; on note en particulier la présence d'un maximum de fluctuations pour $L_2 \simeq 0,02$, lorsque $\lambda = +1$ et pour $L_2 \simeq 0,08$ lorsque $\lambda = -1$.

- l'amplitude des fluctuations augmente avec le rapport de rugosité quels que soient le rapport de glissement et la longueur d'onde des défauts géométriques.

II.5 Lois approchées de comportement

Les différents résultats que nous venons de présenter montrent que les effets hydrodynamiques introduits par les ondulations ou les rugosités des surfaces sont complexes. Dans le but de dégager les tendances générales, nous montrerons dans les cas particuliers les plus représentatifs de la majorité des résultats obtenus, les effets successivement de la longueur d'onde des rugosités, du rapport de rugosité, du rapport de glissement sur la charge moyenne et sur les fluctuations de charge.

Rappelons que dans tous les résultats précédents H_0 est supposé indépendant du temps, qu'une surface est lisse; rappelons également qu'en roulement pur ($\lambda = 0$), il n'y a pas d'ambiguïté sur le champ de pression.

a) En roulement pur

Les courbes de la figure 82 montrent l'augmentation de charge du contact rugueux par rapport au contact lisse, en fonction de la longueur d'onde des défauts géométriques pour différentes valeurs du rapport de rugosité.

Les courbes de la figure 83 montrent l'augmentation de charge dans un contact rugueux par rapport au contact lisse, en fonction du rapport de rugosité pour différentes longueurs d'onde.

Les courbes de la figure 84 montrent les fluctuations relatives de charge en fonction du rapport de rugosité pour différentes valeurs de la longueur d'onde.

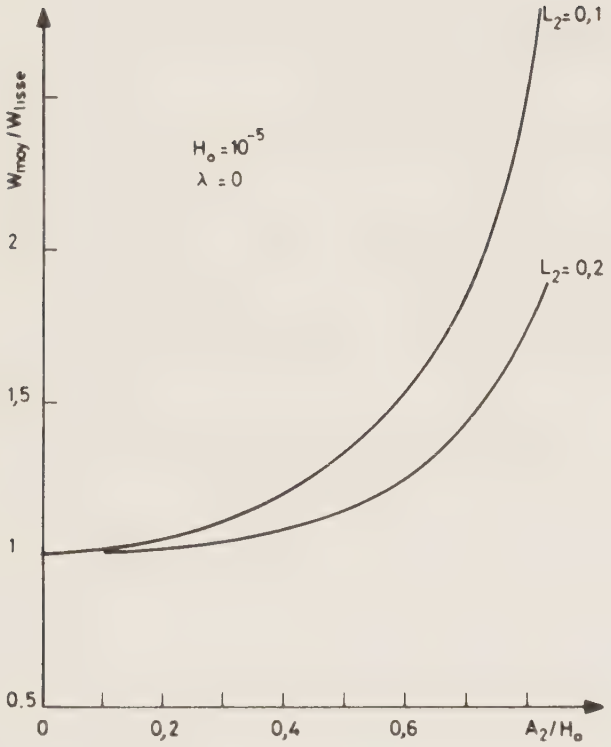


Fig.82 Augmentation de la charge portante en fonction du rapport de rugosité en roulement pur.

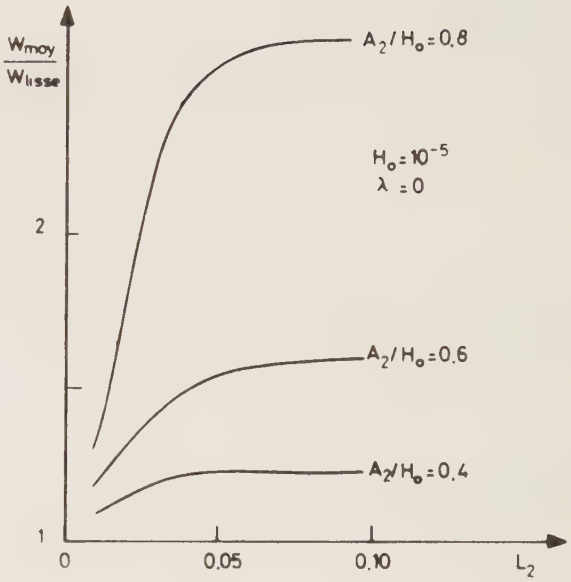


Fig. 83 Augmentation de la charge en fonction de la longueur des aspérités

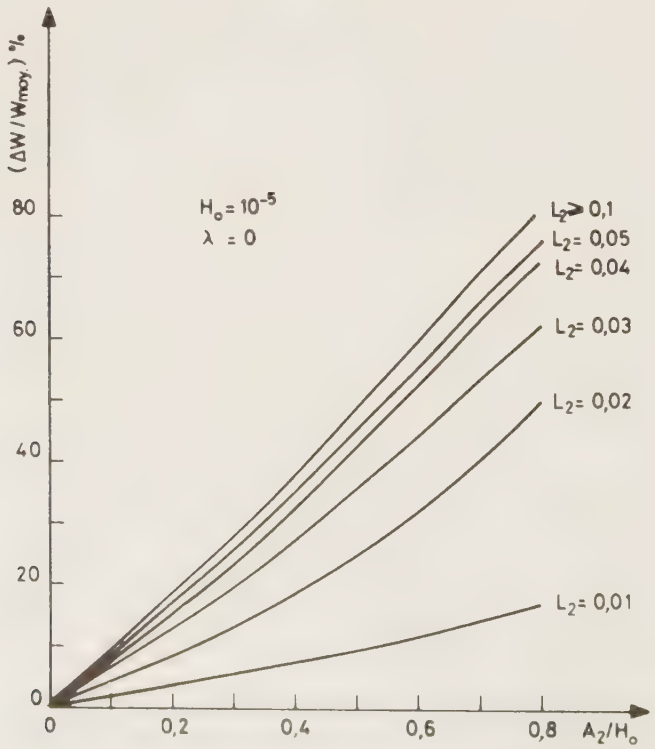


Fig.84 · Fluctuations de la charge en fonction du rapport de rugosité

b) En roulement et glissement ($\lambda \neq 0$)

Les courbes de la figure 85 montrent pour $L_2 = 0,1$, les fluctuations de charge, la charge moyenne en fonction du rapport de glissement pour différentes valeurs du rapport de rugosité.

Les courbes de la figure 86 montrent pour $A_2/H_0 = 0,4$, les fluctuations de charge, la charge moyenne en fonction du rapport de glissement pour différentes valeurs de la longueur d'onde.

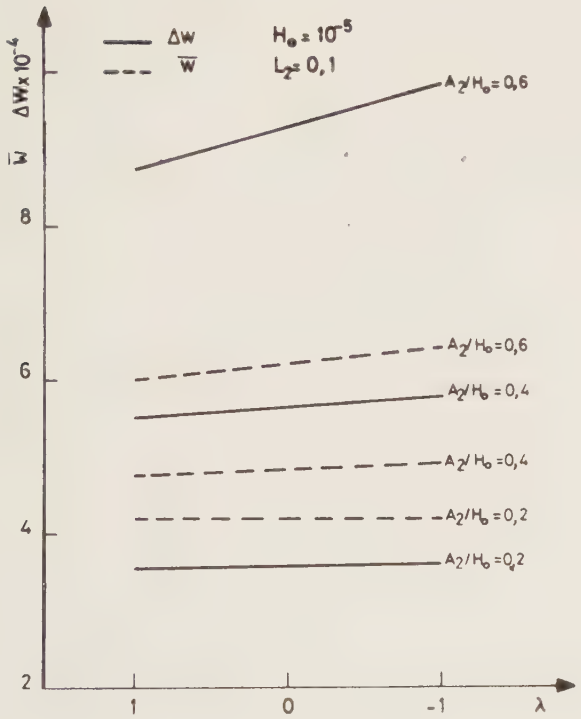


Fig.85 : Effet du rapport de glissement sur la capacité de charge.

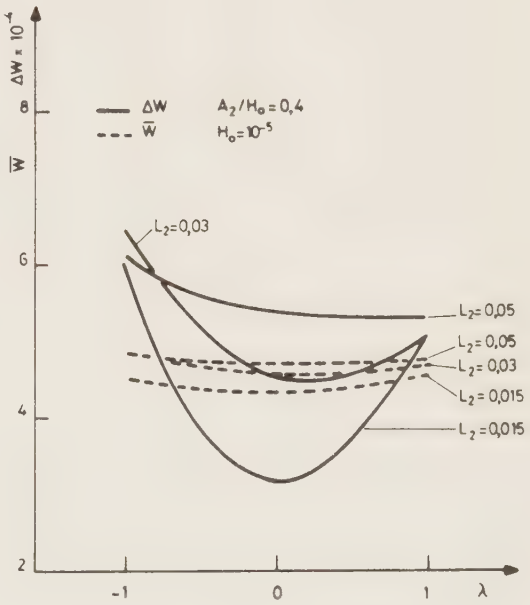


Fig.86 : Effet du rapport de glissement sur la capacité de charge.

Les courbes de la figure 87 montrent les variations de la charge moyenne, en fonction du rapport de rugosité pour différentes valeurs du rapport de glissement. Ces résultats ont été obtenus pour $L_2 = 5 \times 10^{-3}$, nous comparerons ultérieurement ces courbes avec celles que nous obtiendrons en supposant que la hauteur des aspérités est donnée par une loi statistique.

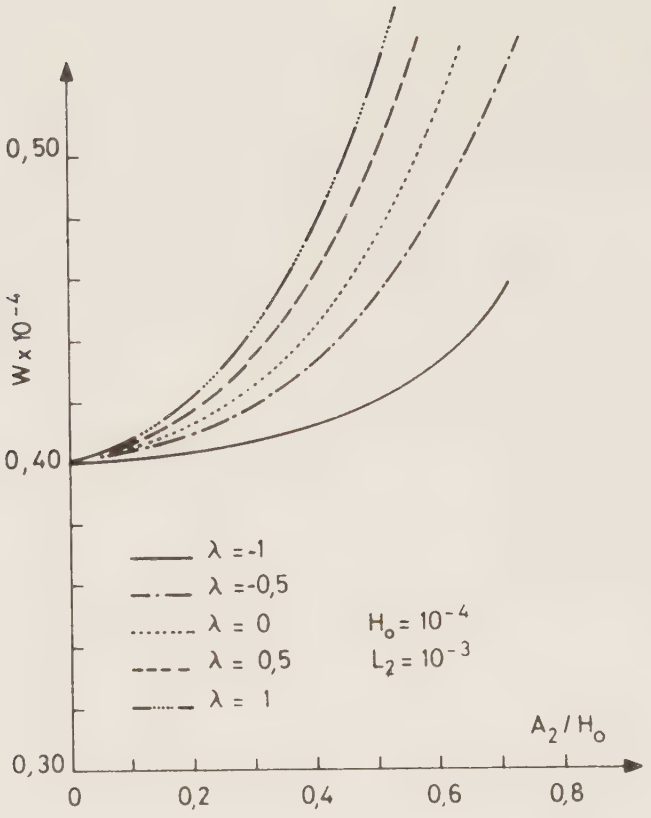


Fig. 87 : Effet du rapport de rugosité sur la capacité de charge.

c) Loi de variation de charge

Les résultats que nous avons présentés ne sont pas directement utilisables lorsque H_0 est une fonction explicite du temps. Nous avons en effet fait l'hypothèse d'une "succession d'états d'équilibre". Afin d'apprécier les limitations introduites par l'existence des effets transitoires dans l'application de nos résultats, nous donnerons une expression analytique approchée de la loi de charge du contact rugueux en roulement pur, ainsi qu'une solution analytique exacte qui prend en compte l'effet d'amortissement dans le film d'huile, (annexe F).

Les différents résultats que nous venons de présenter montrent que la charge portante peut être décrite, avec une erreur qui ne dépasse pas 10 %,par une loi de la forme :

$$W(\phi_2) = \frac{\alpha}{H_0} + \frac{\beta}{H_0} \sin \left|\phi_2 - \Psi\right| = \overline{W} + \Delta W \sin \left|\phi_2 - \Psi\right| \qquad \text{(III.7)}$$

dans cette expression α/H_0 représente la charge moyenne $\overline{W}$; $\frac{\beta}{H_0}$ représente l'amplitude des fluctuations ΔW autour de cette valeur ; ϕ est le paramètre qui décrit la position des aspérités à l'intérieur du contact et Ψ est le déphasage entre les différentes courbes donnant la charge en fonction de ϕ_2. Les paramètres W, ΔW et Ψ dépendent du rapport de glissement λ, du rapport de rugosité A_2/H_0 et de la longueur d'onde L_2 des aspérités. En roulement pur ces paramètres peuvent être décrits

pour : $L_2 > 0,2 \; ; \quad 0 < \frac{A_2}{H_0} < 0,8 \; ; \quad 5.10^{-5} < H_0 < 5.10^{-4}$

par les relations :

(III.8)
$$\begin{cases} \overline{W} = W_\ell \left| 1 + 1,16 \left(\frac{A_2}{H_0} \right)^{2,16} \right| \\ \Delta W = W_\ell \; 1,54 \left(\frac{A_2}{H_0} \right)^{1,36} \end{cases}$$

pour : $L_2 < 0,01 \quad 0 < \frac{A_2}{H_0} < 0,8 \quad \text{et} \quad 5.10^{-5} < H_0 < 5.10^{-4}$

par les relations :

(III.9)
$$\begin{cases} \overline{W} = W_\ell \left| 1 + 0,95 \left(\frac{A_2}{H_0} \right)^{2,02} \right| \\ \Delta W = W_\ell \; 240 \; L_2^{2,2} \left(\frac{A_2}{H_0} \right)^{1,25} H_0^{-0,34} \end{cases}$$

Dans ces relations W_ℓ est la capacité de charge quand les deux surfaces du contact sont lisses ($e_1 = e_2 = 0$), soit :

(III.10)
$$W_\ell = 0,408 \; / \; H_0$$

Ces résultats ont été obtenus, comme nous l'avons dit ci-dessus, en considérant une succession d'états d'équilibre, ce qui revient à négliger le terme d'amortissement $\partial h_0 / \partial t$. Ils ne sont pas directement applicables en régime transitoire, c'est à dire lorsque h_0 est une fonction du temps t. Nous montrerons dans le paragraphe suivant le domaine d'application de cette théorie, et définirons les cas où les phénomènes transitoires ne peuvent pas être négligés. Nous montrerons également que, outre les effets transitoires, il existe d'autres limitations à ce type d'études.

II.6 Domaine d'application des résultats précédents

II.6.1. Introduction

Les résultats précédents ont été obtenus en faisant un certain nombre d'hypothèses concernant l'écoulement. Les limitations de ce type de calcul sont de plusieurs ordres, elles apparaitront en particulier dans :

- l'effet du terme d'écrasement $\partial h_0 / \partial t$,
- l'effet du terme d'inertie $d^2 h_0 / dt^2$,
- les conditions aux limites,
- le comportement rhéologique du lubrifiant,
- l'équation de Reynolds proprement dite.

Nous tenterons dans ce qui suit, de définir les domaines dans lesquels l'étude que nous venons de présenter est applicable, nous proposerons ensuite le calcul statistique comme limite de cette étude, lorsque la longueur d'onde des défauts géométriques devient très faible.

II.6.2. Effets transitoires

a) Position du problème

L'étude des effets transitoires introduits par les rugosités ou les défauts de forme, peut se décomposer en deux :

- l'étude de la charge portante hydrodynamique lorsque le terme d'écrasement n'est pas négligeable. Ceci revient à calculer la fonction $\omega_{hyd} = \omega\ (h_0, \partial h_0/\partial t, t)$ pour des rugosités de hauteur et de longueur données, (annexe E).

- l'introduction de cette fonction dans l'équation de la dynamique écrite pour le mécanisme complet. Nous pouvons schématiser le mécanisme complet en supposant qu'une seule masse m sur laquelle s'exerce la force hydrodynamique ω_{hyd} et une force extérieure ω_{ext}, est mobile (figure 88). Nous avons alors :

$$m = \frac{d^2 h_0}{dt} = \omega_{hyd} - \omega_{ext} \qquad \text{(III.11)}$$

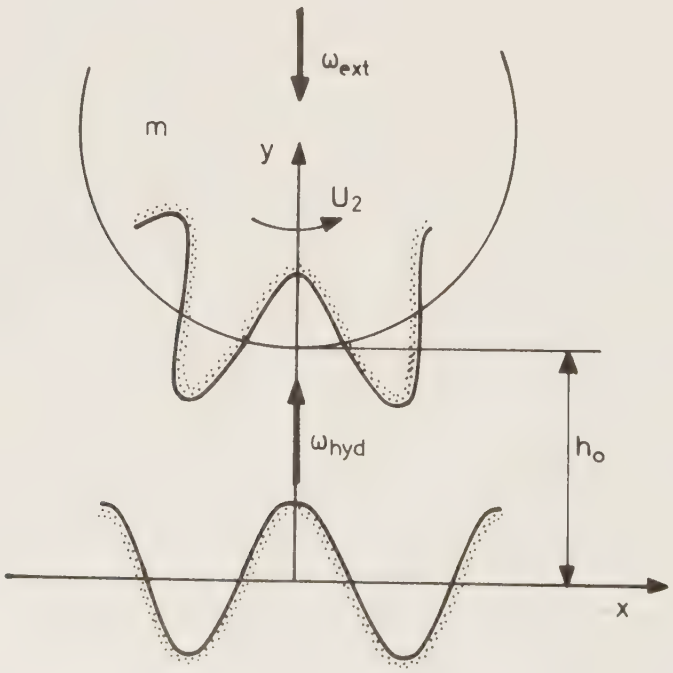


Fig. 88 : Régime transitoire

Nous supposerons dans ce qui suit que la charge extérieure ω_{ext} est constante. Les variations de h_0 en fonction du temps seront données par la résolution simultanée de l'équation hydrodynamique et de l'équation de la dynamique. La fréquence de vibration fondamentale de la masse m, est égale à celle de la sollicitation extérieure ω_{hyd} ; on peut donc en déduire que :

- lorsque la longueur d'onde des aspérités est très faible devant la longueur de la zone de pression, la fréquence des vibrations devient très élevée, les effets d'inertie (d^2h_0/dt^2) et d'amortissement ($\partial h_0/\partial t$) contribuent à maintenir l'épaisseur h_0 constante.

- lorsque la longueur d'onde des aspérités est très grande devant la longueur de la zone de pression, alors l'effet d'écrasement dans le film, les termes d'inertie sur le mécanisme complet deviennent négligeables, les fluctuations de charge tendent vers zéro si la charge extérieure ω_{ext} elle-même est constante.

Les résultats précédents seront donc applicables quand :

- l'effet d'inertie est prépondérant, alors $h_0 \simeq$ constante,
- l'effet d'inertie et le terme d'écrasement sont négligeables ; alors $\omega_{ext} = \omega_{hyd}\ (h_0)$.

Dans ces calculs,nous évaluerons le terme $\partial h_0/\partial t$ à partir de la relation III.7 donnée précédemment, nous poserons :

$$\text{(III.12)} \qquad \begin{cases} \theta = \Omega t \\ H_0 = \overline{H}_0 \ \left| 1 + \xi\ (\theta) \right| \end{cases}$$

où θ est le temps en variable non dimensionnée ; Ω est une vitesse angulaire arbitraire. $\overline{H}_0 . \xi\ (\theta)$ représente les variations dans le temps de H_0 autour de la valeur moyenne $\overline{H}_0$. Nous désignerons par ω_2 la vitesse angulaire du disque S_2, nous aurons alors : $\phi_2 = (2\pi U_2/\ell_2).t$. La période T des vibrations a pour valeur $T = \ell_2/U_2$, nous prendrons dans la suite de ces calculs :

$$\text{(III.13)} \qquad \Omega = 2\pi\ U_2\ /\ell_2 = \ 2\pi\ R_2\ \omega_2/\ell_2$$

Dans ces conditions, l'expression III.7 s'écrit :

$$\text{(III.14)} \qquad H_0(\theta) \ = \ \overline{H}_0 \ \left|1 + \xi\ (\theta)\right| \ = \ \frac{\alpha + \beta \sin\ (\theta-\Psi)}{W_{hyd}\ (\theta)}$$

Nous aurons une borne supérieure pour $\partial H_0/\partial\theta$ en supposant que W_{hyd}= constante; il vient en dérivant l'expression ci-dessus par rapport au temps θ en remarquant que $\overline{W}_{hyd} = \frac{\alpha}{\overline{H}_0}$ et en supposant α et β constants :

$$\text{(III.15)} \qquad \frac{\partial H_0}{\partial\theta} = \overline{H}_0 \ \frac{d\xi}{d\theta} \ = \ \overline{H}_0 \ \frac{\beta}{\alpha} . \ \text{Cos}\ (\theta-\Psi)$$

b) Effet du terme d'amortissement

Nous montrons dans l'annexe F, lorsque l'on tient compte du terme d'amortissement, que l'équation de l'écoulement s'écrit en variables sans dimension :

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{H + \lambda(e_2 + e_1) + \frac{2.R\,\Omega}{U_1 + U_2} .X. \frac{\partial H_0}{\partial \theta}}{(H + e_2 - e_1)^3} - H^* \qquad \text{(III.16)}$$

$\Lambda = \frac{2\,R\,\Omega}{U_1 + U_2}$ est un paramètre sans dimension qui caractérise l'effet d'amortissement du film. Les équations III.12 et III.16 montrent que l'effet du terme d'amortissement est négligeable quand :

$$\Lambda \frac{\partial H_0}{\partial \theta} << \overline{H}_0 \qquad \text{(III.17)}$$

Cette expression s'écrit encore compte tenu de III.7, III.13 et III.15 :

$$\frac{4\pi}{L_2} \cdot \frac{U_2}{U_1 + U_2} \cdot \frac{\Delta W}{W} << 1 \qquad \text{(III.18)}$$

L'effet d'amortissement dans le film sera donc négligeable si la relation ci-dessus est vérifiée. A l'aide des résultats donnés par les relations III.8 et III.9, on en déduit les conditions suivantes en roulement pur :

- pour des ondulations de surface :

$$9{,}5\ (A_2/H_0)^{1{,}36} << L_2$$

- pour des rugosités de surface :

$$1500\ L_2^{\,1{,}2}\ (A_2/H_0)^{1{,}25} .\ H_0^{\,-0{,}34} << 1$$

Ces relations montrent que le terme d'amortissement sera rarement négligeable pour des ondulations de surface. Aussi nous donnons en annexe, une solution numérique qui tient compte de cet effet.

Pour des rugosités de surface, nous allons maintenant montrer dans quelles conditions l'effet du terme d'inertie deviendra prépondérant.

c) Effet du terme d'inertie

L'équation de la dynamique III.11 s'écrit en désignant par B la largeur du disque :

$$\frac{m\,R\,\Omega^2}{6\mu(U_1 + U_2)\,B} \cdot \frac{d^2 H_0}{d\theta^2} = W_{hyd} - \frac{\omega_{ext}}{6\mu(U_1 + U_2)\,B}$$

ou en variable sans dimension :

$$M \frac{d^2H_0}{d\theta^2} = W_{hyd} - W_{ext}$$

Il vient compte tenu de III.14 :

$$M \frac{d^2H_0}{d\theta^2} = \frac{\alpha}{\bar{H}_0} + \frac{\beta}{\bar{H}_0} \sin(\theta - \Psi) - W_{ext}$$

ou encore compte tenu de III.12 :

$$M \bar{H} \frac{d^2\xi}{d\theta^2} + \xi \left| \frac{\alpha}{\bar{H}_0} + \frac{\beta}{\bar{H}_0} \sin(\theta - \Psi) \right| = \frac{\alpha}{\bar{H}_0} + \frac{\beta}{\bar{H}_0} \sin(\theta - \Psi) - W_{ext}$$

Pour des rugosités de surface, les variations de l'épaisseur du film seront faibles donc $\xi << 1$; par suite cette équation se réduit à :

$$\begin{cases} W_{ext} = \dfrac{\alpha}{\bar{H}_0} \\ M \bar{H}_0 \dfrac{d^2\xi}{d\theta^2} = \dfrac{\beta}{\bar{H}_0} \cdot \sin(\theta - \Psi) \end{cases}$$

Après intégration, il vient :

$$\xi = - \frac{\beta}{\bar{H}_0^2 \cdot M} \cdot \sin(\theta - \Psi)$$

Soit compte tenu de III.7 et III.12 :

$$H_0 = - \frac{\Delta W}{M} \sin(\theta - \Psi) + \bar{H}_0$$

Cette dernière relation montre que l'effet d'inertie sur le mécanisme complet sera prépondérant quand :

(III.19) $$M >> \frac{\Delta W}{\bar{H}_0}$$

Dans ces conditions, l'épaisseur H_0 restera pratiquement constante dans le temps et par là même, les effets d'amortissement seront négligeables.

d) Conclusions sur les effets transitoires

Les résultats obtenus au paragraphe II.4 sont directement applicables dans le cas des rugosités de surface si :

$$M >> \frac{\Delta W}{\bar{H}_0}$$

Cette relation peut s'écrire compte tenu de III.7 et de III.9 :

$$M >> \frac{240\ L^{2,2}\ \left(\frac{A_2}{H_0}\right)^{1,25}\ .\ H_0^{-0,34}}{1 + 0,95\ \left(\frac{A_2}{H_0}\right)^{2,02}}\ .\ W_{ext}$$

En roulement pur en variables dimensionnées, on obtient :

$$\frac{m\ U^2}{R} >> 6.\left[\frac{L_2^{4,2}\ \left(\frac{A_2}{H_0}\right)^{1,25}\ .\ H_0^{-0,34}}{1 + 1,16\ \left(\frac{A_2}{H_0}\right)^{2,02}}\right].\ \omega_{ext} \qquad \text{(III.20)}$$

Cette relation montre qu'il existe une vitesse de rotation du disque au dessus de laquelle les phénomènes d'inertie seront négligeables. Cette vitesse de rotation augmente avec la longueur des défauts géométriques, avec le rapport de rugosité. A titre d'exemple, considèrons un contact ayant les caractéristiques suivantes : $\omega_{ext} = 1000$ N ; $U_2 = 10$ m/s; $R = 2.10^{-2}$ m ; $m = 1$ kg , $A_2/H_0 = 1$; on en déduit :

$$L_2 << 1$$

Ces résultats montrent que l'étude hydrodynamique des surfaces présentant des défauts géométriques peut être faite en régime quasi permanent, c'est à dire, lorsque le temps n'intervient pas explicitement, dans les deux cas particuliers suivants :

- pour des défauts géométriques de faible longueur d'onde (rugosités).
- pour des défauts géométriques de grande longueur d'onde, (erreur géométrique dûe à l'usinage par exemple).

Pour des défauts géométriques compris entre ces deux extrêmes, il importe, avant toute chose, d'analyser soigneusement le comportement dynamique de l'ensemble du mécanisme pour pouvoir décrire les phénomènes hydrodynamiques.

II.6.3. Autres limitations à ce type d'étude

Des limitations à la validité de ce type de calcul apparaissent également dans :

- les conditions aux limites,
- le comportement rhéologique du lubrifiant,
- l'équation de l'écoulement.

Nous savons qu'en régime permanent ou faiblement variable dans le temps, les conditions aux limites de Reynolds sur la continuité du débit décrivent parfaitement les observations expérimentales. Dans le cas des surfaces rugueuses, nous avons mis en évidence les fluctuations dans le temps des paramètres de l'écoulement (charge, débit, contrainte de cisaillement) (annexe C) ; la fréquence de ces fluctuations augmente quand :

- la vitesse des surfaces augmente,
- la longueur des défauts diminue.

Nous savons par ailleurs que lorsque cette fréquence augmente, c'est à dire, quand le temps de transit du lubrifiant dans le contact diminue :

a) l'hypothèse de piezo-viscosité du fluide est actuellement remise en cause, |216-218|

b) le comportement rhéologique du fluide n'est plus newtonien, |170|

c) les termes d'inertie dans les équations de Navier ne sont plus négligeables, |207|

d) l'écoulement ne sera plus laminaire, |245|

e) le milieu ne sera plus continu, il y aura apparition de cavités dans le liquide. Nous discuterons plus longuement de ce phénomène dans le chapitre V.

Les données tant théoriques qu'expérimentales sont actuellement insuffisantes pour chiffrer précisément les différents phénomènes mentionnés ci-dessus. Notons toutefois que :

- la constante de temps pour l'établissement de la viscosité d'une huile soumise à un échelon de pression paraît être de l'ordre de 10^{-2} s. Ainsi au dessus d'une fréquence f de fluctuation de l'ordre de 100 Hz, le comportement du fluide serait pratiquement équivisqueux.

- le comportement non newtonien, les phénomènes d'inertie, le phénomène de cavitation semblent être négligeables lorsque le temps de transit de l'huile dans un contact est inférieur à 10^{-4} s.

Par extrapolation on peut donc avancer la fréquence de 10 KHz comme limite supérieure approximative au delà de laquelle des limitations à la validité des résultats présentés dans le paragraphe II.4 apparaîtront.

Enfin, il existe des limitations d'ordre numérique à ce type de calcul, car si le nombre d'aspérités à l'intérieur du contact devient important, le calcul numérique qui nécessite une dimension de "maille" petite devant la longueur d'une aspérité devient impossible.

III - CONCLUSIONS SUR CETTE ETUDE

Dans cette étude menée pour des défauts géométriques d'expression mathématique simple (sinusoïde) avec des conditions aux limites conventionnelles (pression nulle pour une abscisse Xe donnée, continuité du débit instantané pour une abscisse Xs déterminée lors du calcul), nous avons montré que :

1°) le champ de pression subit des fluctuations dans l'espace et dans le temps, la charge subit des fluctuations dans le temps, ces fluctuations

- augmentent avec le rapport de rugosité,
- diminuent lorsque la longueur des défauts géométriques est importante

et ceci quelle que soit la valeur de glissement.

2°) à la sortie du contact, il existe une zone où la cavitation peut apparaître. La largeur de cette zone :

- augmente avec l'amplitude des défauts géométriques,
- augmente avec la valeur absolue du rapport de glissement.

3°) lorsque l'amplitude des défauts est grande, ou lorsque leur longueur est faible, nous avons d'autre part mis en évidence la non unicité du champ de pression pour des valeurs non nulles du rapport de glissement. Le choix entre les différentes répartitions possibles est fait grâce au concept du minimum d'énergie.

CHAPITRE IV

L'HYDRODYNAMIQUE-L'ELASTOHYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES MODELE STATISTIQUE

I - INTRODUCTION

Nous avons vu dans le chapitre précédent que si le modèle sinusoïdal choisi pour représenter la surface est intéressant pour décrire les défauts de forme, tels que les ondulations des surfaces, il apparait des limitations au bien fondé de ce type de calcul lorsque la longueur d'onde des défauts géométriques devient très petite devant l'arc de pression, c'est à dire dans le cas des rugosités de surface.

Dans ce qui suit,nous traiterons de l'hydrodynamique des surfaces rugueuses, lorsque la longueur d'onde des aspérités est très petite devant l'arc de pression et lorsque la hauteur des rugosités est décrite d'une manière statistique. Nous montrerons (paragraphe II.2) que dans certains cas, les conditions aux limites habituellement utilisées dans ces calculs statistiques ne peuvent pas être justifiées physiquement, nous proposerons donc de nouvelles conditions aux limites. Après avoir décrit le modèle mathématique utilisé pour rendre compte de la rugosité des surfaces (paragraphe II.3) et les méthodes de calcul qui nous ont permis de déterminer la charge moyenne et les fluctuations de pression (paragraphe II.4), nous montrerons l'influence de la rugosité des surfaces sur ces deux paramètres, en utilisant d'une part des conditions aux limites classiques, et d'autre part les conditions aux limites originales que nous justifierons en cours d'étude (paragraphe II.5). Enfin (paragraphe III), nous comparerons les résultats obtenus par les calculs statistiques avec les deux types de conditions aux limites, avec ceux obtenus dans le chapitre précédent avec le modèle sinusoïdal. Nous montrerons en particulier que :

- en roulement pur, les écarts entre les résultats obtenus par ces différents calculs sont très faibles; la surface quelle que soit sa géométrie exacte peut, du point de vue de la charge hydrodynamique, être caractérisée par un seul paramètre qui est la rugosité R.M.S.

- les conditions aux limites classiques utilisées dans les calculs statistiques ne peuvent plus être justifiées physiquement en roulement et glissement; ce cas correspond précisément à celui pour lequel nous avons mis en évidence dans le chapitre précédent, en utilisant le modèle sinusoïdal, la non unicité de la répartition de pression.

Nous aborderons enfin l'élastohydrodynamique des surfaces rugueuses au paragraphe IV, nous calculerons la capacité de charge du contact élastohydrodynamique rugueux, en choisissant le modèle de Grubin (paragraphe IV.2), puis nous déterminerons le champ de pression à l'aide de la théorie de Dowson et Higginson (paragraphe IV.3).

II - L'HYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES

II.1 Hypothèses de base

Puisque la théorie développée dans le chapitre précédent ne permet pas de calculer le champ de pression lorsque la longueur d'onde devient très petite devant la longueur de l'arc de pression, nous admettrons que l'équation de Reynolds généralisée et que les conditions aux limites sur le débit moyen $\overline{q}_x$, dont nous discuterons plus loin, sont vérifiées dans un contact entre deux surfaces rugueuses. La deuxième hypothèse implique, si l'on se reporte aux équations III.2 et III.3, que le paramètre h^* considéré comme constant, donc indépendant du temps pour des surfaces lisses, le soit également pour des surfaces rugueuses. Ces hypothèses ont été retenues par les chercheurs quand l'état de surface est décrit par des méthodes statistiques.

La condition $\overline{q}_x$ = constante est à contraster avec la condition $q_x = f(t)$ qui découlait dans les calculs précédents des conditions aux limites de Reynolds sur le débit instantané.

II.2 Conditions aux limites

Dans ce qui suit, nous désignerons par $\overline{p}$, la valeur moyenne de la pression en un point x de l'écoulement, et par $\frac{\partial \overline{p}}{\partial x}$, la valeur moyenne du gradient de pression. Nous allons maintenant montrer qu'il existe en général plusieurs répartitions de pression qui satisfont toutes aux conditions aux limites de Reynolds sur la continuité du débit moyen. On peut en effet envisager les quatre possibilités décrites ci-dessous.

Nous avons tracé sur la figure 89, l'allure des répartitions de pression à la sortie du contact, telles qu'elles existent à différents instants donnés pour différentes valeurs du paramètre h^*. Décrivons maintenant les hypothèses faites dans chacun de ces cas.

a) on suppose ici (figure 89 a) que pour tout instant t, il existe un point d'abscisse x_s tel qu'en ce point $p = dp/dx = 0$; c'est la condition à la limite utilisée dans le chapitre précédent, elle implique que le paramètre h^* soit déterminé à un instant donné pour une configuration géométrique donnée, par suite h^* est une fonction implicite du temps, $h^* = h^*(t)$.

b) on suppose ici, d'une part que le fluide ne peut pas subir de tensions importantes, d'autre part que, pour tout temps t, la pression s'annule en un point d'abscisse x_s. Le champ de pression moyen $\overline{p}$ et donc le paramètre h^* seront déterminés de sorte que, pour un point d'abscisse $\overline{x}_s$, on ait $\overline{p} = d\overline{p}/dx = 0$. Pratiquement, on détermine la pression maximale dans le contact et donc h^* (courbe 0, figure 89 b) de sorte que pour cette courbe on ait en un point d'abscisse x_s : $\overline{p} = \overline{dp}/dx = 0$; on peut alors facilement montrer que les conditions sur la pression moyenne découlent de cette écriture.

c) le raisonnement est analogue à celui décrit ci-dessus ; on suppose donc que le fluide ne peut pas subir de tensions importantes ; toutefois au lieu d'annuler les fluctuations maximales de pression à la sortie du contact, nous annulerons ici la variance de la pression (figure 89 d).

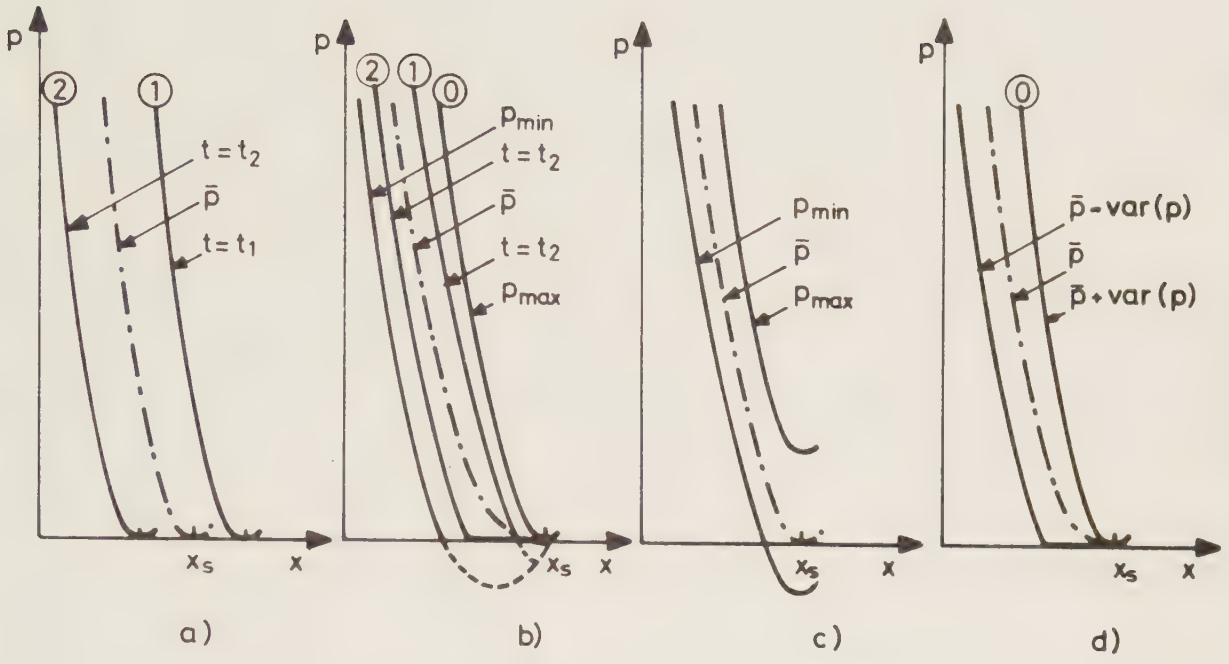


Fig. 89 : Conditions aux limites

d) on suppose ici que le fluide peut subir des tensions et que les fluctuations de pression peuvent être quelconques au voisinage du point de rupture du film ; le paramètre h^* est alors déterminé de sorte que, compte tenu de ces tensions, pour un point d'abscisse x_s, la condition $\bar{p} = d\bar{p}/dx = 0$ soit vérifiée (figure 89 c).

Ces différentes conditions appellent les commentaires suivants :

- les conditions mentionnées en c sont celles habituellement utilisées par les auteurs lorsque la rugosité des surfaces est décrite par un modèle statistique ; nous constatons ici que ces conditions ne sont pas réalistes du point de vue physique.

- les conditions aux limites originales, mentionnées en d, nous semblent physiquement plus vraisemblables; nous comparerons plus loin les résultats obtenus par ces différents calculs.

- la distinction entre les conditions aux limites mentionnées en b, c et d n'est plus possible si les fluctuations de pression s'annulent pour un point d'abscisse x_s. Nous montrerons que ceci se produit en roulement pur ($\lambda = 0$). En conséquence, il n'existera pas d'ambiguïté dans la détermination du champ de pression en roulement pur; nous noterons également que la méthode statistique décrite dans ce chapitre comme la méthode sinusoïdale décrite dans le chapitre précédent conduisent à des ambiguïtés dans la détermination du champ de pression lorsqu'un glissement existe au contact.

II.3 Modèle statistique de la surface

Les mesures des états de surface montrent que la hauteur ε_i des rugosités est une variable aléatoire pour laquelle il est possible de déterminer la fonction densité de probabilité f (ε_i). De nombreuses études ont établi que, pour des surfaces métalliques neuves, c'est à dire non usées par frottement, la fonction densité de probabilité peut être décrite avec une bonne approximation, soit par la loi de probabilité de Gauss, soit par une loi polynominale de la forme $f(\varepsilon_i) = K_i\ (a_i^n - \varepsilon_i^n)^p$; a_i représente la hauteur maximale des rugosités ($-a_i < \varepsilon_i < +a_i$), K_i est un coefficient déterminé par la condition de normalité, n et p sont deux exposants déterminés expérimentalement, dans la suite de ce travail; nous choisirons avec Tzeng et Saibel [193] : n = 2, p = 2 (figure 90).

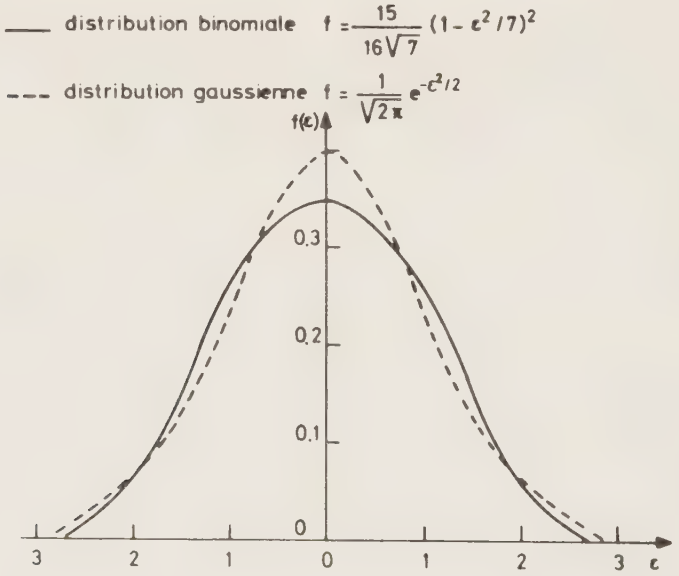


Fig.90 : Fonctions densité de probabilité

La probabilité S pour que la hauteur d'une rugosité soit comprise entre ε_i et $\varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i$ est égale à :

$$S = \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i} f(\varepsilon_i)\, d\varepsilon_i \qquad \text{(IV.1)}$$

La probabilité pour que la hauteur d'une rugosité soit comprise entre $-a_i$ et $+a_i$ est égale à 1; c'est la condition de normalité, soit :

$$\int_{-a_i}^{a_i} K_i \left(a_i^2 - \varepsilon_i^2\right)^2 d\varepsilon_i = 1 \quad \text{il vient : } K_i = \frac{15}{16} a_i^{-5} \qquad \text{(IV.2)}$$

L'écart type σ_i sur la hauteur des rugosités qui, par définition,est donné par la relation :

$$\sigma_i^2 = \int_{-a_i}^{+a_i} \varepsilon_i^2 \; f(\varepsilon_i)\, d\varepsilon_i = \frac{a_i^2}{7} \qquad \text{(IV.3)}$$

s'écrit : $\sigma_i \sim \dfrac{a_i}{2{,}65}$

La pression moyenne $\overline{p}$, la variance de la pression var(p) seront données respectivement par les relations :

$$\overline{p}\,(x, a_i) = \int_{-a_i}^{+a_i} p\,(x, \varepsilon_i).\, f\,(\varepsilon_i).\, d\varepsilon_i$$

$$\mathrm{var}(p)^2 = \int_{-a_i}^{+a_i} \left[p\,(x, \varepsilon_i) - \overline{p}\right]^2 .f\,(\varepsilon_i).\, d\varepsilon_i$$

II.4 Méthodes de calcul

II.4.1 Champ de pression moyenne

Nous calculons ici la loi de variation de la pression moyenne, $\overline{p}$, en fonction de l'abscisse x. Lorsque les rugosités sont portées par la surface 2 et que la surface 1 est lisse, la relation III.4 ,

$$\frac{dP}{dX} = \frac{\mu + \lambda e_2 - H^*}{(H + e_2)^3}$$

s'applique. Ecrivons dans ce cas particulier $e = e_2$, et développons en série le dénominateur, il vient :

(IV.6) $$\frac{dP}{dX} = \left[\frac{H - H^*}{H^3} + \frac{\lambda e}{H^3}\right]\left[1 - 3\frac{e}{H} + 6\left(\frac{e}{H}\right)^2 + \ldots\right]$$

La valeur moyenne du gradient de pression s'écrit, compte tenu de IV.3, de IV.4,et en remarquant que la valeur moyenne de la hauteur des rugosités est nulle :

(IV.7) $$\overline{\frac{dP}{dX}} = \frac{H - H^*}{H^3}\left[1 + 6\frac{\sigma^2}{H^2} + \ldots\right] - \frac{3\lambda}{H^2}\frac{\sigma^2}{H^2} + \ldots$$

Par intégration, nous obtenons la pression moyenne :

(IV.8) $$\overline{P} = \int_{X_e}^{X} \frac{H - H^*}{H^3}\left[1 + 6\frac{\sigma^2}{H^2} + \ldots\right] dX - \lambda\int_{X_e}^{X} \frac{1}{H^2}\left(\frac{3\sigma^2}{H^2} + \ldots\right) dX$$

Rappelons que dans cette analyse, le paramètre H^* est considéré comme une constante, indépendante en particulier de la position des rugosités dans le contact.

II.4.2 Fluctuations de pression

En un point d'abscisse X, le gradient de pression subit des fluctuations provoquées par le passage des rugosités; de même en deux points voisins A et B, figure 91, pour lesquels la hauteur des rugosités est respectivement -e et +e, le gradient de pression varie de la quantité $2.\Delta\left(\frac{dP}{dX}\right)$; si nous supposons que la pente des aspérités est grande devant celle du profil moyen, nous aurons :

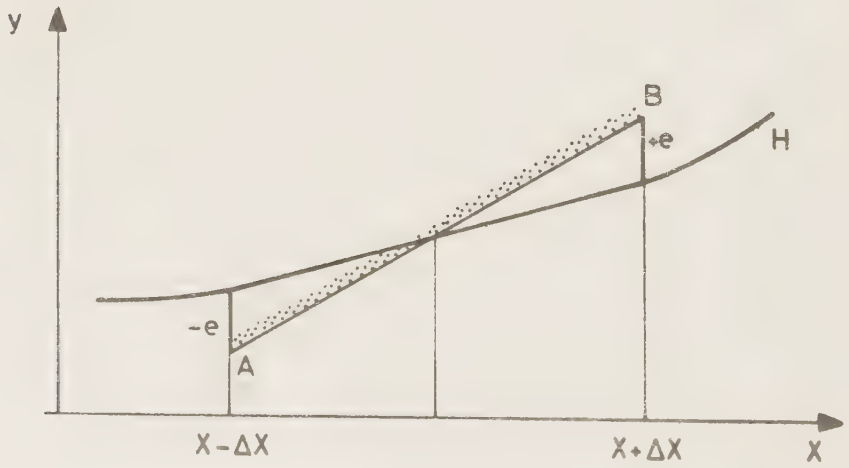


Fig. 91 : Micro-géométrie de la surface

(IV.9) $$\Delta \left(\frac{dP}{dX}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{dP}{dX}(X, e) - \frac{dP}{dX}(X, -e)\right]$$

Il vient, compte tenu de IV.6 :

(IV.10) $$\Delta \left(\frac{dP}{dX}\right) \simeq \left(-3\,\frac{H - H^*}{H^3} + \frac{\lambda}{H^2}\right)\frac{e}{H} + \ldots$$

Nous aurons en intervertissant, dans cette expression, les signes d et Δ :

(IV.11) $$P = \int_{X-\Delta X}^{X+\Delta X}\left[\left(-3\,\frac{H - H^*}{H^3} + \frac{\lambda}{H^2}\right)\frac{e}{H} + \ldots\right] dX$$

Considérons une aspérité triangulaire dont l'équation est donnée par (figure 50) :

(IV.12) $$e = \pm \frac{4A}{L}(X - Xo)$$

où Xo est un paramètre quelconque qui positionne la rugosité dans le contact. Les fluctuations de pression ont pour valeur après intégration de IV.11, compte tenu de IV.12, et en remarquant que, ici aussi, la longueur des aspérités est très faible devant l'arc de pression :

(IV.13) $$\Delta P \simeq \left[-3\,\frac{H - H^*}{H^4} + \frac{\lambda}{H^3}\right]\cdot\frac{AL}{4} + \ldots$$

La variance pour la pression a pour valeur, compte tenu de IV.4 et de IV.3 :

(IV.14) $$\mathrm{var}(P) = \left[-3\,\frac{H-H^*}{H^4} + \frac{\lambda}{H^3}\right]\frac{\sigma . L}{4}$$

II.4.3 Conditions aux limites

Le champ de pression et donc la charge sont calculés avec la condition à l'entrée du contact :

$$\overline{P} = 0 \quad \text{pour } X_e = -0{,}2$$

Les conditions à la sortie du film sont celles décrites au paragraphe II.2 en b, c et d. Elles s'écrivent respectivement :

condition b :

(IV.15) $$\begin{cases} \overline{P} + \Delta P = 0 \\ \dfrac{d}{dX}\left[\overline{P} + \Delta P\right] = 0 \\ P(X, e) > 0 \end{cases} \qquad \text{pour } X = \overline{X}_s$$

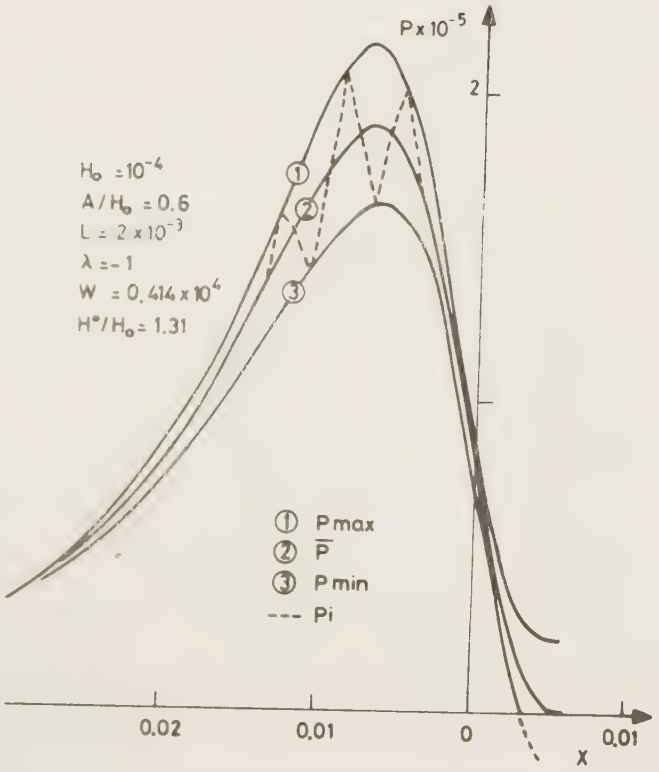


Fig. 92 : Modèle statistique. Champ de pression

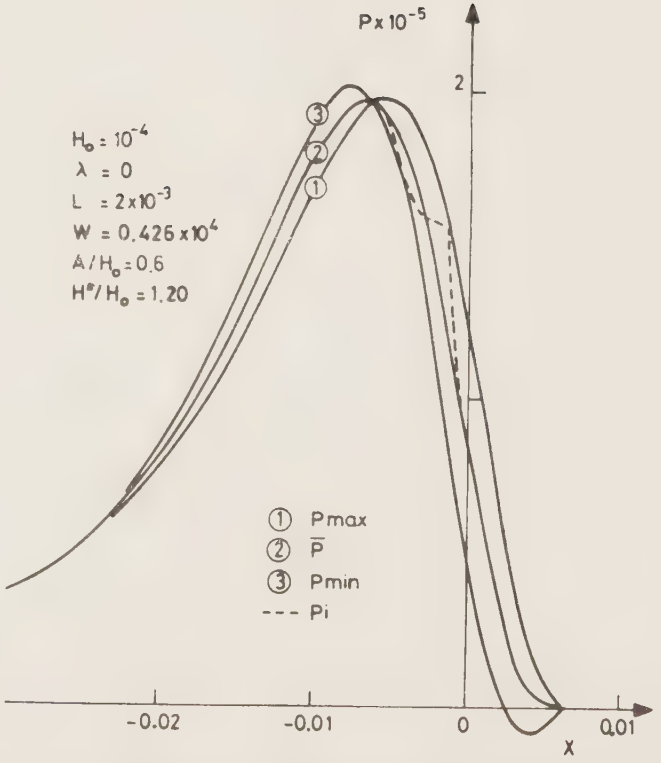


Fig. 93 : Modèle statistique . Champ de pression.

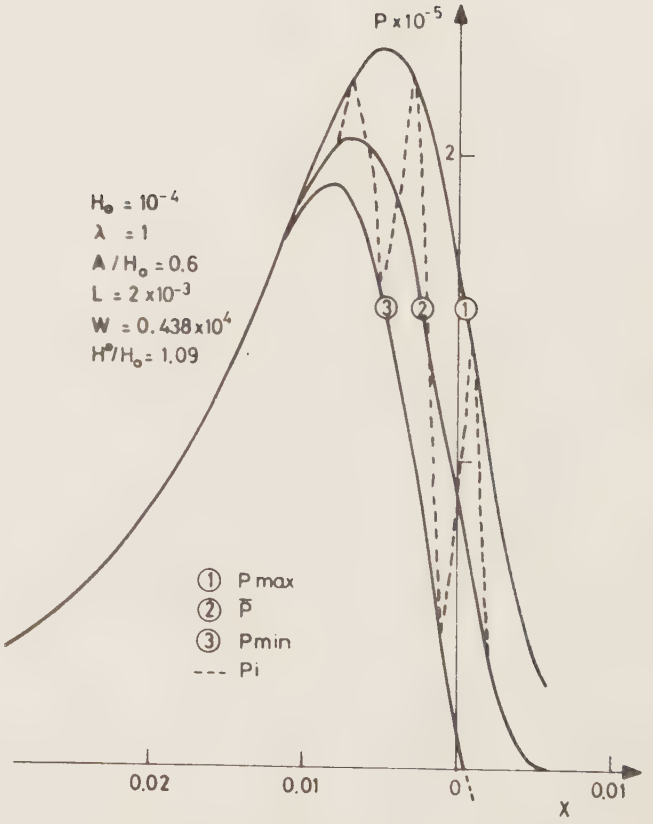


Fig. 94 : Modèle statistique. Champ de pression.

condition c

$$(IV.16)\qquad \begin{cases} \overline{P} + \mathrm{var}(P) = 0 \\ \dfrac{d}{dX}\left[\overline{P} + \mathrm{var}\,(P)\right] = 0 \qquad \text{pour } X = \overline{X}_s \\ P\,(X, e) > 0 \end{cases}$$

condition d

$$(IV.17)\qquad \begin{cases} \overline{P} = 0 \\ \dfrac{d\overline{P}}{dX} = 0 \end{cases} \quad \text{pour } X = \overline{X}_s$$

Les relations IV.7, IV.8, IV.13 et IV.14 permettent de définir complètement ces conditions aux limites et par suite le paramètre H^* qui apparait dans les relations IV.7 et IV.8.

II.5 Résultats

L'équation IV.8 a été intégrée numériquement; les méthodes utilisées pour ces calculs sont identiques à celles mentionnées dans le chapitre III et développées dans l'annexe A. Nous présenterons ici les résultats relatifs aux :

- conditions aux limites classiques, (figure 89 d), et qui sont décrites par le système IV.17.
- conditions aux limites originales, (figure 89 c), et qui sont décrites par le système IV.16.

Nous ne présenterons pas les résultats correspondant aux conditions aux limites définies par le système IV.15, car du point de vue statistique ces conditions correspondent à une probabilité nulle.

II.5.1 Calcul statistique classique

Les courbes des figures 92, 93 et 94 montrent les variations de la pression moyenne dans le contact et les limites P_{max}, P_{min} des fluctuations de la pression pour respectivement $\lambda = -1$, $\lambda = 0$, $\lambda = +1$. Ces courbes sont à rapprocher de celles, figures 69, 70 et 71, obtenues dans le chapitre précédent par le modèle sinusoïdal. Sur ces figures, nous avons d'autre part tracé en pointillé l'allure à un instant donné du champ de pression qui est donc compris entre P_{max} et P_{min}. On constate, lorsque la vitesse de glissement n'est pas nulle, que la pression maximale qui peut apparaître à la sortie du contact ne s'annule pas. La valeur de cette pression au point d'abscisse X_s où $\overline{P} = \dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x} = 0$, est donnée en fonction du rapport de glissement et pour différentes valeurs du rapport de rugosité par les droites de la figure 95.

Les courbes des figures 96 et 97 montrent respectivement les variations de la charge portante, du débit d'huile en fonction du rapport de rugosité et pour différentes valeurs du rapport de glissement. On constate que :

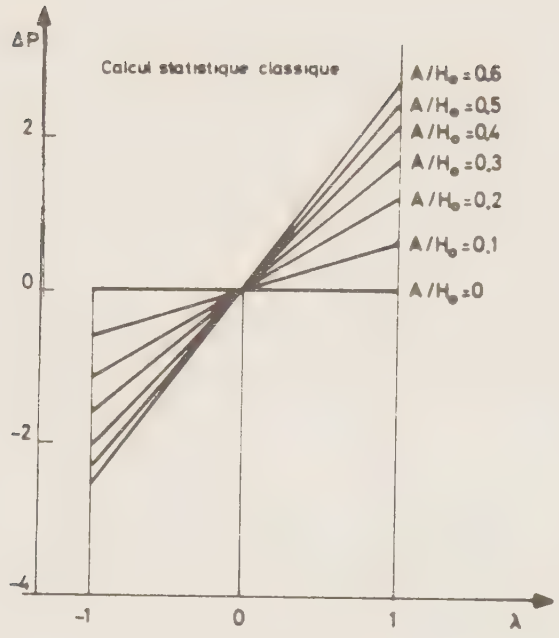


Fig. 95: Pression à la sortie du film.

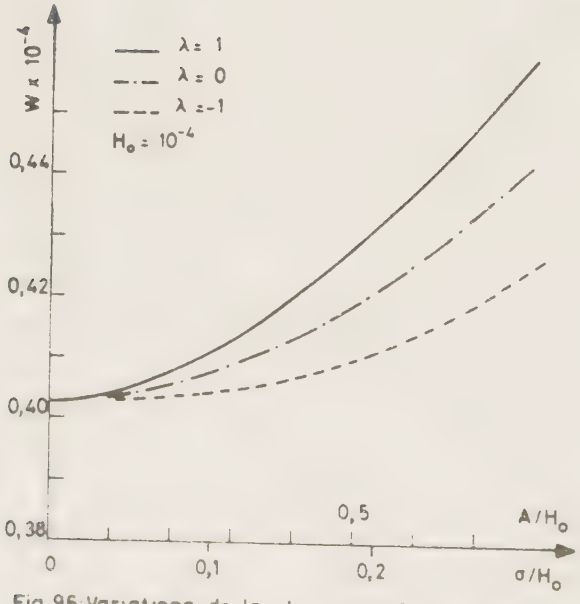


Fig. 96: Variations de la charge en fonction du rapport de rugosité

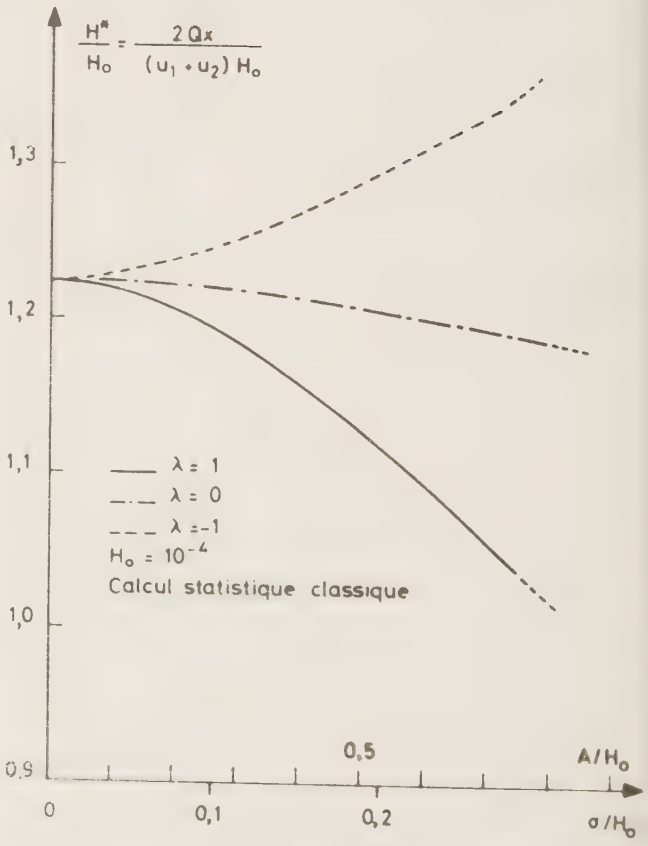


Fig. 97: Variation du débit en fonction du rapport de rugosité

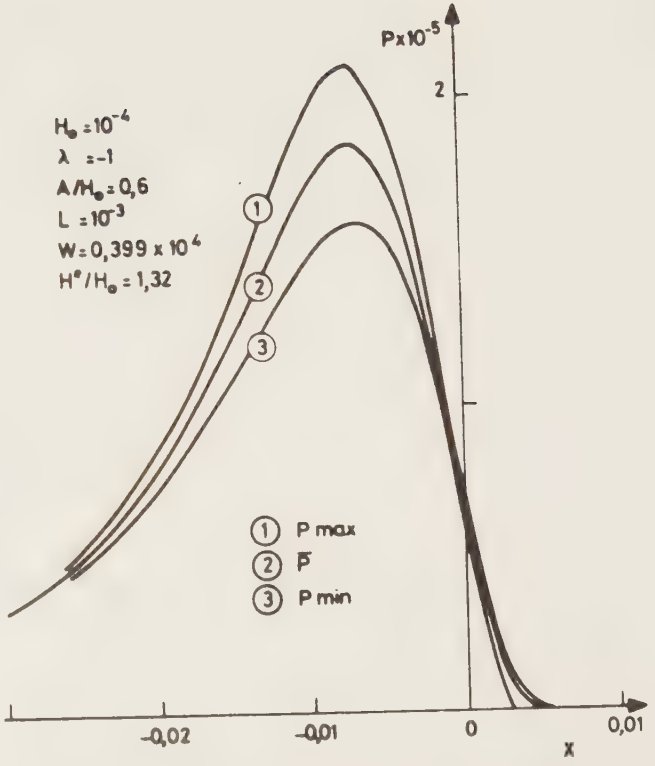


Fig. 98 : Modèle statistique. Champ de pression

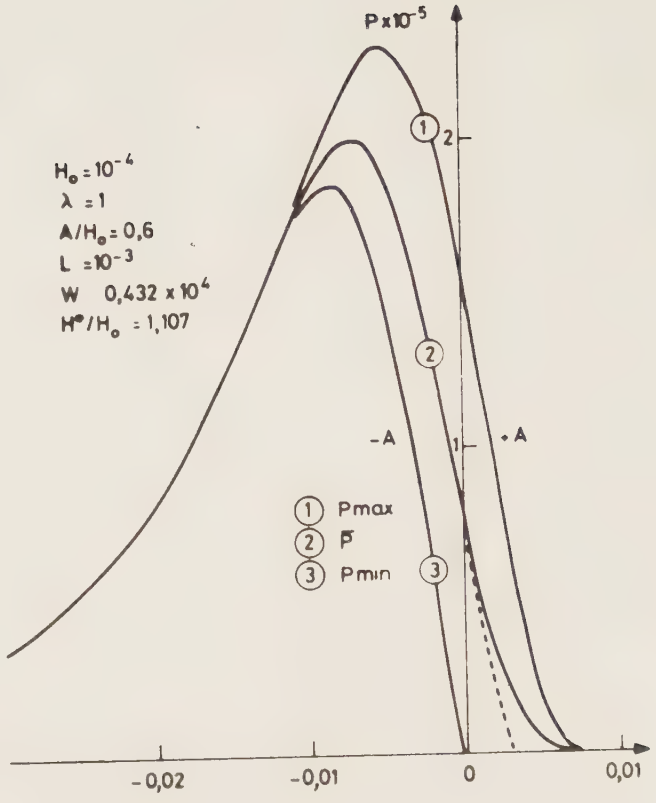


Fig. 99 : Modèle statistique. Champ de pression

- en roulement pur, la capacité de charge augmente avec le rapport de rugosité ;cette variation peut être décrite par la loi :

$$W_r = W_\ell \left[1 + 1{,}8 \cdot 10^{-1} \left(\frac{A}{H_0}\right)^2 + \ldots \right] \qquad \text{(IV.18)}$$

ou encore en faisant apparaître l'écart type σ :

$$W_r = W_\ell \left[1 + 1{,}26 \frac{\sigma^2}{{h_0}^2} + \ldots \right]$$

- en roulement et glissement, la charge augmente avec le rapport de rugosité, cette augmentation est plus importante quand la rugosité est portée par la surface lente.

- le débit d'huile en glissement pur,augmente avec le rapport de rugosité quand la rugosité est portée par la surface rapide, diminue avec le rapport de rugosité dans le cas contraire.

II.5.2 Calcul statistique modifié

Les courbes de pression données dans le paragraphe ci-dessus (figures 92 et 94) et les droites de la figure 95 montrent que la pression maximale à la sortie du contact ne s'annule que dans le cas où le rapport de glissement est nul ; les calculs numériques,non présentés ici, montrent que cette conclusion se vérifie quelle que soit la valeur du rapport de rugosité et quelle que soit la longueur d'onde des aspérités. Ce résultat difficilement acceptable sur le plan physique nous a conduit à définir les nouvelles conditions aux limites définies dans le paragraphe II.2. Les courbes des figures 98 et 99 montrent les limites de fluctuation de la pression, lorsque nous supposons que la pression maximale doit s'annuler à la sortie du contact.

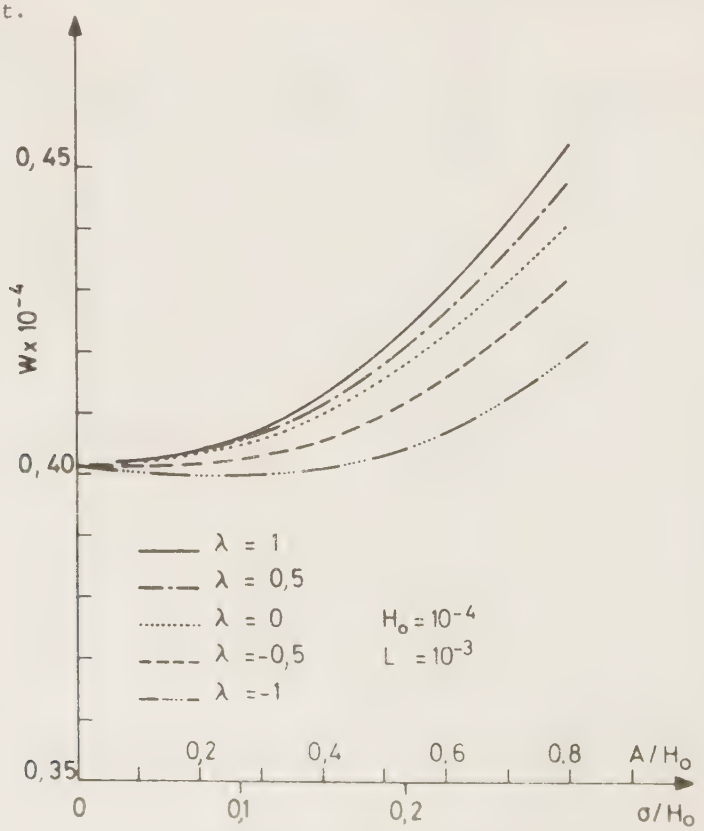
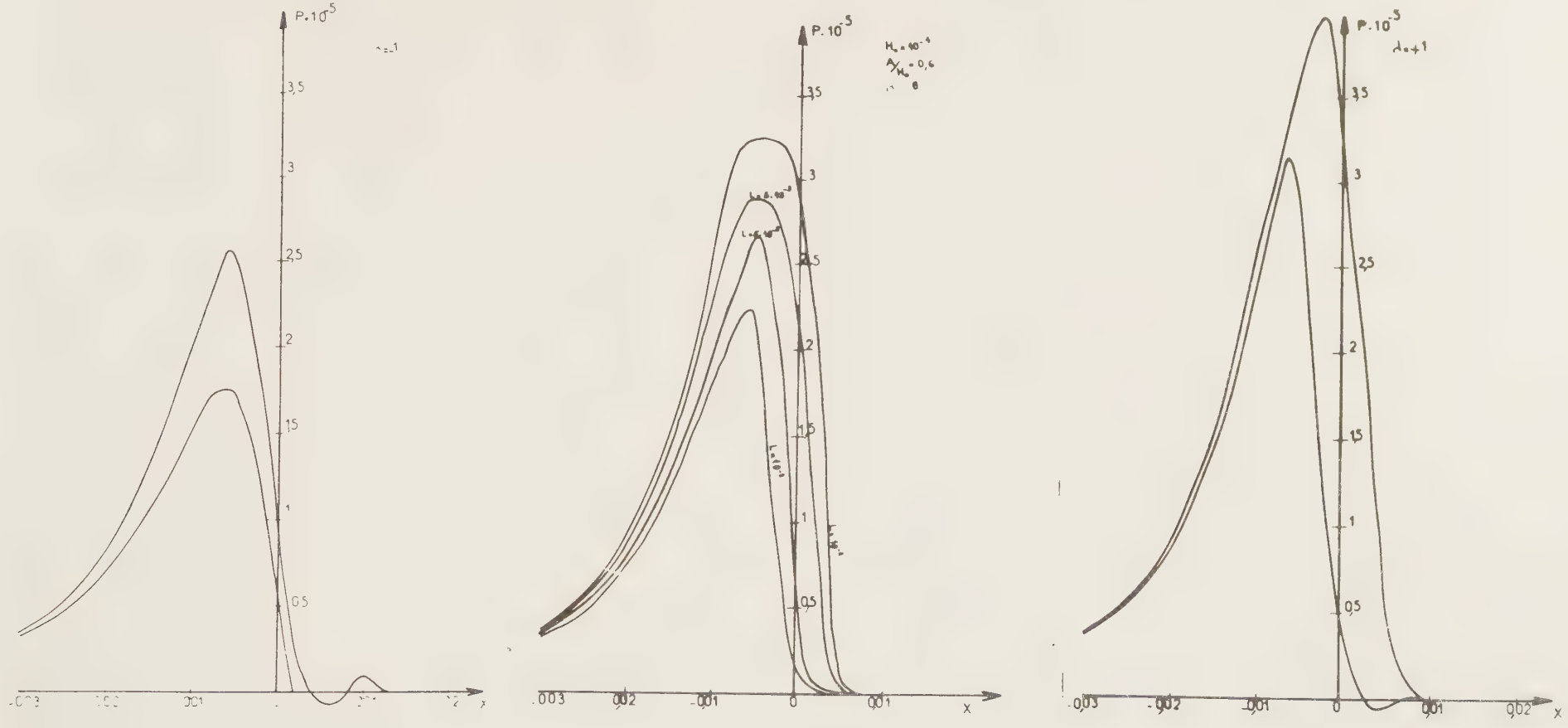


Fig 100 : Calcul statistique modifié



(a) (b) (c)

Fig. 101 : Champs de pression

Les courbes de la figure 100 montrent les variations de la capacité de charge en fonction du rapport de rugosité pour différentes valeurs du rapport de glissement. Ces courbes ont été obtenues pour $L = 10^{-3}$, $H_0 = 10^{-4}$ et pour les conditions aux limites définies par les relations IV.16.

III - CORRELATION ENTRE LES RESULTATS OBTENUS PAR LE MODELE SINUSOIDAL ET PAR LE MODELE STATISTIQUE

Il est important de connaître le domaine de validité de la méthode statistique pour décrire la rugosité des surfaces, et en particulier la valeur de la longueur d'onde des aspérités au delà de laquelle la méthode statistique n'est plus valable. Pour faire une corrélation valable, il est nécessaire d'introduire l'écart type σ pour chacun des modèles de surface, nous aurons pour :

- le modèle sinusoïdal $\sigma = A/\sqrt{2}$
- le modèle statistique $\sigma = A/\sqrt{7}$

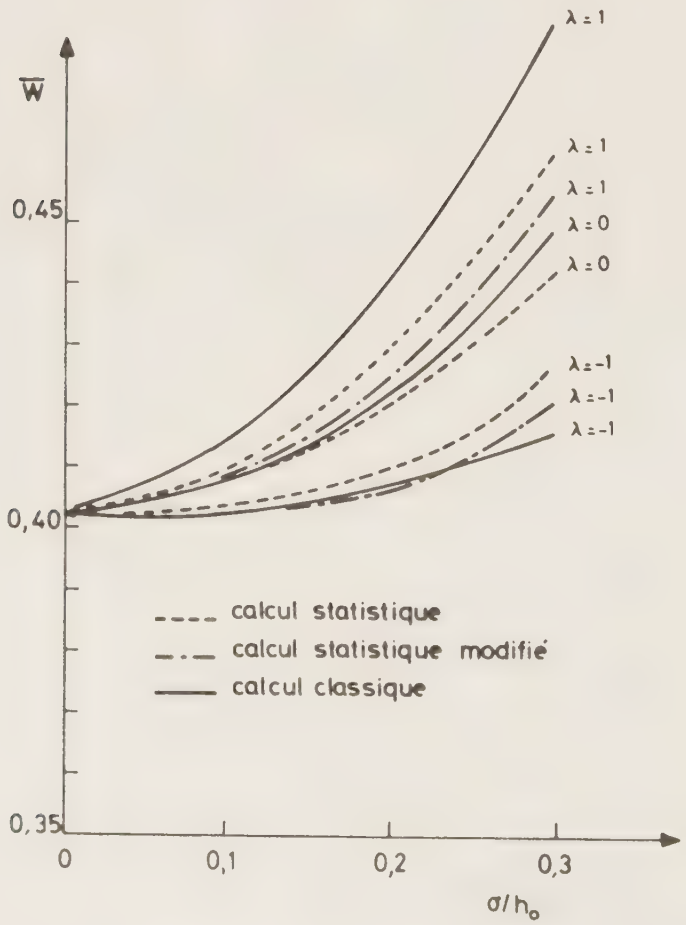


Fig. 102 : Capacité de charge du contact rugueux.

Les courbes de la figure 101 permettent de comparer les champs de pression obtenus par le modèle sinusoïdal d'une part, le modèle statistique d'autre part. Les courbes de la figure 102 montrent la variation de la charge moyenne en fonction du paramètre σ/h_0 pour différentes valeurs du rapport de glissement. Sur cette figure sont reportés les résultats obtenus avec :

- le modèle sinusoïdal,
- le modèle statistique classique,
- le modèle statistique original.

Pour ce qui concerne la capacité de charge, on constate que :

- en roulement pur, la corrélation entre les trois calculs est très bonne.
- en roulement et glissement, les différences entre ces différentes approches augmentent ; toutefois pour $\lambda = -1$, le modèle statistique original donne des résultats très proches de ceux obtenus par le modèle sinusoïdal.

Les différents résultats que nous venons d'exposer permettent de conclure que :

- en roulement pur, la capacité de charge du contact rugueux peut parfaitement être décrite par un seul paramètre qui est l'écart type de la rugosité des surfaces ; l'influence de la longueur d'onde des aspérités est très faible, sinon nulle lorsque cette longueur d'onde est comprise entre 0 et 5.10^{-3} environ.

- en roulement pur, les fluctuations de pression augmentent avec la longueur d'onde ; la valeur $L = 5.10^{-3}$ semble correspondre à la limite de validité du calcul statistique.

- en roulement et glissement, les différentes méthodes que nous avons utilisées se heurtent à des ambiguïtés sur les conditions aux limites.

IV - L'ELASTOHYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES

IV.1 Introduction

Les différentes théories que nous venons de présenter nous ont permis de mettre en évidence les effets des "rugosités" de surface sur le champ de pression hydrodynamique. Ces résultats ne sont toutefois pas directement utilisables pour faire une corrélation avec les phénomènes de fatigue des surfaces car, comme nous l'avons vu au chapitre I, paragraphe V.2 , les charges appliquées sont suffisantes pour déformer élastiquement les surfaces, ce qui modifie largement l'allure du champ de pression (figure 36). Pour pouvoir, dans un mécanisme réel, donner un ordre de grandeur des fluctuations de pression entrainées par la rugosité des surfaces, nous exposerons dans ce qui suit les résultats obtenus avec un modèle statistique de l'état de surface.

Nous déterminerons, dans un premier calcul, la capacité de charge d'un contact élastohydrodynamique rugueux pour des valeurs quelconques du rapport de glissement en faisant un raisonnement analogue à celui tenu par Grubin pour des surfaces lisses [246] (paragraphe IV.2), puis nous déterminerons dans le cas du roulement pur les modifications au champ de pression élastohydrodynamique introduit par les rugosités des surfaces, (paragraphe IV.3).

IV.2 Calcul de la capacité de charge

IV.2.1 Hypothèses de base - Méthode de calcul

Nous avons vu au chapitre II, paragraphe III.4,que dans le contact élastohydrodynamique entre deux surfaces rugueuses, l'équation de Reynolds généralisée s'écrit si une des surfaces est lisse :

$$\frac{dp}{dx} = 6\,\mu\,(U_1 + U_2)\,\frac{h + v + \lambda\varepsilon - h^*}{|h + v + \varepsilon|^3}$$

où v est la somme des déformations des deux surfaces du contact. Cette équation peut encore s'écrire en posant $h = h + v$

(IV.19)
$$\frac{dp}{dx} = 6\,\mu(U_1 + U_2)\,\frac{h + \lambda\varepsilon - h^*}{|h + \varepsilon|^3}$$

Nous obtenons donc une équation dont la forme est identique à celle obtenue pour des surfaces rigides, nous montrons d'autre part,dans l'annexe A, que l'effet de piezoviscosité peut être introduit par le changement de variable :

(IV.20)
$$p^* = \frac{1 - \exp(-\alpha p)}{\alpha}$$

il vient :

(IV.21)
$$\frac{dp^*}{dx} = 6\mu_0\,(U_1 + U_2)\,\frac{h + \lambda\varepsilon - h^*}{|h + \varepsilon|^3}$$

Lorsque ε est une variable aléatoire, le gradient de pression moyen a été calculé au paragraphe II.4 ; il vient ici, en variables sans dimensions :

(IV.22)
$$\frac{dP^*}{dX} \simeq \frac{H - H^*}{H^3}\left[1 + 6\,\frac{\sigma^2}{H^2}\right] - \frac{3\,\lambda\sigma^2}{H^4}$$

Dans le schéma proposé par Grubin |246|, puis repris par Crook |222| et par Archard |180|, l'épaisseur du film dans un contact élastohydrodynamique entre deux surfaces lisses est donnée (figure 103) en variables sans dimensions par les relations :

(IV.23)
$$H = H^* \quad \text{pour } -b < X < +b$$

$$H(\chi) \simeq H^* + \frac{2}{3}\sqrt{2b}\;\chi^{3/2} \quad \text{pour } \infty < \chi < -b$$

Dans cette expression, toutes les longueurs sont rapportées au rayon de courbure réduit du contact. En portant dans IV.22, il vient :

$$-\frac{dP^*}{d\chi} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{2b}\;\chi^{3/2}}{\left[H^* + \frac{2}{3}\sqrt{2b}\;\chi^{3/2}\right]^3} + \frac{4\,\sigma^2\sqrt{2b}\;\chi^{3/2}}{\left[H^* + \frac{2}{3}\sqrt{2b}\;\chi^{3/2}\right]^5} - \frac{3\,\lambda\,\sigma^2}{\left[H^* + \frac{2}{3}\sqrt{2b}\;\chi^{3/2}\right]^4}$$

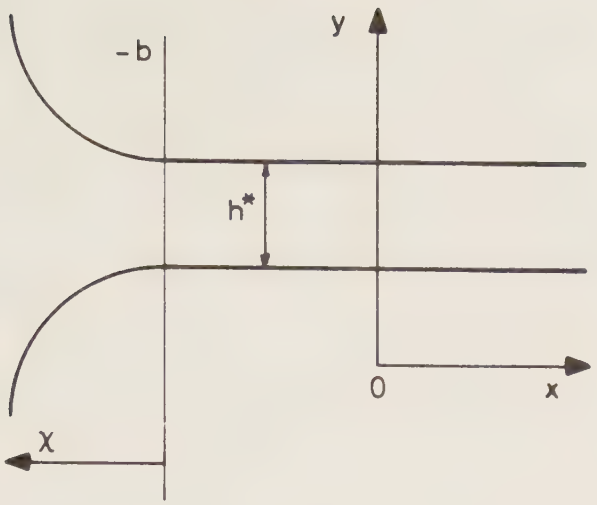


Fig. 103 : Contact élastohydrodynamique. Modèle de Grubin.

Cette équation est intégrée en posant :

$$u = \frac{2\sqrt{2b}}{3H^*} \chi^{3/2}$$

et compte tenu des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \overline{P}^* = 0 \quad \text{pour} \quad X = \infty \\ \overline{P}^* = \dfrac{p^* R}{6\mu_0 (U_1 + U_2)} = \dfrac{\frac{1}{\alpha} R}{6\mu_0 (U_1 + U_2)} \quad \text{pour} \quad \chi = 0 \end{cases}$$

Ces conditions sont celles utilisées par Grubin dans le cas des surfaces lisses.

De plus : $d\chi = \frac{2}{3} \left(\frac{3H^*}{2\sqrt{2b}} \right)^{2/3} u^{-1/3} du$ et $\overline{P}^* = \int_{\infty}^{\chi} \frac{\overline{dP}^*}{d\chi}$ donc :

$$-\overline{P}^*(0) = \frac{2}{3} \left(\frac{3H^*}{2\sqrt{2b}} \right)^{2/3} \left[\int_{\infty}^{0} \frac{H^* u^{2/3}}{H^{*3}(1+u)^3} du + 6\sigma^2 \int_{\infty}^{0} \frac{H^* u^{2/3} du}{H^{*5}(1+u)^5} - 3\lambda\sigma^2 \int_{\infty}^{0} \frac{u^{-1/3}}{H^{*4}(1+u)^4} du \right]$$

Soit, après avoir interverti les bornes d'intégration :

$$\overline{P}^*(0) = \frac{2}{3H^{*2}} \left(\frac{3H^*}{2\sqrt{2b}} \right)^{2/3} \left[\int_{0}^{\infty} \frac{u^{2/3}}{(1+u)^3} du + 6 \frac{\sigma^2}{H^{*2}} \int_{0}^{\infty} \frac{u^{2/3}}{(1+u)^5} du - \frac{3\lambda\sigma^2}{H^{*2}} \int_{0}^{\infty} \frac{u^{-1/3}}{(1+u)^4} du \right] \quad (IV.24)$$

La dernière intégrale peut encore s'écrire en posant $w = u^{2/3}$

$$\int_{\infty}^{0} \frac{u^{-1/3}}{(1+u)^{1/4}}\, du = \frac{3}{2} \int_{\infty}^{0} \frac{dw}{(1+w^{3/2})^{1/4}}$$

Les trois intégrales de l'expression IV.24 sont calculées numériquement, elles ont respectivement pour valeur :

$$\beta \simeq 0{,}402 \qquad \gamma \simeq 0{,}105 \qquad \delta \simeq 0{,}620$$

Nous obtenons en remarquant que : $\bar{p}^*(0) = \dfrac{R}{6\mu_0 \alpha (U_1+U_2)}$

$$\frac{R}{6\mu_0 \alpha (U_1+U_2)} = \frac{2}{3H^*} \left(\frac{3H^*}{2\sqrt{2b}}\right)^{2/3} \left[\beta + \frac{6\gamma\sigma^2}{H^{*2}} - 3\delta \frac{\lambda\sigma^2}{H^{*2}}\right]$$

Il vient, en explicitant H^* et en passant en variables dimensionnées :

$$h_r^* \simeq (4\beta)^{3/4} \frac{3}{2\sqrt{2}}^{1/2} \left[\mu_0 \alpha (U_1+U_2)\right]^{3/4} . b^{-1/4} . R^{1/2} . \left[1 + \frac{9}{2}\frac{\gamma}{\beta}\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}} - \frac{9}{4}\frac{\delta}{\beta}\frac{\lambda\sigma^2}{h_r^{*2}}\right]$$

Or, d'après la relation I.1 : $b = \left(\frac{8}{\pi}\right) \frac{\omega R}{BE}\Big)^{1/2}$, donc :

$$h_r^* = K \left[\mu_0 (U_1+U_2)\alpha\right]^{3/4} \left(\frac{\omega R}{BE}\right)^{-1/8} R^{1/2} \left[1 + \frac{9}{2}\frac{\gamma}{\beta}\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}} - \frac{9}{4}\frac{\delta}{\alpha}\lambda\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}}\right]$$

En faisant apparaître les groupements adimensionnels, déjà utilisés au chapitre I, soit :

h^*/R, αE, $\mu_0(U_1+U_2)/ER$ et ω/ERB, il vient :

$$\frac{h_r^*}{R} \simeq K \left[\alpha E\right]^{3/4} \left[\mu_0 \frac{(U_1+U_2)}{ER}\right]^{3/4} . \left[\frac{\omega}{ERB}\right]^{-1/8} . \left[1 + (1{,}17 - 3{,}55\lambda)\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}}\right] \tag{IV.25}$$

ou encore en introduisant l'épaisseur minimale du contact lisse équivalent :

$$\left(\frac{h_r^*}{R}\right)_{\text{rugueux}} \simeq \left(\frac{h_\ell^*}{R}\right)_{\text{lisse}} \left[1 + (1{,}17 - 3{,}55\lambda)\frac{\sigma^2}{h_r^2} + \ldots\right] \tag{IV.26}$$

Les courbes des figures 104 a et b montrent les variations de h_r^*/h_ℓ^* en fonction, respectivement, de σ/h_r^* ; de σ/h_ℓ^* .

IV.2.2 Conclusions

Les calculs précédents, les courbes de la figure 104 montrent que :

a) en roulement pur : la présence de rugosités de surface ne modifie que très faiblement l'épaisseur minimale du film élastohydrodynamique - la capacité de charge

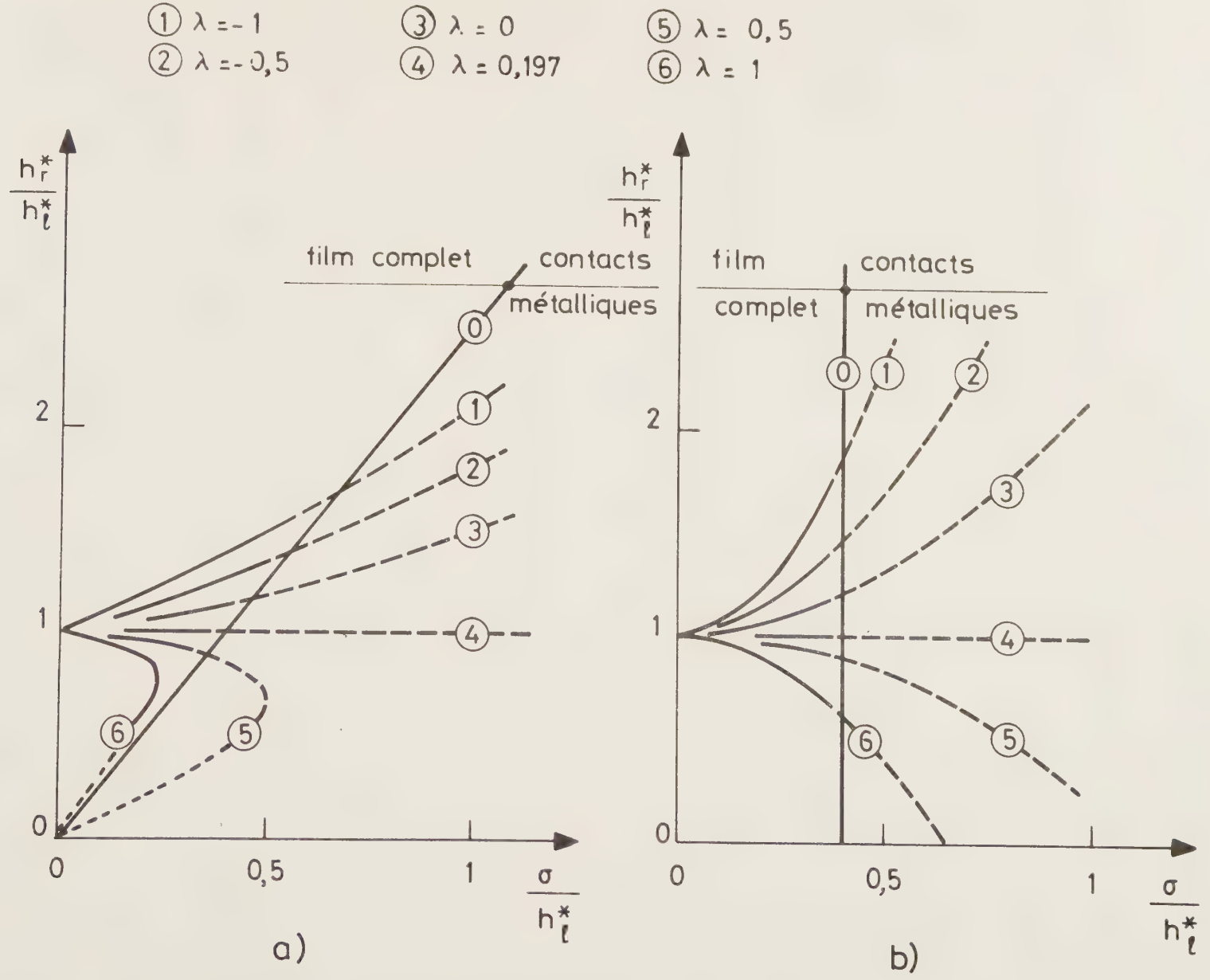


Fig. 104 : Epaisseur du film dans un contact élastohydrodynamique

du contact rugueux est plus élevée que celle du contact lisse - pour obtenir un film d'huile complet, il est nécessaire que l'écart type pour la rugosité ne dépasse pas environ 0,45 fois l'épaisseur minimale du film d'huile calculée pour le contact lisse.

b) en glissement pur : $\lambda = \pm 1$ - la capacité de charge, l'épaisseur minimale du film d'huile augmentent lorsque la surface rugueuse est la surface rapide ; la capacité de charge, l'épaisseur minimale du film d'huile diminuent lorsque la surface rugueuse est la surface fixe . Dans ce dernier cas ($\lambda = + 1$), il n'y a pas de film élastohydrodynamique possible si l'écart type de la rugosité dépasse environ 0,2 fois l'épaisseur minimale du film d'huile calculée pour le contact lisse.

c) en roulement et glissement - il existe un rapport de glissement pour lequel l'épaisseur moyenne du film du contact rugueux est égale à l'épaisseur calculée pour le contact lisse ($\lambda \simeq 0,3$). Pour les valeurs du rapport de glissement supérieur à 0,3, il existe une valeur de la hauteur des rugosités, au delà de laquelle il n'y a plus de film élastohydrodynamique possible, cette valeur est donnée par :

$$\frac{\sigma}{h_{\ell}^{*}} < \frac{0,39}{\sqrt{3,55\ \lambda - 1,17}}$$

On remarque de plus qu'il existe, quelle que soit la valeur du rapport de glissement, une valeur de la hauteur des rugosités au delà de laquelle le régime de fonctionnement est mixte; une partie de la charge appliquée au contact est alors portée par le contact métallique direct entre les aspérités.

Ces résultats peuvent s'interprèter physiquement de la manière suivante :

- le débit d'huile qui traverse un contact rugueux sera plus élevé lorsque la surface rugueuse est la surface rapide, que lorsque la surface rugueuse est la surface lente. Ceci est montré par les courbes de la figure 94 pour un contact non déformé et par les courbes de la figure 104 pour un contact déformé élastiquement.

- dans un contact élastohydrodynamique, très lourdement chargé, la génération de pression, et donc la charge, est déterminée principalement par les conditions à l'entrée du contact ($-\infty < x < -b$); tout le débit de lubrifiant entrainé à l'entrée du contact passe dans un canal de section pratiquement constante $h_r^* .B$; par conséquent le paramètre h_r^* et par suite la charge seront plus grands lorsque la surface rugueuse est la surface rapide que dans le cas contraire.

- dans un contact hydrodynamique, peu chargé, la génération de pression, et donc la charge, est déterminée principalement par les conditions à la sortie du contact ($x>o$); une augmentation du paramètre h^* , donc du débit, se traduit par une diminution de la charge portante; par conséquent la charge sera plus faible lorsque la surface rugueuse est la surface rapide que dans le cas contraire.

Une discussion de ces résultats, par A. Dyson, est donnée dans l'annexe J.

IV.3 Etude approchée des fluctuations de pression dans un contact élastohydrodynamique rugueux

Le calcul exposé ci-dessus ne permet pas de déterminer le champ de pression réel dans le contact ($-b < x < +b$) ; nous développerons dans ce qui suit une méthode approchée pour déterminer l'effet des rugosités sur le champ de pression dans un contact élastohydrodynamique rugueux.

IV.3.1 Introduction

Il est important, pour les phénomènes de fatigue des surfaces, de connaître, outre la modification de l'épaisseur minimale, les fluctuations de pression introduites par les rugosités des surfaces. Nous développerons ici un calcul approché des fluctuations de pression autour de la valeur moyenne précédemment calculée. Dans cette étude, nous nous fixerons un modèle de rugosité des surfaces donné par une loi sinusoïdale.

IV.3.2 Hypothèses - méthode de calcul

Nous avons vu que pour des surfaces rugueuses, lorsque la hauteur des rugosités est petite devant l'épaisseur du film, le gradient de pression est donné par :

$$\text{(IV.27)} \qquad \frac{dp_r^*}{dx} \sim 6\,\mu_0\,(U_1+U_2)\,\frac{h-h^*}{h^3}\left[1-\frac{3\varepsilon}{h}+6\,\frac{\varepsilon^2}{h^2}+\ldots\right]+\frac{\lambda\varepsilon}{h^3}\left[\left(1-\frac{3\varepsilon}{h}+\frac{6\varepsilon^2}{h^2}+\ldots\right)\right.$$

Pour un contact entre deux surfaces lisses et pour la même épaisseur minimale du film, nous avons :

$$\text{(IV.28)} \qquad \frac{dp_\ell^*}{dx} = 6\mu_0\,(U_1+U_2)\,\frac{h-h^*}{h^3}$$

D'autre part, le gradient de pression moyen pour des surfaces rugueuses est donné par :

$$\text{(IV.29)} \qquad \overline{\frac{dp_r^*}{dx}} = 6\mu_0\,(U_1+U_2)\,\frac{h-h^*}{h^3}\left[1+6\,\frac{\sigma^2}{h^2}+\ldots\right]-3\lambda\,\frac{\sigma^2}{h^4}$$

Il vient en retranchant IV.29 de IV.27 :

$$\Delta\left(\frac{dp_f^*}{dx}\right)=\frac{dp_r^*}{dx}-\overline{\frac{dp_r^*}{dx}}=6\mu_0\,(U_1+U_2)\left[\frac{h-h^*}{h}\left(-\frac{3\varepsilon}{h}+6\,\frac{\varepsilon^2-\sigma^2}{h^2}\ldots\right)+\frac{\lambda\varepsilon}{h^3}-\frac{\lambda}{h^4}\,(\varepsilon^2\,\sigma^2)\ldots\right]$$

Les fluctuations de pression dans le contact rugueux ont alors pour valeur, compte tenu de l'équation IV.28 :

$$\text{(IV.30)} \qquad p_f^*(x)=\int_{xe}^{x}\left\{\frac{dp_\ell^*}{dx}\left[-\frac{3\varepsilon}{h}+6\,\frac{\varepsilon^2-\sigma^2}{h}+\ldots\right]+6\mu_0\,(U_1+U_2)\left[\frac{\lambda\varepsilon}{h^3}\;\frac{3\lambda}{h^4}\,(\varepsilon^2\,\sigma^2)+\ldots\right]\right\}dx$$

Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe II, on remarquera ici que, sauf dans le cas particulier que nous étudierons ci-dessous, les fluctuations de pression ne s'annulent pas au point de rupture "moyen" du film. Il est évident dans ces conditions que

le calcul des fluctuations de pression n'a plus aucune signification physique. Nous montrerons toutefois que pour un contact élastohydrodynamique en roulement pur, la pression moyenne, le gradient de pression moyen et les fluctuations de pression autour de la valeur moyenne s'annulent à la sortie du contact. La solution ainsi obtenue est alors physiquement acceptable. Nous ne développerons pas le cas général du contact élastohydrodynamique pour des valeurs non nulles de la vitesse de glissement, car, ainsi que nous venons de le voir, la méthode approchée n'est plus applicable ; il serait nécessaire de développer le calcul numérique général qui est alors d'une très grande complexité.

En roulement pur, l'équation IV.30 se réduit à :

$$\Delta p_f^* (x) = \int_{xe}^{x} \frac{dp_\ell^*}{dx} \left[- \frac{3\varepsilon}{h} + 6 \frac{\varepsilon^2 - \sigma^2}{h^2} \ldots \right] dx \qquad \text{(IV.31)}$$

On remarquera sur cette expression que les termes de la forme $(\sigma/H)^2$ sont les termes qui contribuent à l'augmentation de la pression moyenne, donc de la charge dans le contact rugueux. La fonction ε (x) est une fonction périodique, par conséquent les fonctions ε^2 (x) sont également périodiques ; leurs périodes sont très petites devant la longueur de la zone de pression.

Si nous posons : $\varepsilon (x) = a \sin \left(\frac{2\pi x}{\ell} + \phi \right)$

nous aurons : $\varepsilon^2 - \sigma^2 = - \frac{a^2}{2} \cos 2 \left(\frac{2\pi x}{\ell} + \phi \right)$

La relation IV.31 devient :

$$\Delta p_f^*(x) = \int_{x_e}^{x} - \frac{3a}{h} \frac{dp_\ell^*}{dx} \cdot \sin \left(\frac{2\pi x}{\ell} + \phi \right) dx - \int_{x_e}^{x} \frac{3a^2}{h} \frac{dp_\ell^*}{dx} \cos \left(\frac{4\pi x}{\ell} + 2\phi \right) dx + \ldots \qquad \text{(IV.32)}$$

Nous avons donc à calculer des intégrales de la forme :

$$I = \int_{x_e}^{x} f(x) \cdot \mathrm{Sin} (p\, \omega\, x + \psi)\, dx \qquad \text{(IV.33)}$$

En développant f (x) en série de Fourier dans l'intervalle (x_e, x_s), il vient :

$$f (x) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\Omega x + b_n \cos n\Omega x \qquad \text{(IV.34)}$$

Or ici, la longueur d'onde des aspérités est petite devant la longueur de la zone de pression; l'intégrale I se ramène au calcul d'intégrales de la forme ci-dessous, dans lesquelles a << c; dans ces conditions, on a :

$$I = \int \mathrm{Sin} (ax + b) \cdot \mathrm{Sin} (cx + d) dx \simeq - \frac{1}{c} \sin (ax + b) \cdot \cos (cx + d)$$

Par suite,

$$I \simeq -\frac{1}{p\omega}\ \mathrm{Cos}\ (p\omega x + \psi)\ \left[\frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\Omega x + b_n \mathrm{Cos}\ n\Omega x\right]$$

Il vient, compte tenu de IV.34 :

$$I \simeq -\frac{1}{p\omega}\ \cos\ (p\omega\ x\ +\ \psi\ ).\ f\ (x) \tag{IV.35}$$

Ce résultat, appliqué à l'équation IV.32, compte tenu de la condition à la limite $f(x_e) \simeq 0$, conduit à :

$$\Delta p_f^*(x) = \frac{3\ell}{2\pi}\frac{dp_\ell^*}{dx}\left[-\frac{a}{h}\ \mathrm{Cos}\left(\frac{2\pi x}{\ell} + \phi\right) - \frac{a^2}{2h^2}\sin\left(\frac{4\pi x}{\ell} + 2\ \phi\right) + \ \ldots\right] \tag{IV.36}$$

On remarque sur cette expression que $\Delta p_f\ (x)$ s'annule en même temps que dp_ℓ/dx, et en particulier à la sortie de la zone de pression.

L'accroissement de pression en un point x, engendré par la rugosité des surfaces, est obtenu en retranchant IV.28 de IV.29.

On obtient :

$$\frac{\overline{dp_r^*}}{dx} - \frac{dp_\ell^*}{dx} = \Delta\left(\frac{dp_r^*}{dx}\right) \simeq \frac{dp_\ell^*}{dx}\ .\ \left[6\frac{\sigma^2}{h^2} + \ \ldots\right]$$

donc :

$$\Delta\overline{p_r^*}\ (x) = \int_{x_e}^{x} \frac{dp_\ell^*}{dx}\ \left[6\frac{\sigma^2}{h^2} + \ \ldots\right]\ dx \tag{IV.37}$$

Or dans la zone de pression $h \simeq h_m$, donc :

$$\begin{cases} \Delta\overline{p_r^*}\ (x) \simeq p_\ell^*\ \left[6\dfrac{\sigma^2}{h_m^2} + \ \ldots\right] \\ \Delta p_f^*\ (x) \simeq \dfrac{3\ell}{2\pi}\ \dfrac{dp_\ell^*(x)}{dx}\ \left[\dfrac{a}{h_m}\ \cos\ \left(\dfrac{2\pi x}{\ell} + \phi\ \right) + \dfrac{1}{2}\ \left(\dfrac{a}{h_m}\right)^2 \sin\ \left(\dfrac{4\pi x}{\ell} + 2\ \phi\right) + \ \ldots\right] \end{cases} \tag{IV.38}$$

Ces expressions montrent que, dans un contact élastohydrodynamique rugueux, la pression réduite moyenne est proportionnelle à la pression réduite du contact lisse, les fluctuations de pression réduite dans le contact rugueux sont proportionnelles au gradient de pression réduite du contact lisse. Ces fluctuations augmentent d'autre part avec le rapport de rugosité a/h_m et avec la longueur des rugosités [186, 236, 237].

La pression réelle p dans le contact élastohydrodynamique est liée à la pression réduite p^* par la relation : (annexe A)

$$p = -\frac{1}{\alpha}\ \ln\ (1 - \alpha p^*)\quad \text{soit}\quad p^* = \frac{1 - \exp\ (-\alpha p)}{\alpha}$$

Sur la relation IV.38, on voit que $\overline{\Delta p_r^*}$ et p_ℓ^* varient dans le même sens ; on aura donc si ces deux variables sont du même ordre de grandeur :

$$\overline{\Delta p}_r \simeq p_\ell \left(6 \frac{\sigma^2}{h_m^2} + \ldots\ldots \right) \qquad \text{(IV.39)}$$

La relation IV.38 devient,si on suppose que les fluctuations de pression dans le contact sont faibles ($\alpha \Delta p_f << 1$) :

$$\Delta p_f \simeq \exp(-\alpha p_\ell) \cdot \frac{dp_\ell}{dx} \cdot \frac{3a\ell}{2\pi h_m} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a}{h_m} + \ldots \right] \qquad \text{(IV.40)}$$

IV.3.3 *Résultats*

Les expressions IV.39 et IV.40 ci-dessus montrent que |236| :

- l'accroissement de pression moyenne,en un point d'abscisse x donnée dans le contact rugueux,est sensiblement proportionnel à la pression existant en ce point dans le contact lisse.

- les fluctuations de pression sont importantes aux points où le gradient de pression dans le contact lisse est maximal. Ces fluctuations seront plus grandes au voisinage du point de rupture du film d'huile, région où dp_ℓ/dx est maximal.

Les courbes de la figure 105 montrent les fluctuations de pression en fonction de x dans un contact élastohydrodynamique. Ces courbes ont été déterminées pour a/hm = 0,4. Les valeurs de dp_ℓ/dx ont été relevées graphiquement sur la figure de la référence |159|.

D'autre part l'intégration de l'équation IV.39 montre que la capacité de charge en roulement pur du contact élastohydrodynamique rugueux $\overline{W}_r$ est reliée à la capacité du contact lisse W_ℓ par la relation :

$$\overline{W}_r \simeq W_\ell \left(1 + 6 \frac{\sigma^2}{h_m^2} + \ldots \right) \qquad \text{(IV.41)}$$

Or, dans le calcul précédent avec le modèle de Grubin, nous avons trouvé en roulement pur :

$$\overline{W}_r \simeq W_\ell \left(1 + 9{,}36 \frac{\sigma^2}{h_m^2} + \ldots \right) \qquad \text{(IV.42)}$$

L'erreur entre les deux approches,qui est ici de 35 %,est de l'ordre de grandeur des différences que l'on peut obtenir dans un contact lisse entre les deux théories.

Ces relations montrent qu'à la limite du contact métallique entre les deux surfaces, la capacité de charge du contact rugueux sera alors sensiblement le double de la capacité de charge du contact lisse.

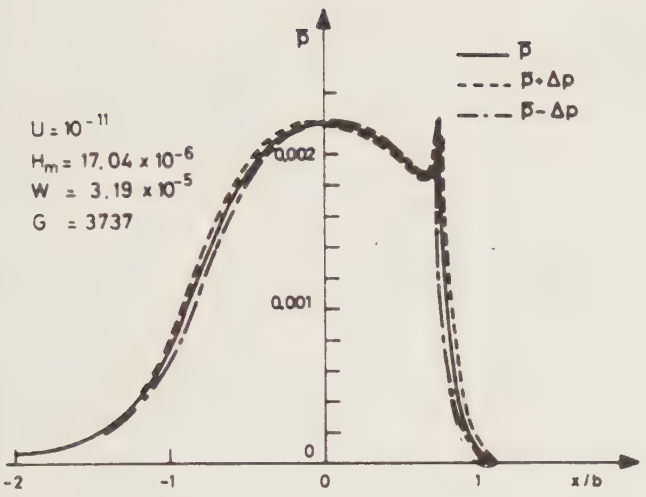


Fig.105 a: Champ de pression dans un contact élasto-hydrodynamique.

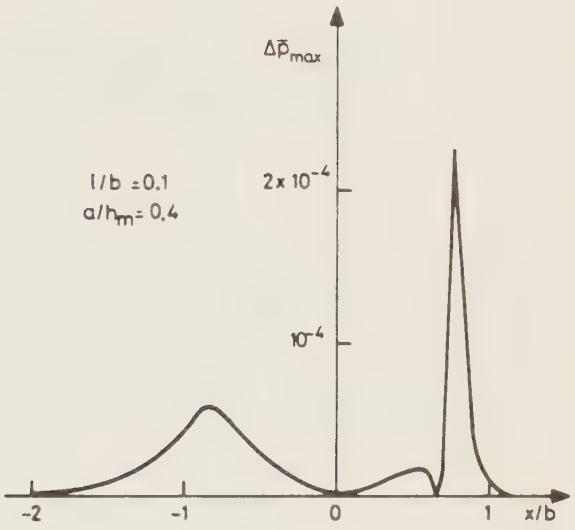


Fig. 105 b : Fluctuations de pression

V - CONCLUSIONS GENERALES SUR LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES DANS LES CONTACTS RUGUEUX

L'hydrodynamique des surfaces rugueuses a fait l'objet de nombreux travaux depuis que l'influence du rapport de rugosité sur les phénomènes de fatigue des surfaces a été reconnue. Elle se différencie de l'hydrodynamique classique de deux façons : d'une part, l'équation de Reynolds, qui permet d'obtenir le champ de pression pour des surfaces lisses, doit être modifiée, d'autre part, la relation qui donne l'épaisseur du film d'huile doit rendre compte de la rugosité. Deux approches ont été utilisées ; dans la première, la rugosité des surfaces est représentée par une fonction sinusoïdale, dans la seconde, un modèle statistique représentatif de la hauteur des aspérités a été choisi.

Dans la première approche, les surfaces sont supposées rigides ; on peut ainsi définir précisément le champ de pression et la charge quand la longueur des rugosités est suffisamment grande ; toutefois, quand cette longueur diminue, des limitations à cette étude

apparaissent; elles portent à la fois sur les méthodes numériques et sur la validité des conditions aux limites.

La seconde approche valable pour des surfaces rugueuses lorsque la longueur des rugosités est très faible,a permis de déterminer statistiquement,d'une part, la capacité de charge des contacts hydrodynamiques et élastohydrodynamiques en présence ou non de glissement, d'autre part,les variations du champ de pression introduites par les rugosités en roulement et glissement dans un contact hydrodynamique, en roulement pur dans un contact élastohydrodynamique.

Ces différentes études ont montré que :

- le champ de pression varie dans le temps en chaque point du contact,
- les fluctuations de pression à l'intérieur du contact augmentent avec le rapport de rugosité,
- à la sortie du contact apparait une zone de cavitation dont l'étendue augmente avec le rapport de rugosité,
- un phénomène d'instabilité du film hydrodynamique a été mis en évidence, lorsque le rapport de glissement est différent de zéro,
- la capacité de charge du contact rugueux peut être soit supérieure, soit inférieure à celle du contact lisse, suivant la valeur du rapport de glissement.

Les résultats montrent d'autre part que :

- la corrélation entre le calcul statistique et le calcul classique est satisfaisante en roulement pur,
- en roulement et glissement, aussi bien le calcul statistique que le calcul classique conduisent à certaines ambiguïtés sur le champ de pression. Des informations expérimentales directes sont nécessaires pour vérifier les hypothèses faites.
- l'équation de Reynolds,dans sa forme classique, peut s'appliquer uniquement si les défauts géométriques ont de très grandes longueurs d'onde.
- les phénomènes hydrodynamiques les plus intéressants ne se situent ni dans le domaine des rugosités, ni dans le domaine des défauts d'usinage, mais plutôt dans le domaine des ondulations de surface.

Enfin, nous devons noter que le calcul ne permet pas de conclure fermement sur l'existence de cavitation par oscillation dans le film, mais seulement sur sa possibilité d'existence. Par une étude plus approfondie des conditions aux limites, nous déterminerons dans le chapitre suivant l'effet du rapport de glissement λ sur ce phénomène.

CHAPITRE V

LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES ET LA FATIGUE DES SURFACES

I - INTRODUCTION

Les résultats que nous venons de présenter montrent la complexité des phénomènes mis en jeu dans la lubrification des surfaces rugueuses. Afin de montrer l'importance relative de ces phénomènes, dans ce qui suit,nous présenterons successivement et sous les titres suivants :

a) Dans l'hydrodynamique des surfaces rugueuses

- une description phénoménologique des effets hydrodynamiques dans un contact hertzien lorsque la hauteur des rugosités des surfaces devient de plus en plus grande.
- le phénomène de cavitation ; nous définirons ici les conditions dans lesquelles la cavitation peut apparaître.
- le concept de micro-lubrification.
- les problèmes de rupture de film d'huile et le contact direct entre les aspérités.

b) Les champs de contrainte dans les matériaux

Nous montrerons ici l'effet des différents phénomènes hydrodynamiques sur le champ des contraintes dans les matériaux. Ceci nous amènera à définir les zones les plus fortement sollicitées, et par conséquent les modes de détérioration des surfaces en contact.

c) La fatigue des matériaux

Après avoir rappelé les résultats dus à Whoeler, Goodmans, Weibull, nous montrerons comment inclure les résultats précédents dans le mécanisme de fatigue des surfaces. Ceci nous amènera à proposer un schéma de rupture par fatigue dans les contacts hertziens lourdement chargés.

II - LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES

II.1 - Description phénoménologique

Afin de clarifier les différents résultats présentés dans le chapitre précédent, nous allons montrer l'évolution des phénomènes hydrodynamiques lorsque la hauteur des rugosités augmente. Nous distinguerons ici les contacts pour lesquels les conditions cinématiques sont celles correspondantes au roulement pur d'une part, au roulement et glissement d'autre part.

Nous ferons cet exposé en considérant,dans un premier temps, un contact élastohydrodynamique entre deux surfaces lisses, pour lequel l'épaisseur minimale du film d'huile est donnée par la relation de Dowson et Higginson (équation I.3). Nous supposerons que la charge au contact est constante, quelle que soit la hauteur des rugosités et qu'elle a une valeur suffisante pour entrainer des phénomènes de fatigue en profondeur (chapitre I, figure 24). Nous considérerons ensuite le cas du contact rugueux ; nous montrerons comment évoluent l'épaisseur du film, la charge, la zone de cavitation quand la hauteur des rugosités augmente. Nous distinguerons quatre cas pour la hauteur des rugosités :

$$\begin{cases} a/h_m < 1 & a/h_m > 1 \\ a/h_m \simeq 1 & a/h_m >> 1 \end{cases}$$

II.1.1 En roulement pur

a) $a/h_m < 1$

La hauteur des aspérités est petite devant l'épaisseur du film d'huile, calculée par la relation I.3. Dans ces conditions, le champ de pression hydrodynamique est toujours parfaitement défini, l'épaisseur minimale du film d'huile augmente légèrement (relation IV.26), toutes choses égales par ailleurs. La charge au contact est entièrement portée par le film d'huile. Il existe,d'une part,les fluctuations de pression dans le contact, d'autre part, une zone de cavitation à la sortie du contact, (figure 93).

b) $a/h_m \simeq 1$

Le champ de pression hydrodynamique pour le contact complet est unique. Les déformations élastiques des aspérités ne seront plus négligeables. Les calculs précédents ne sont pas directement applicables, (chapitre II, paragraphe III.4) : une partie très faible de la charge totale au contact sera portée par les aspérités. L'épaisseur minimale moyenne du film d'huile augmente faiblement. Les fluctuations de pression hydrodynamique dans le contact , la largeur de la zone de cavitation seront très importantes. On ne peut toutefois pas,d'après nos calculs, prévoir l'allure exacte du champ de pression hydrodynamique sous une aspérité.

c) $a/h_m > 1$

Une part de plus en plus importante de la charge est portée par les aspérités. Le champ de pression élastohydrodynamique pour le contact complet est indubitable, toutefois son importance décroit. La présence d'un film élastohydrodynamique sous les aspérités est dans ces conditions douteuse. Il y aura contact métallique important entre les aspérités. L'épaisseur minimale moyenne augmente. Les fluctuations de pression hydrodynamique décroissent, le phénomène de cavitation existe toujours, mais son importance tend à décroitre, car la charge portée par le film d'huile décroit.

d) $a/h_m >> 1$

La charge est alors entièrement portée par les rugosités des surfaces.

e) allures du champ de pression

Les constatations faites ci-dessus nous permettent de tracer l'allure du champ de pression lorsque la hauteur des rugosités augmente (figure 106).

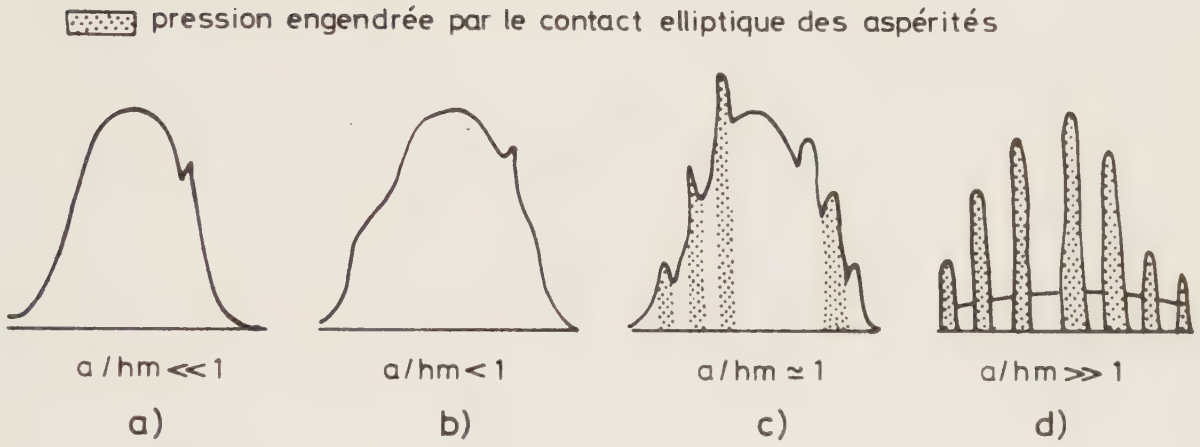


Fig. 106 : Allures du champ de pression (λ=0)

Dans le cas b ($a/h_m < 1$), la relation II.19 montre qu'en roulement pur, le gradient de pression ne peut s'annuler que pour $h = h^*$; ceci ne peut se produire que quatre fois au maximum dans un contact élastohydrodynamique [236,237] ; les rugosités n'introduisent donc pas de pics de pression lorsqu'un film d'huile complet sépare les deux surfaces.

Dans les cas c et d par contre, le contact direct des aspérités peut entrainer des "pics" de pression ; ceux-ci seront d'autant plus importants que le rapport de rugosité a/h_m sera élevé.

Les courbes de la figure 107 montrent schématiquement l'allure des variations, de la charge portée par le film d'huile ω_{hyd}, de la charge portée par le contact direct des aspérités ω_{met}, en fonction du rapport de rugosité. Il est important de noter ici que la

diminution de la charge portée par le film d'huile est due uniquement au fait qu'une augmentation de la hauteur des rugosités tend à écarter les surfaces, donc à augmenter h_m . Nous verrons que cette interprétation n'est plus valable en glissement pur.

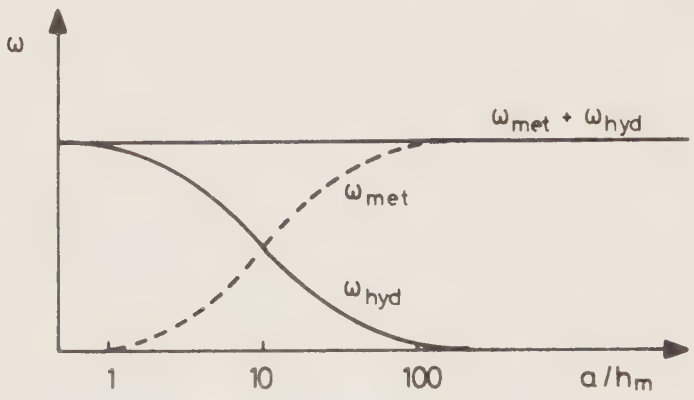


Fig. 107 : Allure de la division de charge

Nous donnerons dans le paragraphe II.4 un calcul statistique de la charge portée par le contact direct des aspérités.

II.1.° *En glissement* $0 < |\lambda| < 1$

a) $a/h_m < 1$

Dans ces conditions la présence d'un film hydrodynamique a été prouvée (chapitres II et III). La capacité de charge est augmentée; l'épaisseur minimale moyenne du contact rugueux h_r^* sera supérieure à celle du contact lisse; les fluctuations de pression hydrodynamique dans le contact sont importantes; la largeur de la zone de cavitation sera importante.

b) $a/h_m \simeq 1$

L'étude faite au chapitre III montre que la présence d'un champ de pression hydrodynamique continuedans tout le contact est très douteuse. L'effet thermique lié à la vitesse de glissement, le phénomène d'instabilité, le phénomène de défaut d'alimentation, concourent tous trois à rompre le film d'huile ; il ne subsistera qu'une microlubrification localisée au niveau de chaque aspérité. L'épaisseur du film "d'huile" diminuera ; une charge très importante de la charge sera portée par le contact métallique direct entre les aspérités.

c) $a/h_m > 1$

L'usure ici sera importante. Pour des surfaces neuves, pratiquement toute la charge sera portée par le contact métallique direct entre les aspérités.

d) allures du champ de pression

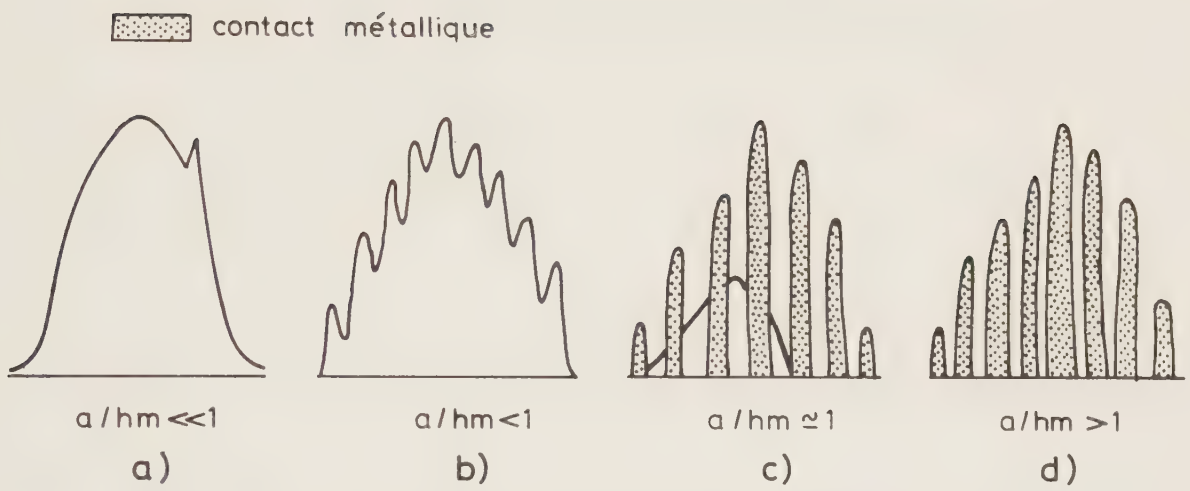


Fig. 108 : Allures du champ de pression ($\lambda \neq 0$)

Nous noterons que dans les cas c et d de la figure, des contraintes de cisaillement importantes existent au niveau de chaque aspérité.

Lorsque la hauteur des rugosités augmente, la charge portée par le film d'huile décroit (figure 109) ; ici contrairement à ce qui se passe en roulement, cette décroissance est due à une "rupture" du film d'huile ; elle sera donc beaucoup plus accentuée qu'en roulement pur. La charge portée par le film d'huile s'annulera dès que la hauteur des rugosités sera de l'ordre de grandeur de l'épaisseur minimale moyenne du film d'huile. Il y aura usure.

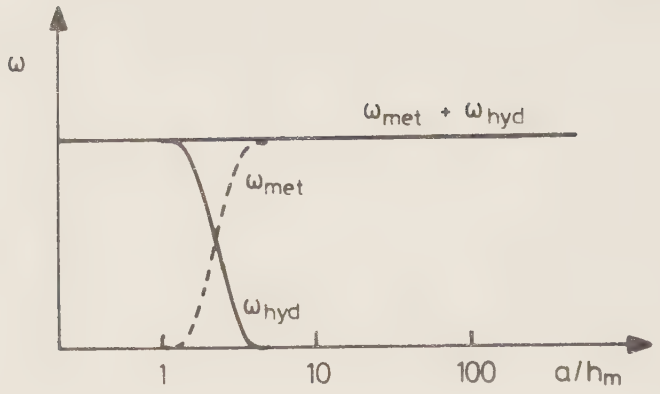


Fig. 109 : Allure de la division de charge

Ce phénomène de rupture du film d'huile pourra se rencontrer dans tous les cas où il y a glissement entre les deux surfaces ; son importance augmente lorsque la valeur absolue du rapport de glissement augmente ; on peut également prévoir que, dans un contact entre deux surfaces non déformées, ce phénomène sera plus grave quand la surface rugueuse est la surface lente ($\lambda > o$) ; en effet les courbes des figures 72 et 73, d'une part, montrent que les fluctuations de charge sont plus importantes pour $\lambda=1$ que pour $\lambda=-1$, d'autre part, les courbes de la figure 94 montrent que la pression est minimale au sommet des aspérités, maximale au creux des aspérités, lorsque la surface rugueuse est la surface lente ; ceci favorise encore la rupture du film et le contact métallique direct des aspérités. Ces deux constatations permettent de conclure que le phénomène de rupture du film d'huile a plus de chance de se produire lorsque la surface rugueuse est la surface lente.

Dans un contact entre deux surfaces largement déformées, les conclusions sont semblables ; les conditions les plus défavorables pour maintenir un film d'huile complet dans ce contact se rencontrent ici aussi, lorsque la surface rugueuse est la surface lente.

II.2 - La cavitation

Les résultats, exposés dans le chapitre précédent, ont mis en évidence, la présence d'une zone de cavitation à la sortie du contact, et ceci aussi bien en roulement pur, qu'en roulement et glissement. Il est important de connaître les conditions dans lesquelles ce phénomène pourra devenir dangereux pour la tenue des surfaces dans le temps. On sait, en effet, que la cavitation dans les fluides peut dans certaines conditions, entrainer des dégradations d'un type très proche, sinon identique à celui que l'on retrouve dans les mécanismes tels que les roulements à billes, les engrenages etc... Avant d'aborder l'étude

phénoménologique de la cavitation, précisons que l'on entend par :

- cavitation : l'apparition de bulles de gaz, c'est à dire de cavités à l'intérieur d'un milieu fluide.
- séparation : la pénétration d'air atmosphérique à l'intérieur d'un écoulement. C'est le problème habituellement rencontré dans la lubrification des surfaces lisses.

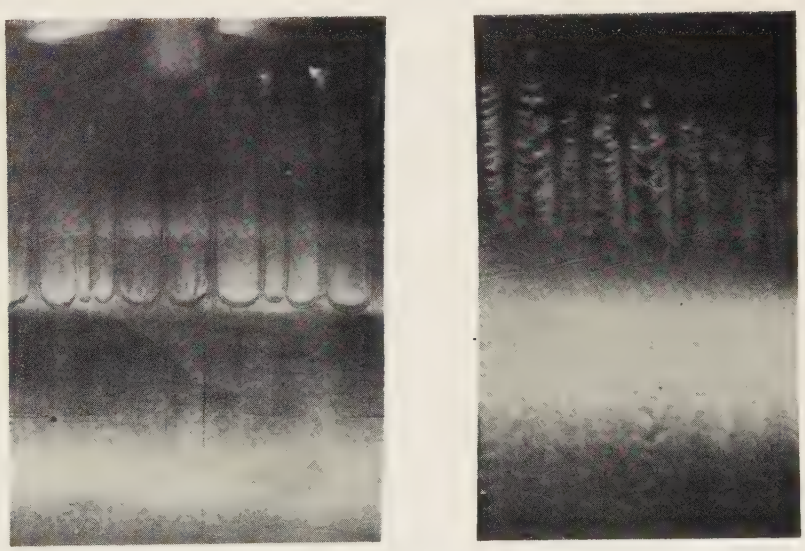
Dans ce qui suit, nous mentionnerons différents résultats, pour la plupart extraits de la littérature, relatifs :

- aux conditions aux limites dans les contacts lisses,
- aux différents types de cavitations,
- au mécanisme de cavitation par oscillations.

II.2.1 Les conditions aux limites de Reynolds pour des surfaces lisses

L'étude des conditions aux limites dans les écoulements entre deux cylindres a fait l'objet de très nombreux travaux.

Si la description des phénomènes et la formulation mathématique des conditions exactes de séparation sont maintenant bien connues en glissement pur [247-249] , c'est à dire lorsqu'une seule surface est en rotation, la prévision des phénomènes en roulement pur n'est pas encore définie. Les figures 110 a, 110 b, montrent les séparations que l'on obtient en glissement pur d'une part, en roulement pur d'autre part.



(a) (b)

Fig. 110 : Séparation du film d'huile

Des études mentionnées ci-dessus il faut retenir que :

- les conditions aux limites de Reynolds ne constituent qu'une approximation dans la description de la séparation.

- les conditions aux limites de Reynolds donnent entière satisfaction pour des contacts lisses en ce qui concerne la capacité de charge.

- la séparation, réellement obtenue en glissement pur, a lieu pour une abscisse x'_s supérieure à celle, x_s |250|, calculée avec les conditions aux limites de Reynolds. Dans un contact non déformé, la valeur de $x'_s - x_s$ est une fonction de rapport $\frac{\mu (U_1 + U_2)}{T}$ où T est la tension superficielle du fluide.

- la séparation se produit toujours dans une région où le gradient de pression est faiblement positif.

- le phénomène de cavitation peut apparaître dans certaines configurations de paliers lisses. Il est alors simplement décrit par : $p = p_v$ dans la zone de cavitation ; p_v désigne ici la pression de vapeur saturante.

II.2.2 Les différents types de cavitation dans les films minces

En mécanique des fluides, on distingue différents types de cavitation |252| :

la cavitation mobile : elle se produit dans un écoulement ; les cavités qui peuvent prendre naissance dans le fluide ou sur les parois, sont ensuite entrainées par l'écoulement.

la cavitation fixée : les cavités se produisent sur une paroi dans un écoulement ; elles restent localisées sur cette paroi.

la cavitation tourbillonnaire : elle se produit au centre des tourbillons qui se forment au niveau des zones de fort cisaillement.

la cavitation par vibration : elle se forme au niveau d'une paroi soumise à des vibrations. Bien que la cavitation par vibration puisse parfois être accompagnée d'un écoulement, celui-ci n'est pas le cause directe du phénomène.

En mécanique des films minces visqueux, certaines études expérimentales |232| ont prouvé l'existence de cavitation fixée ; nous montrerons également son existence dans notre étude expérimentale ; l'existence de cavitation tourbillonnaires est très improbable |245|. Nous montrerons expérimentalement l'existence de cavitation mobile ; enfin nous discuterons ci-dessous de la possibilité d'existence de la cavitation par vibrations.

II.2.3 La cavitation par vibration

Ce type de cavitations a été mis en évidence dans les trois expériences suivantes |124-129,252| :

- dans la première, on écarte deux plaques séparées par un milieu fluide ;

- dans la seconde, on considère deux plaques séparées par un milieu fluide ; sur l'une des plaques est appliquée une force variant sinusoïdalement dans le temps.

- dans le troisième, une seule plaque est immergée dans un milieu fluide et est soumise à une vibration.

Dans chacune de ces trois expériences,on constate l'apparition, puis la résorption de cavités ; ceci peut s'expliquer simplement en disant que "le fluide ne peut plus suivre les mouvements imposés par la paroi".

Différentes tentatives ont été faites pour décrire ces phénomènes; parmi les résultats les plus importants, nous mentionnerons que :

- un fluide parfaitement dégazé dans une cellule parfaitement dégazée peut subir des tensions relativement importantes. L'eau, par exemple, peut subir une tension de 20 à 30 bars, sans être rompue.

- en pratique,des cavités se formeront dans le fluide, lorsque la pression du milieu fluide sera voisine de la pression de vapeur saturante p_v. Ceci s'explique par la théorie des "nucléis". On suppose dans cette théorie qu'il existe dans tout écoulement des germes de rupture. Ces germes peuvent être constitués par des impuretés dans le fluide, ou par les "infractuosités" des parois.

- un fluide pourra subir des tensions dont la valeur dépend de la taille initiale de ces nucléis. Un ordre de grandeur raisonnable pour l'huile, ainsi que nous le montrerons,est de 4 bars.

- l'équilibre d'une cavité sphérique de rayon r pour laquelle la pression à l'intérieur de la cavité est q, la pression à l'extérieur est p, est donné par :

$$q - p = \frac{2\,T}{r}$$

où T est la tension superficielle.

- le mouvement d'une cavité sphérique dans un milieu infini, incompressible, est donné par [251] :

$$\rho\left(r\,\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2}\,U^2\right) = -\left(p - q + \frac{2\,T}{r} + \frac{4\,\mu}{r}\,\frac{dr}{dt}\right) \qquad (V.1)$$

avec $U = \frac{dr}{dt}$ et où ρ est la masse spécifique du fluide, μ sa viscosité, U la vitesse de la paroi de la cavité. La pression à l'intérieur de la cavité est la somme de deux termes :

$$q = p_v + p_g$$

où p_v est la pression de vapeur saturante et p_g est la pression partielle du gaz dans la cavité.

- la résorption des cavités s'accompagne de pressions élevées dans le fluide au voisinage de la cavité.

- l'implosion de la cavité s'accompagne de la formation d'une onde de choc, ou d'un "micro-jet". Cette dernière théorie semble être aujourd'hui admise pour expliquer les dégradations observées.

II.2.4 La cavitation par vibration en lubrification

Devant l'impossibilité actuelle de décrire mathématiquement les phénomènes de cavitation en lubrification, nous raisonnerons par analogie :

- nous savons, que dans les conditions expérimentales décrites au paragraphe précédent, la cavitation apparaît et peut provoquer la dégradation des surfaces. Nous analyserons les paramètres de l'écoulement dans ces expériences, et comparerons avec ceux que l'on trouve en lubrification. Nous montrerons que les conditions des expériences mentionnées en II.2.3 se retrouvent en lubrification dans le cas du roulement pur.

- nous vérifierons enfin que les ordres de grandeur des paramètres de l'écoulement sont les mêmes dans les expériences sur oscillateurs et en lubrification.

Cette démarche nous permettra donc de montrer que dans certaines conditions, le phénomène de cavitation par oscillations entrainera des dégradations ; elle ne nous permettra pas, toutefois, d'affirmer que ces conditions sont uniques.

a) Analyse des paramètres caractéristiques

Dans les expériences sur oscillateurs, on note que le champ de contraintes en un point du fluide est essentiellement un champ de contraintes normales ; les composantes de cisaillement sont faibles, voire nulles.

Dans les problèmes de lubrification en général, un élément fluide est soumis à des contraintes de cisaillement et des contraintes normales; la contrainte de cisaillement s'exprime par la relation :

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left[2y - (H_1 + H_2)\right] + \mu \frac{U_2 - U_1}{H_2 - H_1}$$

On obtient pour des surfaces rugueuses, compte tenu de la relation II.19 :

$$\tau_{yx} = 6\mu (U_1 + U_2) \frac{h + \lambda (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3} \left[y - \frac{h + \varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}\right] + \mu \frac{U_2 - U_1}{h + \varepsilon_2 + \varepsilon_1} \qquad (V.2)$$

Cette relation montre qu'en roulement pur ($U_1 = U_2$), τ_{yx} est toujours nulle pour $y = \frac{h + \varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}$, c'est à dire au milieu de l'écoulement. En roulement et glissement, on peut facilement montrer que τ_{yx} ne peut s'annuler qu'au voisinage des zones de fort gradient de pression.

Dans les expériences sur oscillateurs, le champ de pression en un point de l'écoulement varie périodiquement dans le temps et peut atteindre la pression de vapeur saturante.

Nous allons maintenant montrer que le champ de pression hydrodynamique qui s'exerce sur une particule fluide en roulement pur ($\lambda = 0$), peut avoir les caractéristiques requises ci-dessus.

Dans le chapitre précédent, nous avons calculé le champ de pression dans le contact, tel qu'il existe à un instant donné. Ce champ de pression est évidemment différent de celui qui s'exerce sur une particule fluide lors de son passage à l'intérieur du contact. Nous donnons, dans l'annexe G, les champs de pression qui s'exercent en différents points de la surface lors de son passage dans le contact. La figure III donne en roulement pur, la pression qui s'exerce au sommet d'une aspérité en fonction du temps θ. On constate la présence de fluctuations de pression, de minima de pression nuls. Ces conditions sont donc

identiques à celles obtenues dans les expériences de vibrations.

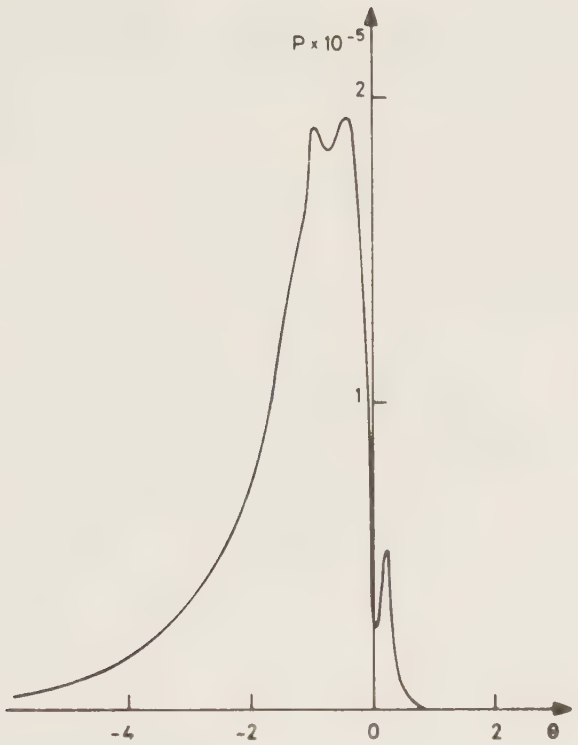


Fig. 111 : Variations de pression dans le temps ($\lambda = 0$)

b) Ordre de grandeur des paramètres

Les expériences sur oscillateurs montrent que la dégradation des surfaces est importante quand |125-127| :

- la fréquence des vibrations est comprise entre 5KHz et 50 KHz.
- l'amplitude des vibrations est comprise entre 1 µm et 100 µm.
- la distance entre les plaques est comprise entre 10 µm et l'infini.

Ces conditions sont celles obtenues couramment dans les problèmes de lubrification ;toutefois la fréquence des oscillations de pression,due aux aspérités, conduit à la condition :

$$5.10^3 < \frac{U_2}{\cdot 2} < 50.\ 10^3 \text{ Hz}$$

où, rappelons le, U_2 est la vitesse de la surface rugueuse, et ℓ_2 est la longueur d'onde des aspérités. Un ordre de grandeur courant pour la longueur des aspérités est : $\ell_2 \simeq 2.10^{-4}$ m. La condition ci-dessus s'écrit donc :

(V.3) $$1 \text{ m/s} < U_2 < 10 \text{ m/s}$$

Les différentes constatations que nous venons de faire, montrent qu'en roulement pur, toutes les conditions sont remplies pour qu'apparaisse de la cavitation par oscillations.

II.3 - Le concept de micro-lubrification

Lorsque la hauteur des rugosités n'est plus négligeable devant l'épaisseur moyenne du film d'huile, le problème de la cavitation est le premier à apparaître. Si la hauteur des rugosités augmente et devient voisine de h_m, nous avons vu au paragraphe II.1 que :

- en glissement pur, la présence d'un film hydrodynamique, recouvrant tout le contact, est très douteuse. La lubrification se fera uniquement au niveau des aspérités considérées comme des patins inclinés ; c'est la "micro-lubrification".

- en roulement pur, quelle que soit la hauteur des aspérités, la présence d'un film hydrodynamique sur l'ensemble du contact a été établie. Le concept de micro-lubrification ne peut pas être invoqué. Nous devons toutefois soulever ici le problème très important pour les phénomènes de fatigue superficielle de la rupture du film d'huile sous les aspérités.

La description phénoménologique des problèmes de lubrification des surfaces rugueuses que nous venons de présenter, découle des résultats que nous avons obtenus dans les chapitres II et III ; nous avons vu, en particulier, l'importance du problème du contact métallique entre les aspérités ; dans ce qui suit nous déterminerons l'influence de ce paramètre sur le champ de pression.

II.4 - Le contact métallique

Dans le contact réel, une partie de la charge est portée par le film hydrodynamique ω_{hyd}, une partie par le contact direct entre les aspérités ω_{met}.

Dans ce qui suit, nous calculerons :

- la charge portée par les aspérités
- la pression moyenne sur les aspérités.

Nous suivrons, pour ce premier calcul, une méthode décrite par Greenwood |183| pour le contact de deux solides plans; ceci nous permettra de définir, dans un contact élastohydrodynamique, le champ de pression en surface quand la déformation des aspérités n'est plus négligeable et, par suite, de tirer des conclusions originales sur le champ de contraintes (paragraphe III) et donc sur la fatigue des surfaces (paragraphe IV).

Nous supposons dans ce calcul que :

- la hauteur des pics est une variable aléatoire, dont la fonction densité de probabilité est donnée par $f(\varepsilon) = K (a^2 - \varepsilon^2)^2$,

- la déformation des aspérités ne modifie par le profil moyen,

- l'épaisseur moyenne h_r^* est constante dans tout le contact et donc l'approximation de Grubin est applicable,

- les aspérités ont un rayon de courbure au sommet constant β

- le nombre de pics par unité de longueur est $N = 1/\ell$,

- les aspérités se déforment dans le domaine élastique.

La déflexion δ d'une aspérité est égale à :

(V.4) $$\delta = \varepsilon - h_r^*$$

Si on désigne par $2\,b_r$ la largeur du contact hertzien au niveau de cette aspérité, on aura :

(V.5) $$\begin{cases} \delta = \dfrac{b_r^2}{2\beta} \; ; \quad b_r^2 = \dfrac{8}{\pi} \dfrac{\omega_r \cdot \beta}{B.E} \; ; \\ \text{et } \omega_r = \dfrac{2\,\pi\,\beta}{E}\ \beta\ p_o^2 \end{cases}$$

La charge portée par une aspérité s'écrit :

(V.6) $$\omega_r = \frac{\pi}{4}\ B\ E\ \ (\varepsilon - h_r^*\ )$$

Dans cette relation ω_r est une fonction aléatoire de la variable ε. Par conséquent, la charge portée par les aspérités sur le contact entier, c'est à dire pour : $-b < x < +b$, aura pour valeur :

$$\omega_{met} = n\,\frac{\pi}{4}\ BE.\ \frac{15a}{16}^{-5} \int_{h_r^*}^{a} (\varepsilon - h_r^*\ )\ (a^2 - \varepsilon^2)^2\ d\,\varepsilon$$

où n est le nombre d'aspérités en contact dans l'intervalle $-b, +b$; nous aurons $n = N.\ 2\,b = \frac{2b}{\ell}$. Il vient après intégration :

(V.7) $$\omega_{met} = \frac{15\pi}{32}\ bNBE\ \frac{a}{30}\ \left[5 - 16\ (\frac{h_r^*}{a}\ ) + 15\ (\frac{h_r^*}{a})^2 - 5\ (\frac{h_r^*}{a})^4 + (\frac{h_r^*}{a})^6\right]$$

La courbe de la figure 112 montre les variations de $\omega_{met} / \frac{15\pi}{32}\ bNBE\ \frac{a}{30}$,en fonction du rapport $\frac{a}{h_r^*}$; on constate que cette fonction s'annule pour $a/h_r^* = 1$ et qu'elle présente une asymptote horizontale lorsque a/h_r^* tend vers l'infini : c'est la charge maximale que pourraient supporter les aspérités si elles étaient complètement déformées. La théorie proposée n'est évidemment plus valable dans ces conditions extrêmes ; le profil moyen h_r^* sera alors déformé.

La pression maximale au centre d'une aspérité s'écrit, compte tenu des relations V.4 et V.5 :

(V.8) $$p_{o_r} = \frac{E}{4\beta}\ \sqrt{2\ \beta}\ \sqrt{\varepsilon - h_r^*}$$

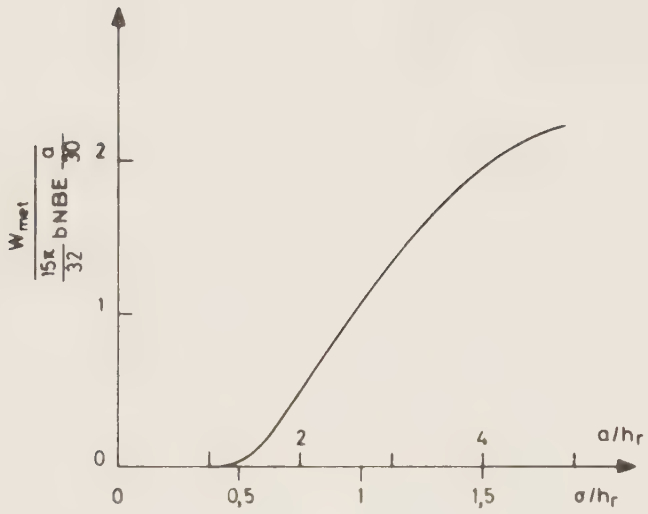


Fig. 112 : Charge portée par le contact métallique entre les aspérités

La pression maximale moyenne s'écrit :

$$\overline{p}_{o_r} = \int_{h_r^*}^{a} p_{o_r} \cdot f(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

soit :

$$\overline{p}_{o_r} = \frac{\sqrt{2}\ E}{4\sqrt{\beta}} \frac{15}{16} a^{-5} \int_{h_r^*}^{a} \sqrt{\varepsilon - h_r^*}\ (a^2-\varepsilon^2)\, d\varepsilon \qquad (V.9)$$

Après intégration, il vient :

$$\overline{p}_{o_r} = \frac{15\sqrt{2}\ E}{64\sqrt{\beta}} \sqrt{a}\ \left(1 - \frac{h_r^*}{a}\right)^{3} \frac{2}{3} \left[1 - \left(\frac{h_r^*}{a}\right)^2\right]^2 \left\{ - \frac{8}{5} \frac{h_r^*}{a} \left(1 - \frac{h_r^{*2}}{a^2}\right) \left(1 - \frac{h_r^*}{a}\right) \right.$$

$$\left. - \frac{4}{7} \left(1 - \frac{3h_r^*}{a^2}\right) \left(1 - \frac{h_r^*}{a}\right)^2 + \frac{8}{9} \frac{h_r^*}{a} \left(1 - \frac{h_r^*}{a}\right)^3 + \frac{2}{11} \left(1 - \frac{h_r^*}{a}\right)^4 \right\}$$

C'est une expression de la forme :

$$\bar{p}_{o_r} \left(\frac{64\ \sqrt{\beta}}{15\ \sqrt{2}\ E\ \sqrt{a}} \right) = g \left(\frac{a}{h_r^*} \right) \qquad (V.10)$$

La largeur moyenne du contact entre aspérités $2\ \bar{b}_r$ est donnée par :

$$(2\ \bar{b}_r) = \frac{15}{8}\ a^{-5}\ \sqrt{2\ \beta} \int_a^{h_r^*} \sqrt{\varepsilon - h_r^*}\ .\ (a^2 - \varepsilon^2)^2\ d\varepsilon$$

C'est une expression de la forme :

$$2\ \bar{b}_r\ .\ \frac{8}{15\ \sqrt{2\beta}\ \sqrt{a}} = g \left(\frac{a}{h_r^*} \right) \qquad (V.11)$$

La courbe de la figure 113 montre la variation de $g \left(\frac{a}{h_r^*} \right)$ en fonction de $\frac{a}{h_r^*}$. Cette courbe permet de déterminer les conditions dans lesquelles la pression maximale moyenne sur les aspérités est suffisante pour entrainer des fissures superficielles. Nous verrons dans ce qui suit, sur un exemple pratique , la détermination du rapport de rugosité qui entraine des dégradations en surface.

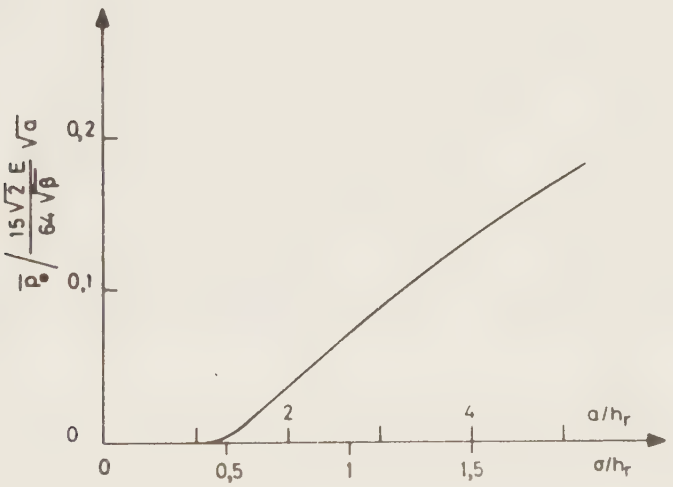


Fig. 113 : Pression sur les aspérités

Les relations IV et V.7 nous permettent donc de calculer la charge portée par le film d'huile, la charge portée par les aspérités. La relation V.10 permet de calculer la pression maximale moyenne sous les aspérités. Dans cette configuration, le champ de pression en surface correspond aux cas c et d de la figure 105. On note ici la présence de pics de pression très élevés sous les aspérités.

Ce type de calcul n'est évidemment plus valable, lorsque la charge portée par les aspérités devient grande devant la charge portée par le film élastohydrodynamique, car nous avons supposé que l'écartement moyen entre les surfaces est constant, et que la charge portée par les aspérités, ne modifie pas le profil moyen h_r^* .

III - LE CHAMP DE CONTRAINTES

III.1 - Introduction

Nous avons vu que les piqûres superficielles sont étroitement liées à la rugosité des surfaces en présence. Nous avons, d'autre part, montré que les rugosités de surface entrainent, d'une part, des fluctuations de pression dans l'espace et dans le temps, et d'autre part, l'apparition de cavitation à la sortie du contact. Il est important de savoir :

a) si les fluctuations de pression à l'intérieur du contact peuvent, à elles seules, expliquer l'apparition des fissures superficielles.

b) dans quelles conditions, un champ de forces normales soumis à des modulations dans l'espace, provoquées par le contact direct des aspérités, peut provoquer des fissures superficielles. Une réponse à cette question permettra, en effet, d'apprécier l'influence du contact métallique, comme cause éventuelle des dégradations de surface.

Le calcul du champ de contraintes dans le contact de deux cylindres chargés l'un contre l'autre, fait l'objet d'un chapitre de la thèse de Docteur-Ingénieur de B.MICHAU. Cette analyse a été effectuée au laboratoire de Mécanique des Contacts, dans le cadre de l'étude de la fatigue superficielle, à laquelle se rattache également ce travail. Les résultats sont suffisamment importants pour l'interprètation de nos résultats pour présenter brièvement la méthode et les résultats.

Dans la suite de ce travail, nous présenterons successivement :

- le champ de contraintes dans les matériaux, lorsque la pression de surface est modulée,

- le calcul du rapport de rugosité, au delà duquel des dégradations en surface sont prévisibles.

III.2 - Effet d'une modulation de la pression

a) Hypothèse sur le champ de pression

Nous avons vu que le calcul exact du champ de contraintes dans un contact élastohydrodynamique rugueux, est très complexe, aussi, dans le but de mettre en évidence les modifications dans le champ de contraintes introduites par la rugosité des surfaces,

Michau a introduit une modulation variable du champ de pression en surface. Le calcul permet de définir le taux de modulation du champ de pression qui entraine des risques d'avarie en surface ; il ne permet pas toutefois, de relier ce taux de modulation à la hauteur des rugosités des surfaces.

Michau calcule dans un premier temps,par la théorie de Hertz, l'aire de contact et la répartition de pression obtenue dans le contact de deux cylindres lisses chargés suivant une génératrice. Il suppose ensuite, que les rugosités de surface ne modifient ni l'aire de compression, ni la charge globale, mais qu'elles modulent seulement la pression. Cette hypothèse permet donc de schématiser les répartitions de pression réellement obtenues dans les contacts rugueux lubrifiés, en présence de contacts métalliques.

b) Modèle mathématique

La méthode choisie par Michau |253-255| est celle décrite par Dowson |162|. Elle consiste à diviser la zone de pression en N éléments d'égales largeurs, et à approcher, dans chaque élément,la courbe de pression réelle par une fonction parabolique. L'influence d'un des éléments de pression sur le champ de contraintes est calculée analytiquement ; le champ de contraintes global est calculé numériquement par sommation.

On sait que dans un solide semi-infini,soumis à une répartition de pression p(s), les contraintes élémentaires en un point M (x,y) provoquées par la force $p_s ds$ appliquée au point A (s) sont : figure 114 |155|.

$$(V.12)\qquad \begin{cases} d\sigma_x = -\frac{2}{\pi}\,\frac{(x-s)^2\,y}{\left[(x-s)^2+y^2\right]^2}\,p(s)\,ds \\ d\sigma_y = -\frac{2}{\pi}\,\frac{y^3}{\left[(x-s)^2+y^2\right]^2}\,p(s)\,ds \\ d\tau_{xy} = -\frac{2}{\pi}\,\frac{(x-s)\,y^2}{\left[(x-s)^2+y^2\right]^2}\,p(s)\,ds \end{cases}$$

Comme p = 0 pour $s < x_1$ et pour $s > x_2$, les contraintes en M, dues à la répartition de pression p = p (s),sont d'après le principe de superposition :

$$(V.13)\qquad \sigma_x = \int_{x_1}^{x_2} d\sigma_x \qquad \sigma_y = \int_{x_1}^{x_2} d\sigma_y \qquad \tau_{xy} = \int_{x_1}^{x_2} d\tau_{xy}$$

c) Résultats obtenus avec une répartition de pression modulée

La pression hertzienne a été modulée de la manière suivante, en désignant par $2\Delta x$ la largeur d'un élément et par s_i l'abscisse de l'axe de cet élément (figure 114);

- pour $s = s_i - \Delta x$, et pour $s = s_i + \Delta x$,la pression est inchangée,
- pour $s = s_i$,la pression est modifiée en augmentant ou diminuant alternativement la pression hertzienne de la quantité :

$$k\,p(s_i) \quad \text{avec} \quad o < k < 1$$

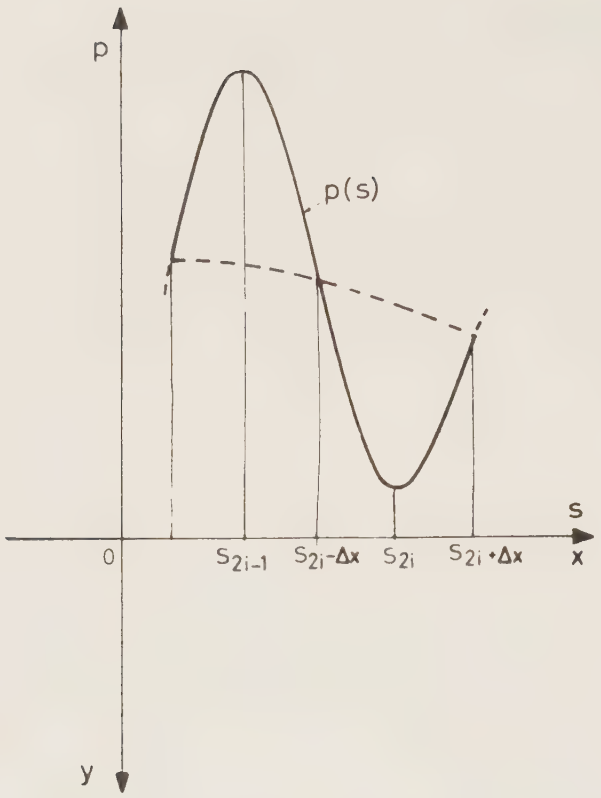


Fig. 114 : Modulation du champ de pression

Le facteur $k = \Delta p/p$ représente le taux de modulation de la courbe $p = p(s)$. Avec cette hypothèse, la charge globale varie très peu ; ce qui, à postériori, justifie l'hypothèse selon laquelle l'aire du contact reste constante quels que soient N et k. Les calculs ont été faits pour 2 valeurs de N : N = 25 (12 pics, 13 creux), et N = 15 (8 pics, 7 creux), et pour 4 valeurs du coefficient k : 1; 0,75; 0,5; 0,25. Pour N = 25 et k = 0,75, les courbes des figures 115 et 116 donnent respectivement les courbes d'égale contrainte de cisaillement principal τ et d'égale contrainte de cisaillement orthogonal τ_{xy}. Les courbes, figure 117 et 118, donnent les variations des contraintes de cisaillement τ et τ_{xy} en fonction de x, pour 2 valeurs de y.

On remarque sur ces courbes :

a) que l'introduction d'irrégularités dans le champ de pression ne modifie pratiquement pas le champ des contraintes, lorsque la profondeur dépasse 0,5 a. Le champ des contraintes en profondeur est peu affecté par des irrégularités de pression.

b) que les contraintes de cisaillement principal τ, et de cisaillement alterné τ_{xy}, présentent une série de maxima et de minima secondaires en des points situés au voisinage immédiat de la surface. On note que :

Si k = 0,5, les maxima secondaires des cisaillements τ et τ_{xy}, sont tous inférieurs aux maxima principaux obtenus par la théorie classique de Hertz pour des surfaces lisses.

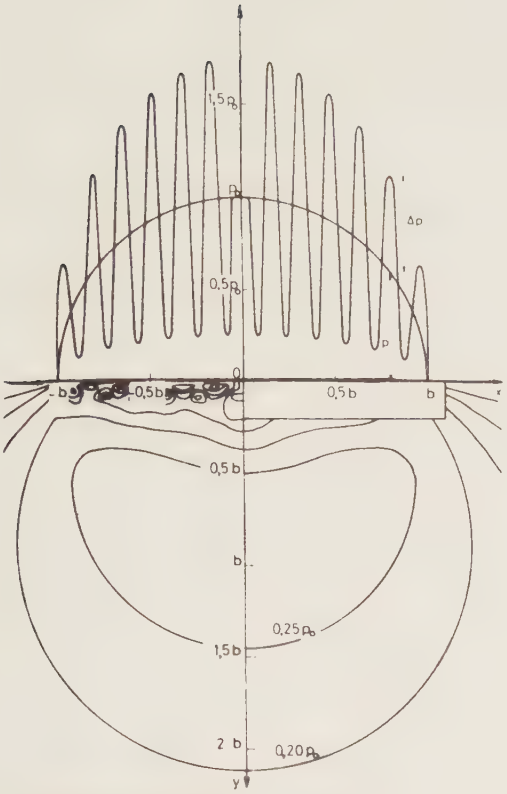


Fig. 115 Courbes equicontraintes τ en fonction de x et de y - pour 2N=50 et k=0,75

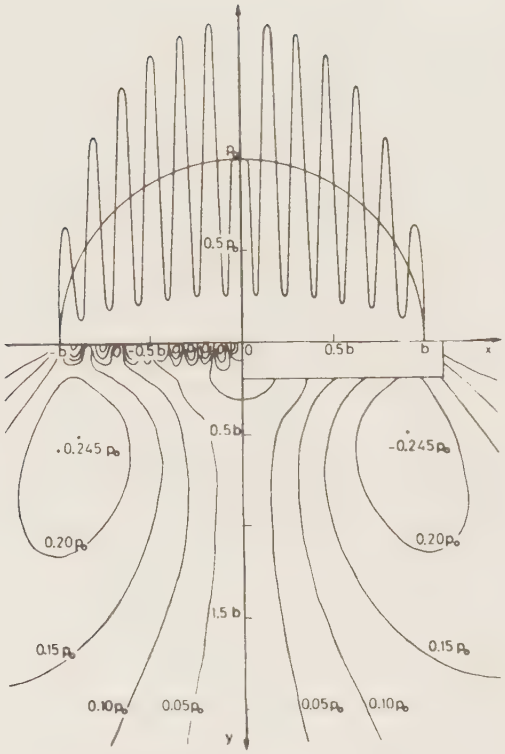


Fig. 116 : Courbes équicontraintes τxy en fonction de x et de y pour 2N=50 et k=0,75

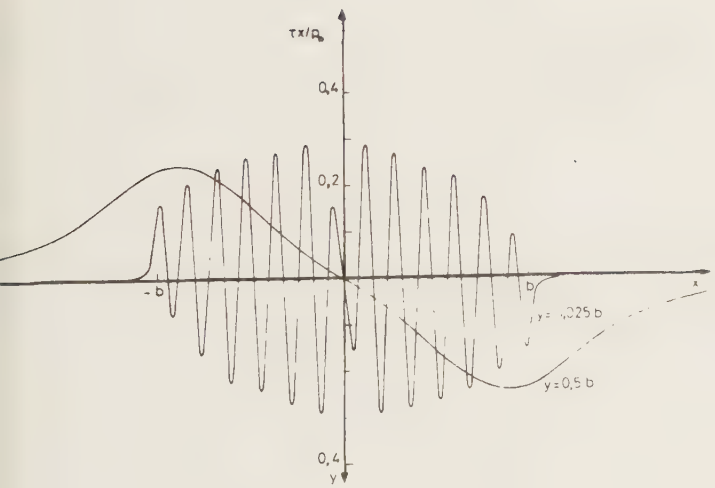


Fig 118 Variation de τxy/p₀ en fonction de x

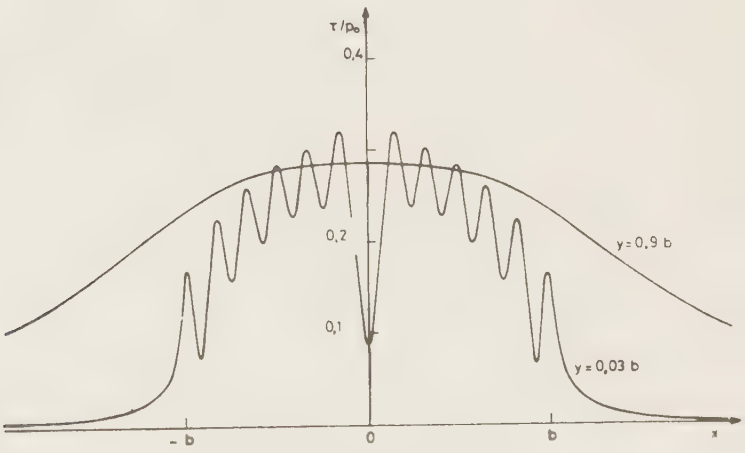


Fig. 117 · Variations de τ/p₀ en fonction de x

Si k = 0,75, seuls quelques maxima secondaires dépassent les maxima principaux.

Si k = 1,0, pratiquement tous les maxima secondaires sont plus grands que les maxima principaux.

Ces conclusions se vérifient pour les deux valeurs de N. D'autre part, les profondeurs où apparaissent ces maxima secondaires, sont d'autant plus petites que N est grand.

On peut également conclure de ces calculs que :

- l'introduction de fluctuations de pression peut entrainer des avaries près de la surface.
- chaque "pic" de pression peut être considéré comme un "micro" champ de pression hertzien sous une aspérité.
- le champ de pression élastohydrodynamique, dû au film d'huile seul, ne peut pas provoquer des avaries près de la surface ; il n'existe pas de "pics" de pression dans ces conditions.
- en film d'huile complet, des piqûres superficielles peuvent être introduites par le phénomène de cavitation par oscillations.
- en présence de contact métallique direct entre aspérités, des dégradations en surface pourront apparaître si la hauteur des pics de pression entrainés par ce contact, est suffisante.

Nous verrons dans le paragraphe suivant, comment on peut calculer la valeur de ces pics de pression.

III.3 - Effet des rugosités sur le champ de contraintes

a) Analyse du champ de pression dans un contact élastohydrodynamique en roulement pur

Dans l'analyse qui suit, nous supposerons que la charge portée par les aspérités ω_{met} est faible devant la charge portée par le film élastohydrodynamique. Nous rappelerons ici un certain nombre de résultats que nous avons obtenus et les hypothèses que nous avons faites pour les obtenir.

Le champ de pression hydrodynamique dans un contact rugueux déformé élastiquement a été calculé au chapitre IV (paragraphe IV.3). Ce calcul suppose que les aspérités ne se déforment pas élastiquement, que leur hauteur est faible devant l'épaisseur moyenne du film. Ce calcul a permis de calculer la pression moyenne et les fluctuations de pression. Nous avons toutefois remarqué, qu'à un instant donné, le gradient de pression ne peut s'annuler que quatre fois au maximum ; les aspérités n'introduisent pas de pics de pression. La pression hydrodynamique est minimale au sommet des aspérités (figure 105).

Le champ de pression nécessaire pour déformer élastiquement les aspérités a été calculé paragraphe II.4. Dans ce calcul, nous avons supposé que les aspérités se déforment indépendamment les unes des autres, et que cette déformation ne modifie pas l'épaisseur moyenne du film élastohydrodynamique. Ce calcul nous a permis de calculer le pression nécessaire pour déformer les aspérités.

b) Conclusions sur le champ de contraintes

Des résultats que nous venons de rappeler, on peut en conclure que :

- dans un contact élastohydrodynamique rugueux, la pression au sommet des aspérités étant faible, celles-ci seront peu ou pas déformées par les pressions hydrodynamiques.

- lorsque la hauteur des aspérités est plus élevée que l'épaisseur moyenne du film, il y aura rapidement contact métalliques ; des champs de pression existeront à l'extrémité de chaque aspérité.

Le champ de pression aura alors l'allure indiquée par la figure 106c. On constate l'apparition de "pics" de pression au niveau des aspérités, à l'entrée et à la sortie du contact. Le principe de superposition de Barré St Venant est applicable ici ; on obtiendra le champ de contraintes global, en sommant les effets dus à la pression hydrodynamique et les effets dus aux champs de pression hertziens sous les aspérités. D'après ce qui a été vu dans le paragraphe précédent, on peut en conclure que si la pression sur les aspérités est suffisamment élevée, il apparait des cisaillements locaux très élevés sous les aspérités qui peuvent entraîner une fissuration en surface. Nous donnerons, dans le paragraphe V, sur un exemple pratique, la valeur du rapport de rugosité qui entraine une fissuration en surface.

IV - LA FATIGUE DES MATERIAUX

IV.1 - Introduction

On sait que,dans tout élément de machine soumis à des contraintes variables dans le temps, des ruptures par fatigue peuvent apparaître. De très nombreux paramètres interviennent sur ces phénomènes ; on n'exposera ici que les résultats principaux obtenus, lorsque les contraintes varient sinusoïdalement dans le temps. Les essais d'endurance en traction, ou flexions alternées par exemple, sont en général consignés sur deux types de diagrammes :

- le diagramme de Whoeler qui relie le nombre de cycles N auquel apparait la fatigue, à l'amplitude de la composante alternée de la contrainte σ_a (figure 119). Sur ce diagramme, on peut en général définir une limite de fatigue σ_{-1}.

- le diagramme de Goodman et Smith qui relie la limite de fatigue à la contrainte moyenne σ_m et à la contrainte alternée σ_a. (figure 120).

Pour des contraintes alternées et pour un nombre de cycles compris entre 10^3 et 10^6, la courbe de Whoeler peut être approchée d'après Weibull [256] par la fonction :

$$N = 1000 \left[\frac{\sigma_r}{\sigma_a}\right]^{\frac{3}{\log\left(\frac{\sigma_r}{\sigma_s}\right)}} \qquad (V.14)$$

où N est le nombre de cycles à la rupture, σ_r et σ_s sont respectivement les contraintes de rupture à 10^3 cycles, et à 10^6 cycles. C'est une expression de la forme :

$$L \propto \frac{1}{\sigma^n} \qquad (V.15)$$

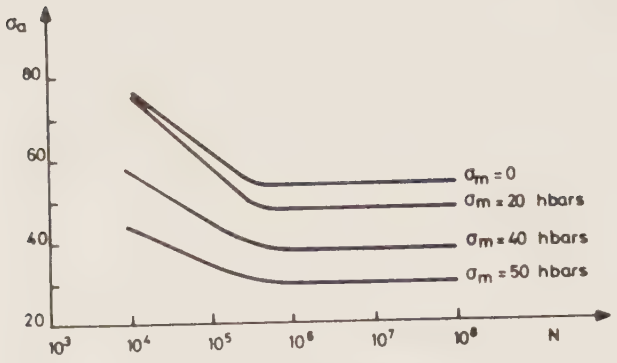


Fig 119 · Diagramme de Wohler

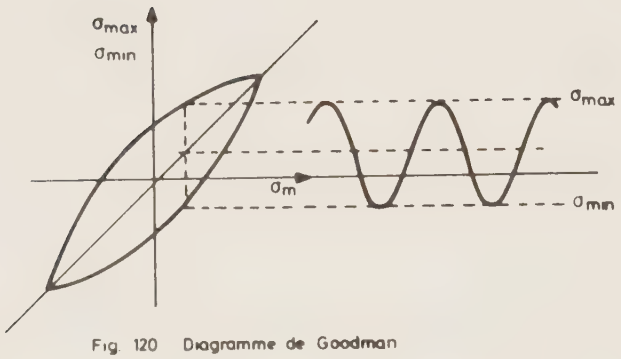


Fig. 120 Diagramme de Goodman

où L est la durée de vie, ω est la charge et α est un exposant égal à $3/\log\left(\frac{\sigma_r}{\sigma_s}\right)$.

IV.2 - Application aux roulements

On sait que dans les expériences de fatigue, les dispersions sont importantes ; les méthodes statistiques doivent être utilisées pour exprimer la durée de vie des mécanismes, tels que les roulements ;ces méthodes conduisent à la relation :

(V.16) $$L_{10} = \left(\frac{C}{\omega}\right)^{\alpha}$$

où L_{10} est la durée de vie exprimée en millions de révolutions, atteinte par un roulement avec une probabilité S de 90 %. C'est la capacité de charge dynamique, et ω est la charge. Dans la relation ci-dessus, un certain nombre de facteurs a été négligé, en particulier :

- l'effet des matériaux,
- l'effet de la lubrification.

En conséquence, la relation V.16 a été modifiée en introduisant des facteurs correctifs α_1, α_2, .. :

(V.17) $$L = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \left(\frac{C}{\omega}\right)^{\alpha}$$

où L est la durée de vie obtenue avec la probabilité S, ($\alpha_1 = 1$ et $L = L_{10}$ pour S = 90 %); α_2 est le facteur correctif pour les matériaux et α_3 est le facteur correctif pour la lubrification.

Les résultats expérimentaux mentionnés au chapitre I, ont montré que le facteur α_3 peut dans certaines conditions être approché par :

(V.18) $$\alpha_3 = k_3 \left[\frac{\varepsilon}{h_m}\right]^{\gamma_3}$$

où k_3 et γ_3 sont des constantes déterminées expérimentalement.

IV.3 - Application pour la fatigue superficielle

Si dans la théorie décrite par Lundberg et Palmgreen, les avaries profondes sont prises en compte directement, nous avons vu la nécessité d'introduire un facteur correctif pour tenir compte de la lubrification; ceci provient,en particulier, du fait qu'en régime lubrifié, la présence de piqûres superficielles peut largement accélèrer le phénomène d'écaillage. Il est donc important de connaître les conditions dans lesquelles :

- des fissures superficielles pourront se former,
- leur présence accélèrera l'écaillage.

Dans tous les calculs que nous avons faits, nous avons raisonné en statique à un instant donné. La détermination exacte des conditions dans lesquelles des piqûres par fatigue pourront se former, est très complexe. On peut toutefois penser, par analogie au calcul présenté ci-dessus, que si les contraintes de cisaillement près de la surface sont égales à celles existant en profondeur, les "piqûres" superficielles apparaîtront simultanément avec l'écaillage.

V - EXEMPLE PRATIQUE

Nous rappelerons ici que nous savons calculer :

- la charge portée par le film hydrodynamique, lorsque la hauteur des rugosités est faible, devant l'épaisseur minimale moyenne du film d'huile $a/h_r < 1$. Ce calcul a été fait en négligeant la déflexion des rugosités.
- la charge portée par le contact des rugosités, lorsque les déformations des rugosités sont faibles.
- les pressions introduites par la déformation élastique des rugosités.

Bien que les deux calculs ne puissent pas se recouper directement, nous allons, dans ce qui suit, donner une méthode approchée pour évaluer dans un contact réel :

- les conditions dans lesquelles des avaries en surface pourront se produire,
- la charge ω_{hyd} portée par le film d'huile,
- la charge portée par les aspérités.

V.1 - Pression sur les aspérités

La relation V.10 peut s'écrire pour deux pièces en acier :

$$g\left(\frac{a}{h_r^*}\right)\sqrt{\frac{a}{\beta}} = 1{,}43 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\overline{p}_{o_r}}{100}\right) \tag{V.19}$$

Dans cette relation $\overline{p}_{o_r}$ est exprimé en hectobars ; on admettra que l'avarie en surface se produit si cette pression dépasse une valeur p_{er} qui ne dépend que des matériaux; la variation de $g\left(\frac{a}{h_r^*}\right)$ en fonction de a/h_r^* est donnée par la courbe de la figure 113 :

pour $1 < \frac{a}{h_r^*} < 4$, on aura approximativement

$$g\left(\frac{a}{h_r^*}\right) \simeq 0{,}066 \left(\frac{a}{h_r^*} - 1\right)$$

Par suite, il vient :

$$\left(\frac{a}{h_r^*} - 1\right) \simeq 0{,}215 \left(\frac{p_{er}}{100}\right)\sqrt{\frac{\beta}{a}} \tag{V.20}$$

Dans cette relation, les paramètres β et a sont des caractéristiques des surfaces. Whitehouse et Archard ont montré que, pour des surfaces neuves, il existe une relation de la forme :

$$\beta \simeq \frac{1}{4\pi^2} \frac{\ell^2}{a}$$

La relation V.20 devient :

$$\left(\frac{a}{h_r^*} - 1\right) \simeq 0{,}034 \left(\frac{p_{er}}{100}\right)\left(\frac{\ell}{a}\right)$$

Par conséquent, en roulement pur, des fissures en surface apparaîtront si :

$$\frac{a}{h_r^*} > 0{,}034 \left(\frac{p_{er}}{100}\right)\left(\frac{\ell}{a}\right) + 1$$

V.2 - Charge hydrodynamique

Nous avons donné, au chapitre IV, les relations qui permettent de calculer l'épaisseur du film élastohydrodynamique dans un contact rugueux ; on admettra que, lorsqu'il y a contact métallique, les relations mentionnées ci-dessus sont toujours valable ; il vient en roulement pur :

$$\left(\omega_{hyd}\right)_{rugueux} \simeq \left(\omega_{hyd}\right)_{lisse} \left[1 + 9{,}36 \frac{\sigma^2}{h_m^2}\right]$$

V.3 - Charge portée par les rugosités

D'après la relation V.7, la charge portée par le contact métallique direct des aspérités s'écrit pour des surfaces en acier :

$$\left(\frac{\omega_{met}}{B}\right) \simeq 1030 \quad b. \frac{a}{\ell} \quad f\left(\frac{a}{h^*_r}\right)$$

Dans cette relation ω_{met} est exprimé en daN, les longueurs sont exprimées en millimètre.

Pour $1 < \frac{a}{h^*_r} < 4$, on a sensiblement $f\left(\frac{a}{h^*_r}\right) \simeq \left(\frac{a}{h^*_r} - 1\right) . 0,66.$

Il vient :

$$\frac{\omega_{met}}{B} \quad 686 \quad b \quad \frac{a}{\ell} \quad \left(\frac{a}{h^*_r} - 1\right)$$

V.4 - Exemple

Considérons un contact élastohydrodynamique, ayant les caractéristiques suivantes :

$\mu = 20$ mPℓ $\quad R_1 = R_2 = 22,5$ mm $\quad B = 3$ mm $\quad U_1 = U_2 = 9,5$ m/sec

$\omega = 300$ daN, $\quad \sigma = 1$ µm ; $\quad$ il vient :

$b = 0,37$ mm, $\quad a = 2,7$ µm, $\quad h^*_\ell = 0,88$ µm, $h^*_r/h^*_\ell \simeq 1,5$

$h^*_r = 1,3$ µm, $\quad a/h^*_r = 2$; $\quad$ d'où :

si $\ell = 100$ µm $\begin{cases} \omega_{hyd} = 300 \text{ daN} \\ \omega_{met} = 21 \text{ daN} \\ \bar{p}_{or} = 80 \text{ hbars} \end{cases}$ $\quad$ si $\ell = 50$ µm $\begin{cases} \omega_{hyd} = 300 \text{ daN} \\ \omega_{met} = 42 \text{ daN} \\ \bar{p}_{or} = 160 \text{ hbars} \end{cases}$

VI - CONCLUSIONS

Cette étude fait apparaître deux points :

- dans un contact élastohydrodynamique rugueux en roulement pur, si les rugosités sont peu et pas déformées, le seul phénomène qui puisse être invoqué, pour expliquer l'apparition de piqûres superficielles, est le phénomène de cavitation par oscillations.

- dans un contact élastohydrodynamique rugueux en roulement pur, si les rugosités sont fortement déformées, alors le champ de contraintes local, au niveau de l'aspérité, peut aisèment entrainer la formation de piqûres superficielles. Une étude expérimentale est donc nécessaire, pour faire la part de chacun de ces deux mécanismes.

- en roulement et glissement, la présence de rugosités entraine une rupture du film d'huile ; ce phénomène est d'autant plus grave que la vitesse de glissement est importante ;

il est d'autre part plus grave, dans le cas où la surface rugueuse est la surface lente, que dans le cas où la surface rugueuse est la surface rapide. Dans ces conditions, la charge portée par le film hydrodynamique sera très faible, sinon nulle.

- en roulement pur, le champ de pression hydrodynamique ne peut pas déformer notablement les aspérités ; le contact métallique interviendra pour une valeur du rapport de rugosité voisine de 1 - ; toutefois, ce contact métallique ne modifie pratiquement pas la charge portée par le film d'huile.

CHAPITRE VI

DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

I - PROBLEMES EXPERIMENTAUX ET DEFINITION DES DISPOSITIFS

Les résultats théoriques de l'entrainement hydrodynamique, entre deux surfaces rugueuses, débouchent sur la connaissance de la pression, la charge et la force de frottement. Cette étude a également mis en évidence la possibilité d'apparition de cavitation dans le film. Elle ne nous a toutefois pas permisde conclure fermement, sur la possibilité de formation de piqûres superficielles en film d'huile complet, c'est à dire, sans contact métallique direct entre les aspérités. L'étude expérimentale idéale doit,en conséquence, apporter des résultats sur :

a) la durée de vie de pièces pour différentes conditions cinématiques et de charge,

b) la possibilité d'avaries en film complet,

c) l'existence de cavitation et d'instabilité du film,

d) les conditions aux limites sur la pression.

La mise en oeuvre de l'étude expérimentale appelle toutefois les remarques suivantes :

a) l'exiguïté du champ de pression,dans un contact hertzien, rend impossible, actuellement, la mesure directe de la répartition de pression, et en particulier la caractérisation de la cavitation dans le contact.

b) les essais systèmatiques de fatigue exigent un très grand nombre d'essais qui durent chacun plusieurs heures. La mise en oeuvre du dispositif doit être simple.

Devant certaines incompatibilités entre les aspects expérimentaux et certains aspects théoriques, nous avons été amenés à concevoir, à dessiner et à faire réaliser, quatre dispositifs expérimentaux, pour l'étude des 4 points mentionnés ci-dessus, et à utiliser une machine existant au laboratoire, dessinée par L.Flamand [257].

II - PREMIER DISPOSITIF - ETUDES DES PIQURES SUPERFICIELLES

II.1 - Définition du dispositif

Ce dispositif doit permettre une rotation de deux éprouvettes cylindriques sans qu'il y ait contact métallique entre elles, dans le but de montrer que des piqûres superficielles peuvent apparaître en film d'huile complet. Dans ce but :

- le phénomène d'écrasement du film dû au terme transitoire doit être le plus faible possible.

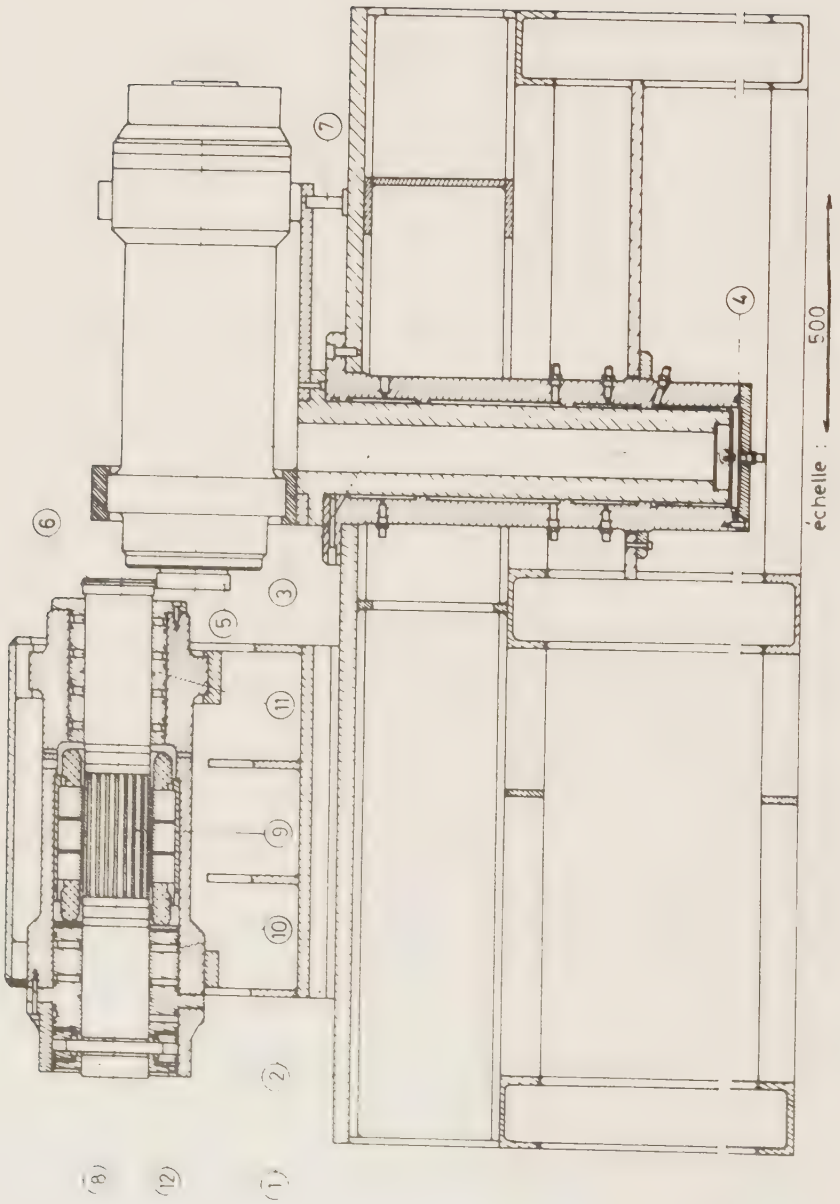


Fig. 121 : Schéma du dispositif d'étude de piqûres superficielles

- le dispositif doit permettre la mesure de l'épaisseur du film d'huile et la mesure de la force de frottement.

- les charges, appliquées au contact, doivent être suffisantes pour engrendrer des phénomènes de fatigue dans les matériaux couramment utilisés pour la fabrication des roulements (100 C.6) et des engrenages.

- le dispositif doit permettre de faire varier continûment les vitesses de roulement et de glissement des deux éprouvettes.

Les différents problèmes mentionnés ci-dessus nous ont conduit à concevoir le dispositif schématisé, figure 121. Ce dispositif, (figure 122), comprend essentiellement deux broches de haute précision supportées par des paliers à air, pour lesquels nous donnons en annexe les éléments du calcul. La première broche est montée rigidement sur le bâti (1) par l'intermédiaire de rails en alumine (2); la deuxième est solidaire d'un vérin hydrostatique à huile (3) qui permet la mise en charge (4) des éprouvettes (5 et 6); il permet également, par son degré de liberté en rotation, la mesure de la force de frottement grâce aux lames de flexion (7).

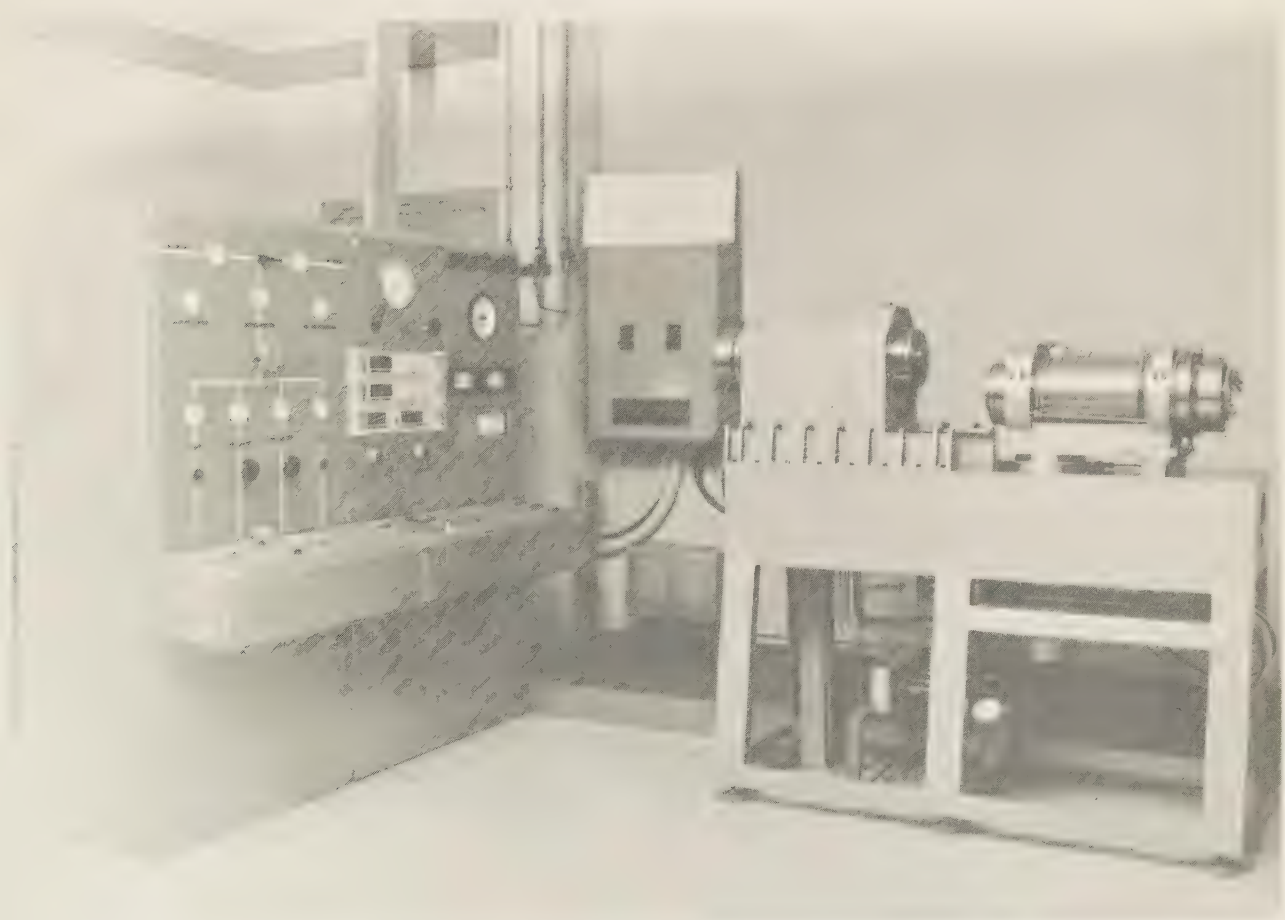


Fig. 122 : Dispositif d'étude des piqûres superficielles

a) Broches : la technique des paliers à air a été utilisée pour obtenir la meilleure précision de rotation possible. L'arbre (8) est animé en rotation par un moteur asynchrone triphasé dont le rotor (9) est directement usiné et surmoulé sur l'arbre. Cette technique du "rotor massif" bien que très peu répandue, présente de nombreux avantages sur les plans de la précision géométrique, de la stabilité dimensionnelle, etc... L'alimentation à fréquence variable est obtenue par des alternateurs entrainés à vitesse variable. Les paliers (10,11) sont alimentés en air comprimé par un compresseur fournissant 60 Nm3/h sous 30 bars. L'air est traité et purifié pour extraire les vapeurs d'huile et d'eau, pour extraire les poussières, (finesse de filtration 0,3 µm). Les caractéristiques principales de cette broche sont :

- vitesse de rotation variable, 1500 t/mn < N_1, N_2 < 6000 t/mn,
- capacité de charge sur les éprouvettes 0 <ω < 4000 N
- précision de rotation mesurée sur les éprouvettes Ø 100 ≃ 0,8 µm.

b) Bâti, vérin : le bâti est conçu autour d'un caisson rigide qui sert de plan de référence, et sur lequel sont disposés les différents éléments (broche, vérin hydrostatique). Le vérin hydrostatique calculé d'après la méthode proposée par SHAW et MACK [257] est alimenté en huile sous une pression de 100 bars, le diamètre du palier est de 120 mm, le jeu radial est de 0,02 mm ; les injecteurs sont du type capillaire. La mise en charge est effectuée par l'intermédiaire d'une membrane Bellofram et d'un vérin à air comprimé.

c) Alimentation en lubrifiant : l'alimentation se fait par un jet dirigé au contact ; l'huile est reprise par une pompe et filtrée.

d) Mise en oeuvre du dispositif : si la théorie des paliers à gaz est aujourd'hui bien connue,(les résultats théoriques et expérimentaux sur la capacité de charge de la broche diffèrent de moins de 7 %), il y a cependant lieu,dans la conception de ces dispositifs, de déterminer avec précision les zones d'instabilité :

- instabilité pneumatique : cette instabilité est une caractéristique des dispositifs hydrostatiques ;elle est introduite par la compressibilité du gaz.
- instabilité connue sous le nom de fouettement : elle est fonction de la vitesse de rotation de l'arbre.
- instabilité par plaçage : c'est une caractéristique des dispositifs hydrostatiques ; elle est liée à un mouvement tourbillonnaire du jet.

Pour une broche de grande précision de cette dimension, les difficultés principales sont d'ordre technologique et se rencontrent dans la précision d'usinage des différents éléments, et dans le choix des matériaux. Nous mentionnerons plus particulièrement les problèmes des coefficients de dilatation différentiels, des caractéristiques magnétiques du rotor, de la compatibilité en frottement de l'arbre et du coussinet.

II.2 - Performances des broches

a) rigidité - capacité de charge

Les courbes de la figure 123 donnent la déflexion mesurée au niveau de l'éprouvette, en fonction de la charge appliquée sur celle-ci pour différentes valeurs de la pression d'alimentation. On constate que, sauf pour les grandes excentricités, la déflexion varie d'une façon linéaire avec la charge appliquée.

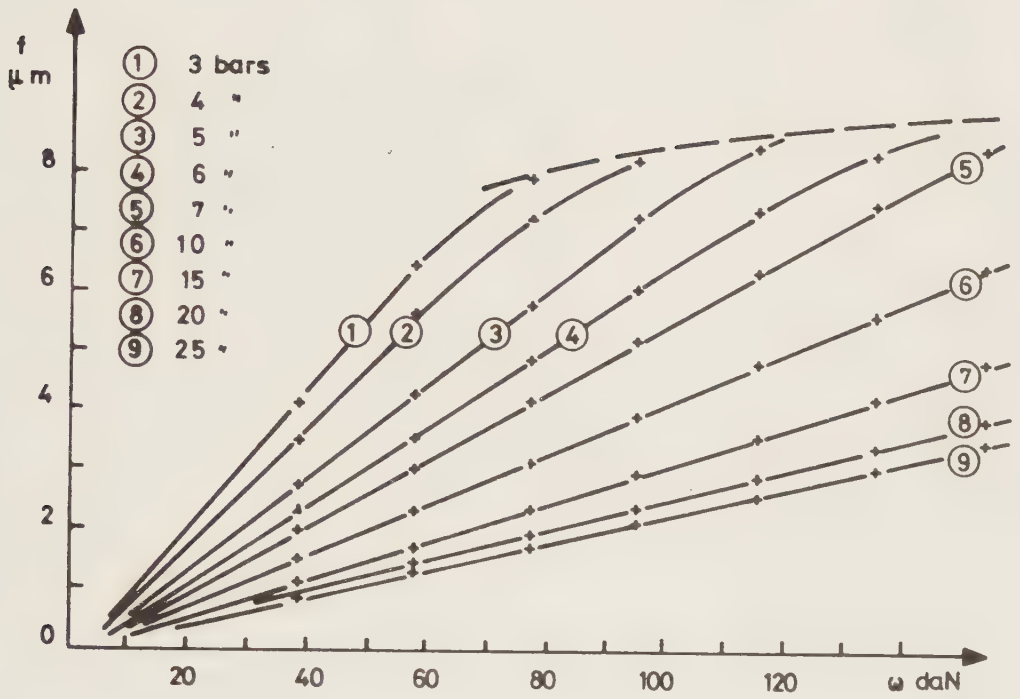


Fig. 123 : Déflection des éprouvettes

Les courbes de la figure 124 donnent la rigidité, en fonction de la pression d'alimentation, pour différentes configurations utilisées; ces courbes ont été obtenues en statique. On constate que le calibrage des injecteurs joue un rôle très important sur les résultats obtenus.

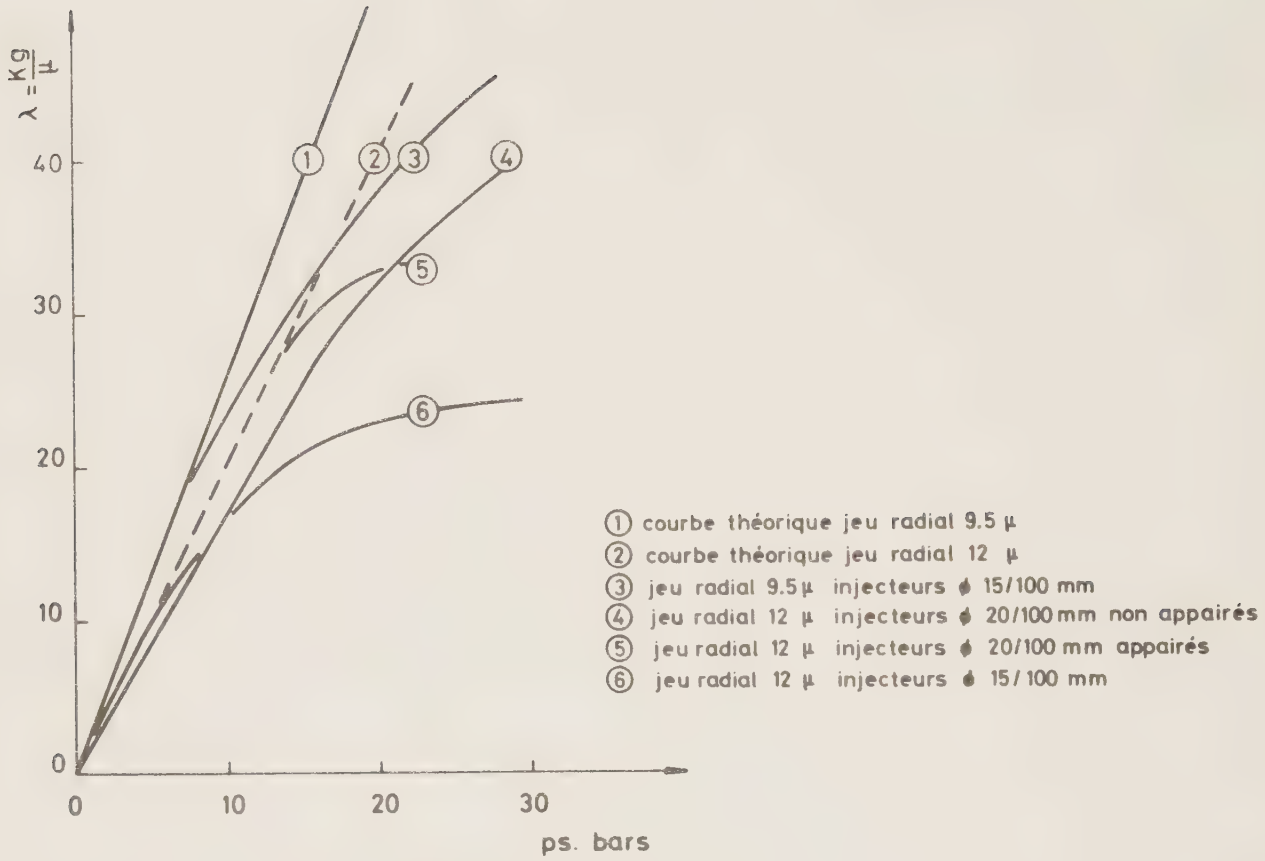


Figure 124 : Rigidité des broches en fonction de la pression d'alimentation

b) Débit des broches

La mesure directe du débit des broches est relativement délicate ; la configuration du dispositif ne permet pas d'envisager cette mesure à la sortie des paliers ; de plus la mesure en amont des paliers nécessite un appareillage coûteux, aussi avons nous opté pour une mesure indirecte, en alimentant l'installation par une bouteille d'air comprimé. On détermine la variation de la pression dans la bouteille, en fonction du temps. On trouve les résultats suivants :

- débit d'une broche à 20 bars, 160 Nℓ/mn
- débit de l'installation complète à 20 bars, 450 Nℓ/mn

II.3 - Mesures effectuées

a) Mesure de la charge normale

La charge normale, au contact entre les deux éprouvettes, est déterminée, après étalonnage, par la mesure de la pression de l'air dans le vérin. La pression est mesurée par un manomètre de haute précision (0,5 %).

b) Mesure de la vitesse de rotation des broches

Les vitesses de rotation des deux broches sont mesurées par des capteurs électro-magnétiques, par l'intermédiaire de roues à 60 dents. Un compteur d'impulsions, fonctionnant avec une base de temps de 1mn, donne directement cette vitesse de rotation. Les vitesses de rotation des deux broches sont connues à moins de 2 % ; elles sont d'autre part régulées (les variations dans le temps sont inférieures à 0,5 %).

c) Mesure de l'épaisseur du film

Les méthodes de mesure de l'épaisseur d'un film d'huile dans un contact hertzien sont très nombreuses, et ont donné lieu à un très grand nombre de publications. Parmi les différentes techniques mises en oeuvre, citons :

- les méthodes résistives |178, 258|,
- la méthode capacitive |259|,
- la méthode par reluctance |260|,
- la méthode optique |163,165|,
- la méthode par rayons X |261|,
- les méthodes indirectes |262|.

Mis à part la méthode optique qui ne peut pas être utilisée dans cette étude sur la fatigue, puisqu'elle implique l'utilisation d'une éprouvette de saphir, les meilleurs résultats dans les contacts hertziens (interprétation du signal, reproductibilité, mise en oeuvre ...) sont actuellement obtenus avec la méthode capacitive. Nous utiliserons donc cette méthode. Pour sa mise en oeuvre, la broche fixe est isolée électriquement du bâti par des patins en alumine ; de plus les arbres sont liés électriquement au carter des broches par des balais en graphite. On peut ainsi mesurer l'impédance électrique entre les deux broches. Le schéma électrique de l'installation est représenté sur la figure 125.

Rf, Cf représentent respectivement la résistance, la capacité de fuite, introduites principalement au niveau des rails en alumine (figure 121), C_ℓ représente la capacité de ligne des fils de liaison, et Z, l'impédance à mesurer. Pour la mesure de la capacité du film d'huile, plusieurs techniques peuvent être utilisées : méthode du pont, méthode par modulation de fréquence. Pour nos mesures, nous avons utilisé un pont Tecktronik 66 B ; il ne permet pas de séparer les composantes résistives et capacitives du signal, mais simplement la mesure du module de l'impédance. Cette caractéristique fait que l'appareillage est très sensible à tout contact métallique. Dans des conditions où il y a contact direct entre les aspérités, la résistance R du film d'huile devient très faible, de l'ordre de quelques ohms, dans ces conditions: $R \ll 1/C\omega$. Lorqu'il y a un film d'huile complet entre les surfaces, alors: $R \gg 1/C\omega$.

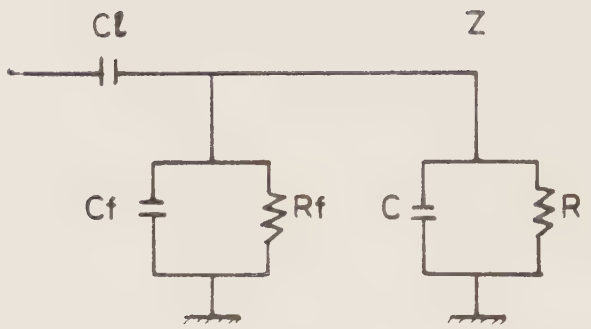


Fig. 125

Les oscillogrammes, figure 126, donnent les allures du signal obtenu dans les cas où :

a) le contact métallique est très important,

b) le contact métallique est intermittent,

c) il n'y a pas de contact métallique.

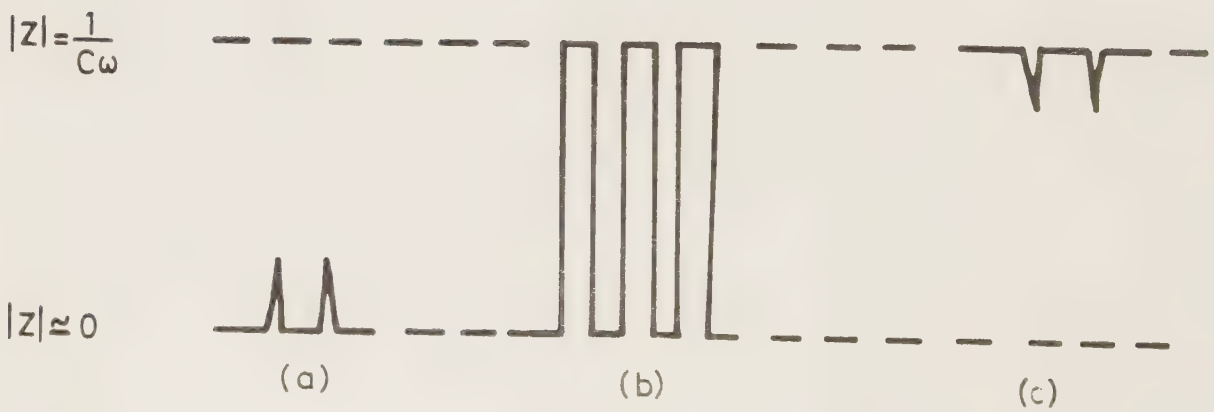


Fig. 126 : Allure des oscillogrammes

III - DEUXIEME DISPOSITIF - ETUDE DE L'ECAILLAGE

La complexité, et donc la difficulté de mise au point du dispositif décrit ci-dessus, est difficilement compatible avec les essais de fatigue ; nous avons donc élaboré une machine très simple de maintenance pour les essais systématiques. Le schéma de principe est donné par la figure 128. Les éléments constitutifs essentiels sont :

- le bras fixe (1) supporte un des deux disques (2)
- le bras articulé (3) supporte le second disque par l'intermédiaire duquel est appliquéela charge (5).
- le renvoi d'angle (6) assure la mise en rotation des éprouvettes par l'intermédiaire de poulies et de 2 courroies crantées (7,8).

Les caractéristiques essentielles de ce dispositif, dont une vue générale est donnée par la figure 127, sont :

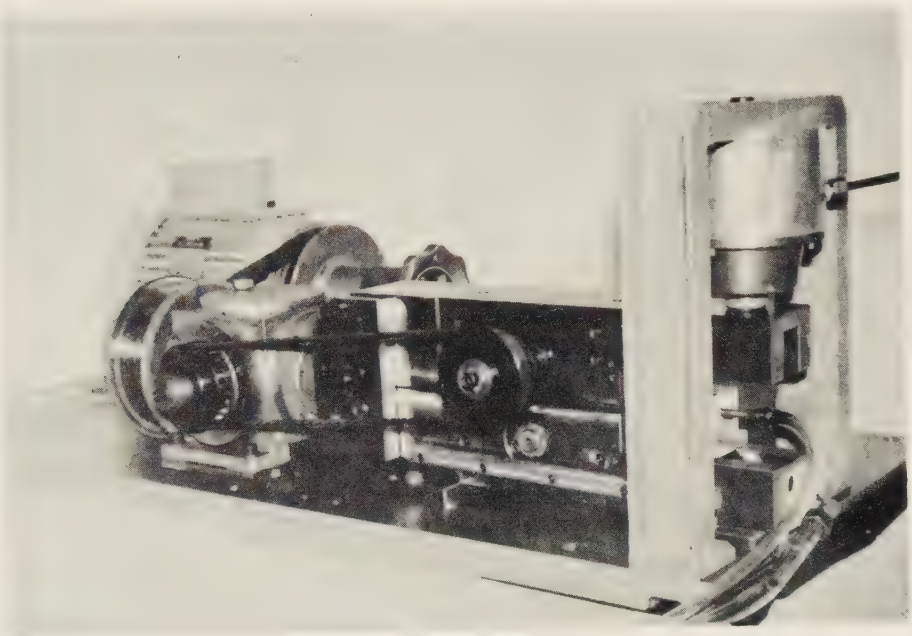


Fig. 130 : Dispositif de visualisation

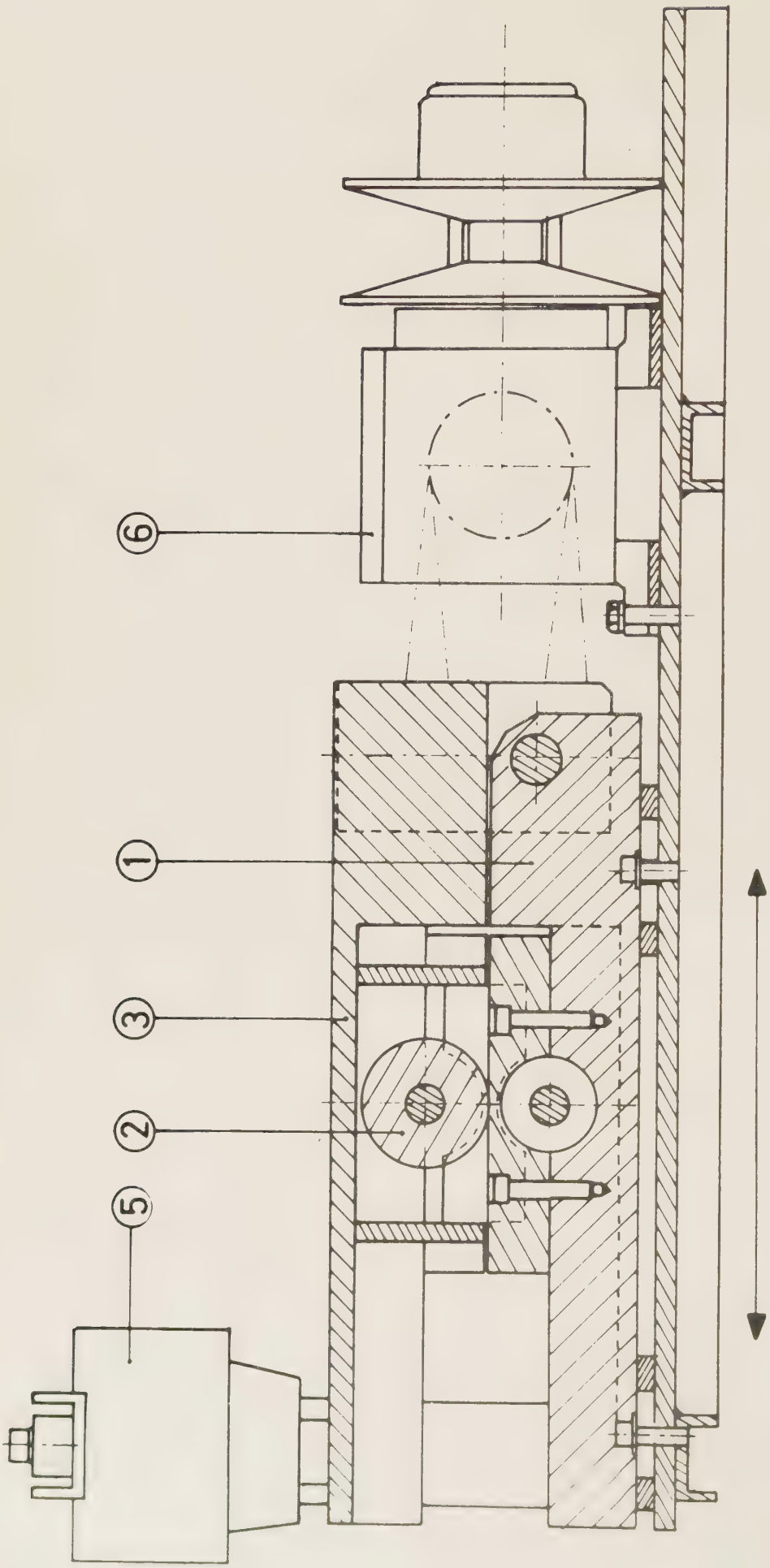


Fig. 128 : Coupe du dispositif pour l'étude de l'écaillage

- rayon des éprouvettes : R_1, R_2 = 30 mm
- charge normale au contact : $0 < \omega < 400$ daN
- vitesse de rotation des galets : 500 t/mn $< N_1, N_2 <$ 3000 t/mn
- rapport de glissement : $-50\ \% < \left|\frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}\right| < +50\ \%$

Nous notons que, dans ce dispositif, le mouvement entre les deux galets est synchronisé, contrairement au dispositif décrit au paragraphe II.

IV - TROISIEME DISPOSITIF - VISUALISATION DU FILM D'HUILE

Nous avons noté, au paragraphe I, l'impossibilité actuelle de la mesure de pression dans les contacts hertziens. Nous avons vu, d'autre part, au chapitre III que l'étude théorique de l'hydrodynamique des contacts rugueux conduit à l'existence, d'une part, d'une instabilité du film d'huile et, d'autre part, à l'existence possible d'une zone de cavitation dans le contact. Il importe de vérifier expérimentalement ces résultats. Dans ce but, nous avons utilisé le dispositif schématisé par la figure 130 ; il comprend un disque métallique (1) animé d'un mouvement de rotation. Sur le bras articulé (2) est disposé, soit un sabot en plexiglas (3) pour l'observation du film d'huile au contact en glissement pur, soit un cylindre en plexiglas (4) entrainé en rotation par l'intermédiaire des engrenages (5) et des galets (6) pour l'observation du film d'huile en roulement pur. Une vue générale du dispositif, équipé pour les manipulations en roulement pur est donnée par la figure 129.

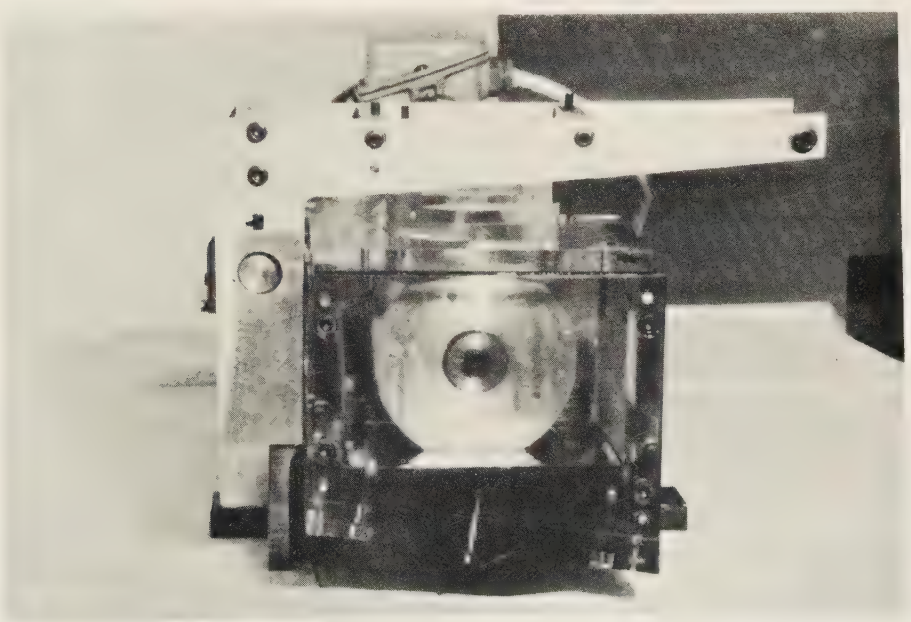


Fig. 127 : Dispositif pour l'étude de l'écaillage

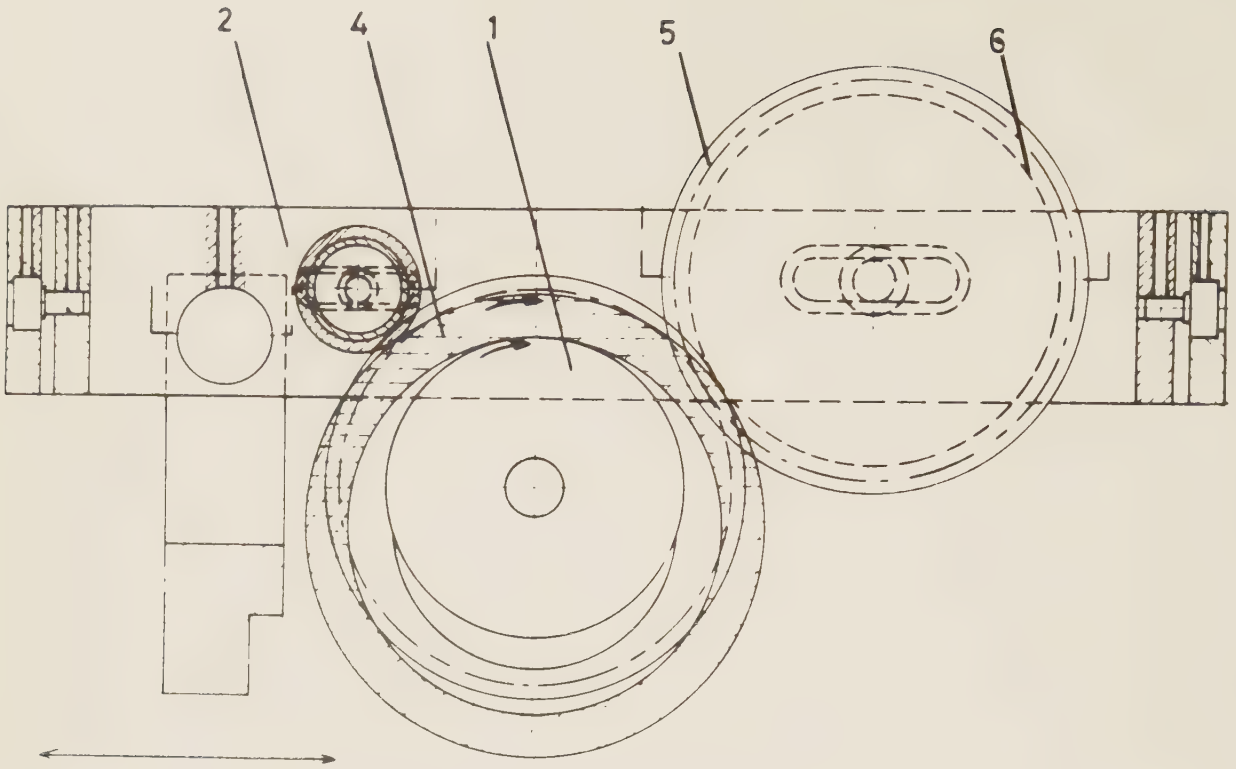


Fig. 129 a : Dispositif de roulement

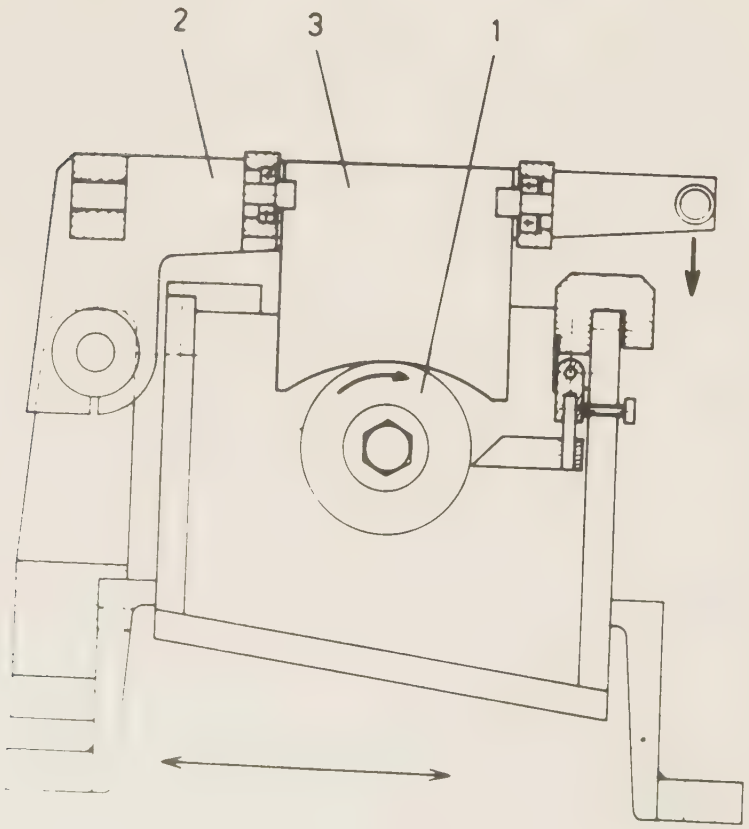


Fig. 129 b : Dispositif de glissement

V - QUATRIEME DISPOSITIF - MESURE DES TENSIONS DES FILMS LUBRIFIANTS

Pour vérifier la validité des hypothèses que nous avons faites dans nos calculs théoriques, un dispositif, pour mesurer en dynamique les tensions qui peuvent apparaître dans les films d'huile, a été réalisé. Ce dispositif décrit par ailleurs [67] comprend, figure 131, un bras articulé (1) au bout duquel est fixé un moteur électrique (2) comportant les masselottes (3). Les éprouvettes (4) et (5) sont sollicitées par une force qui varie sinusoïdalement dans le temps. On mesure ici la force "d'arrachement" des deux éprouvettes qui est supposée nulle dans la plupart des études.

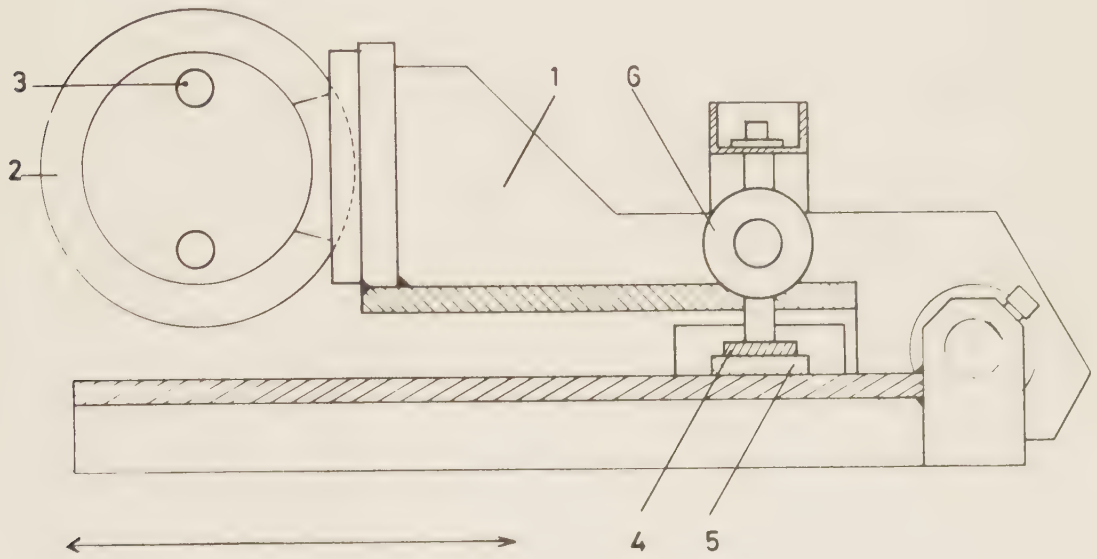


Fig. 131 : Dispositif pour l'étude des tensions

VI - MACHINE A GALETS

Ce dispositif, figure 132, conçu et réalisé au laboratoire de Mécanique des Contacts par L. Flamand, est, dans son principe, identique au dispositif décrit au paragraphe II. Toutefois les performances, tant en charge qu'en vitesse, de rotation des broches, sont largement supérieures à celles obtenues dans le dispositif décrit précédemment. Les caractéristiques principales sont :

- $0 < $ charge normale $\omega < 1000$ daN
- 3000 t/mn $<$ vitesse de rotation N_1, $N_2 < 20\,000$ t/mn

- 20 mm < diamètre des éprouvettes D_1, D_2 < 100 mm
- précision de rotation des éprouvettes ≃ 1 µm

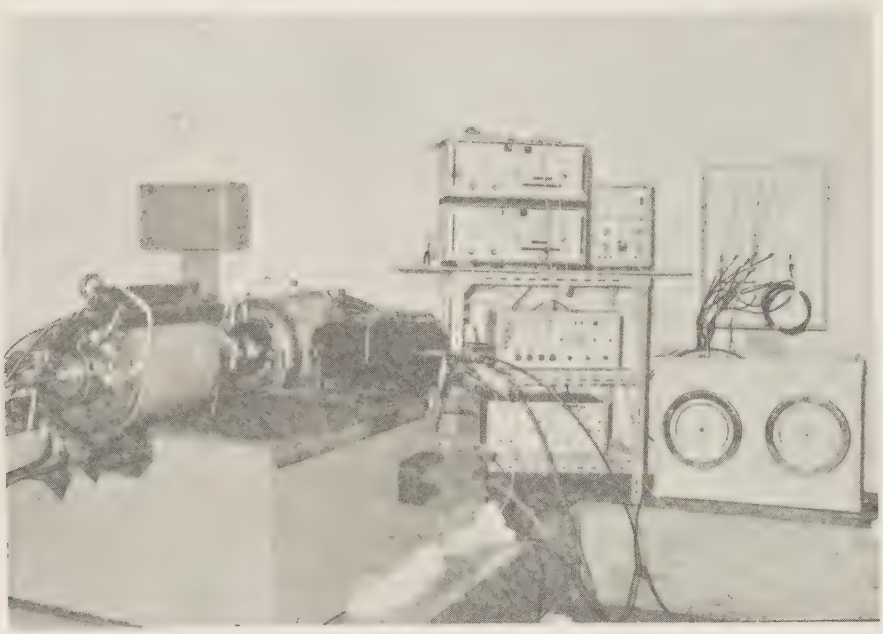


Fig. 132 : Machine à galets

CHAPITRE VII

RESULTATS EXPERIMENTAUX

I - INTRODUCTION

Nous évoquerons successivement les résultats obtenus sur :

a) la machine de visualisation décrite au paragraphe IV,

b) les machines à galets et la machine de fatigue décrites aux paragraphes II, III et VI,

c) la machine de martèlement décrite au paragraphe V et donnerons à cette occasion des précisions sur :

- la cavitation et les instabilités des films d'huile,
- la fatigue des surfaces,
- les tensions dans les films lubrifiants.

Dans chacune de ces études, nous mettrons en évidence les effets du rapport de rugosité d'une part, du rapport de glissement d'autre part. Ces résultats seront directement reliés à notre étude théorique dans laquelle nous avons montré :

- l'effet des rugosités sur le champ de pression hydrodynamique et sur le champ des contraintes dans les matériaux,
- la présence de cavitation à la sortie du contact,
- une instabilité du film d'huile.

Pour simplifier la présentation, nous donnerons les résultats obtenus successivement avec chaque dispositif et analyserons plus en détail nos résultats dans le chapitre suivant.

II - EXPERIENCES DE VISUALISATION

II.1 - Description

L'étude théorique a montré, lorsque la hauteur des rugosités est suffisamment grande, que les deux phénomènes suivants peuvent apparaître :

- une instabilité du film d'huile,
- une cavitation à l'intérieur du contact.

L'importance de ces phénomènes augmente théoriquement avec le rapport de rugosité et le rapport de glissement.

L'étude expérimentale a été menée sur le dispositif décrit au chapitre VI, paragraphe IV, et qui comprend un galet mobile et une surface transparente mobile ou non.

Dans ce dispositif une des surfaces est lisse, l'autre est rugueuse, le rapport de glissement peut prendre les valeurs : 1, 0 et -1. Les rugosités sont simulées par des rayures transversales usinées sur les éprouvettes ; elles sont sensiblement triangulaires; nous les caractériserons par :

ℓ : la longueur entre deux rayures $\quad \ell \simeq 0{,}71$ mm

2a : la profondeur d'une rayure $\quad 2a \simeq 0{,}06$ mm

β : angle au sommet de l'aspérité $\quad \beta \simeq 160°$

La longueur d'onde réduite des rugosités $L = \ell/R$ a ici pour valeur $L \simeq 1{,}4.10^{-3}$. Elles entrent donc dans le cadre de la rugosité étudiée aux chapitres III et IV.

Nous étudierons successivement les trois cas suivants :

- $\lambda = 1$ le patin fixe est rugueux, le galet lisse est en rotation.
- $\lambda = -1$ le patin est lisse, le galet mobile est rugueux.
- $\lambda = 0$ le galet est rugueux, le patin est remplacé par un cylindre creux transparent, la cinématique du contact est celle du roulement pur.

II.2 - 1er cas - Surface rugueuse ($\lambda = 1$) fixe

Les conditions expérimentales sont les suivantes :

Charge $\quad W = 100$ N

Vitesse $\quad N_1$ ou $N_2 = 500$ tr/mn

Viscosité $\quad \mu = 200$ mPℓ

Rayons $\quad R_1 = 50$ mm, $R_2 = 55$ mm d'où $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 500$ mm

On constate :

a) l'existence de un ou plusieurs régimes de fonctionnement qui se traduisent par des valeurs différentes de l'abscisse x_s de rupture du film lubrifiant qui sont mises en évidence par les figures 133 a et b. Trois zones sont visibles sur ces photos.

La zone I correspond à l'entrée du contact ; le film hydrodynamique est complet.

La partie centrale II où les premières rayures apparaissent, définit l'étendue du film hydrodynamique.

La zone III correspond à une surface exempte de rayures.

Les figures 133 a et b montrent que l'abscisse x_s de rupture de l'écoulement (apparition de la première rayure) peut varier même si les conditions de charge et de vitesse sont identiques ; elles sont obtenues en introduisant momentanément une légère perturbation $\pm \Delta\omega$ sur la charge appliquée au contact. Suivant le signe de cette perturbation, les configurations montrées sur les photos a ou b sont obtenues. La figure 133 c montre qu'à l'intérieur d'un même contact, plusieurs valeurs de l'abscisse de sortie peuvent exister. Les situations présentées sur ces photos peuvent, pour des vitesses faibles ou modérées se prolonger infiniment. Ces résultats illustrent donc l'existence de l'instabilité prévue au chapitre III.

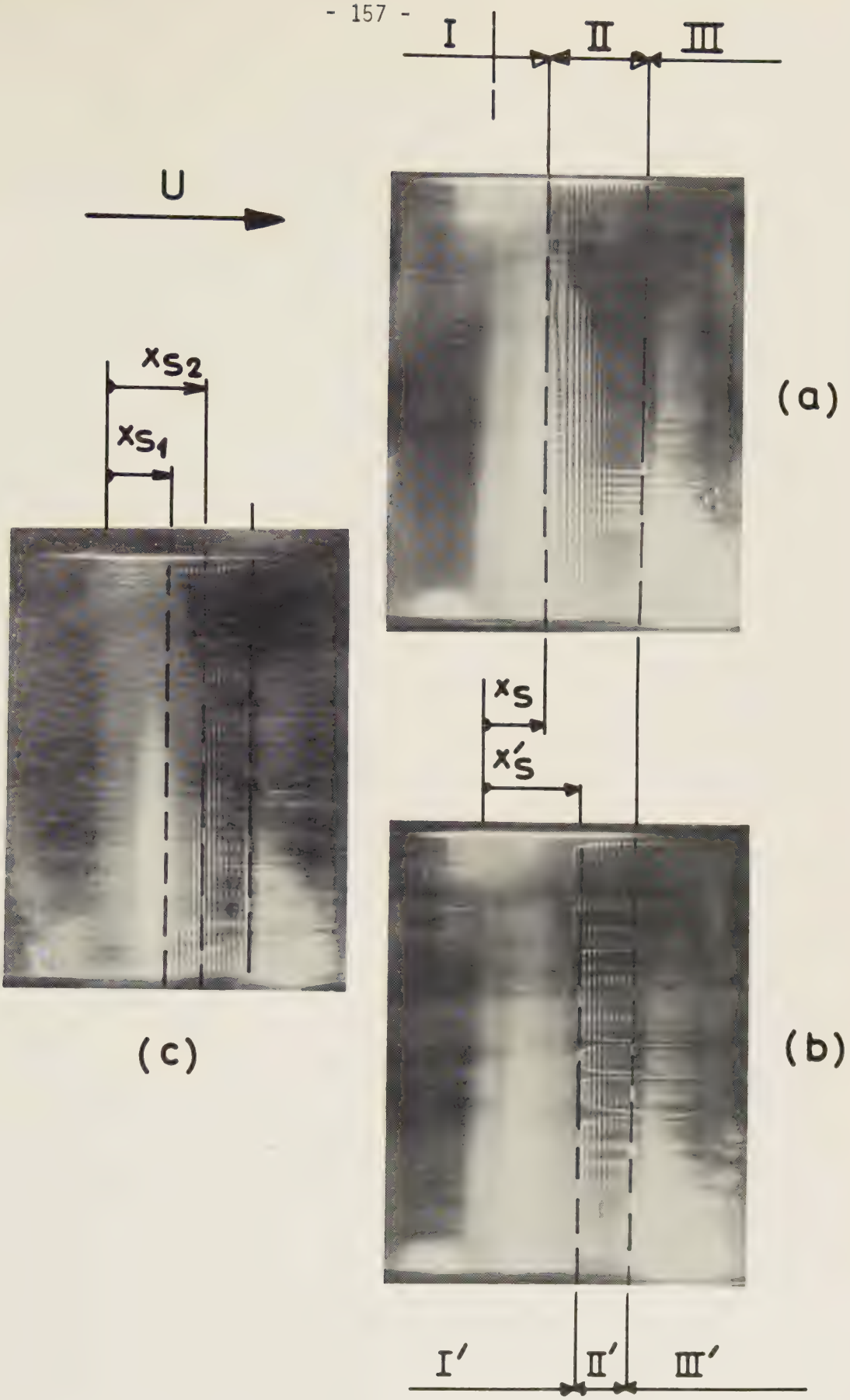
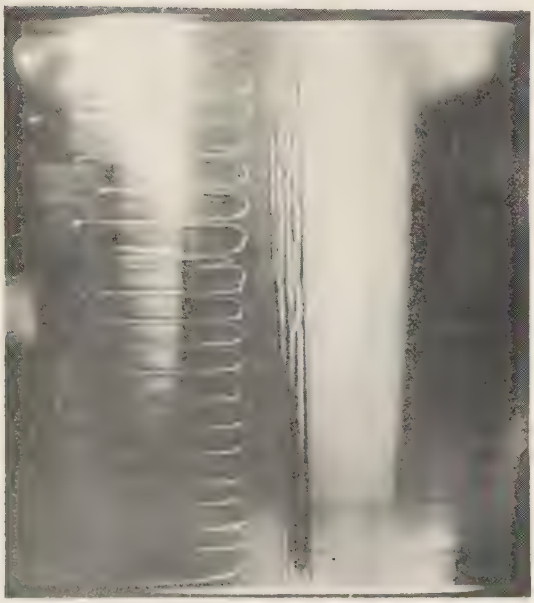


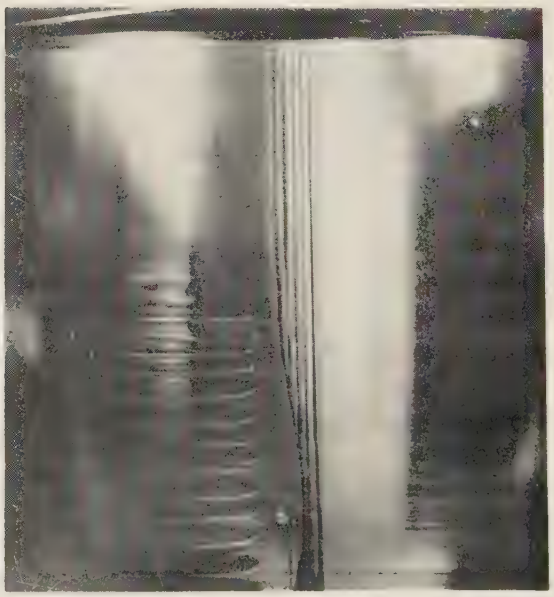
Fig. 133 : Mise en évidence de l'instabilité

(a)

(b)



(c)



(d)

Fig. 134 : Développement de la cavitation ($\lambda = +1$)

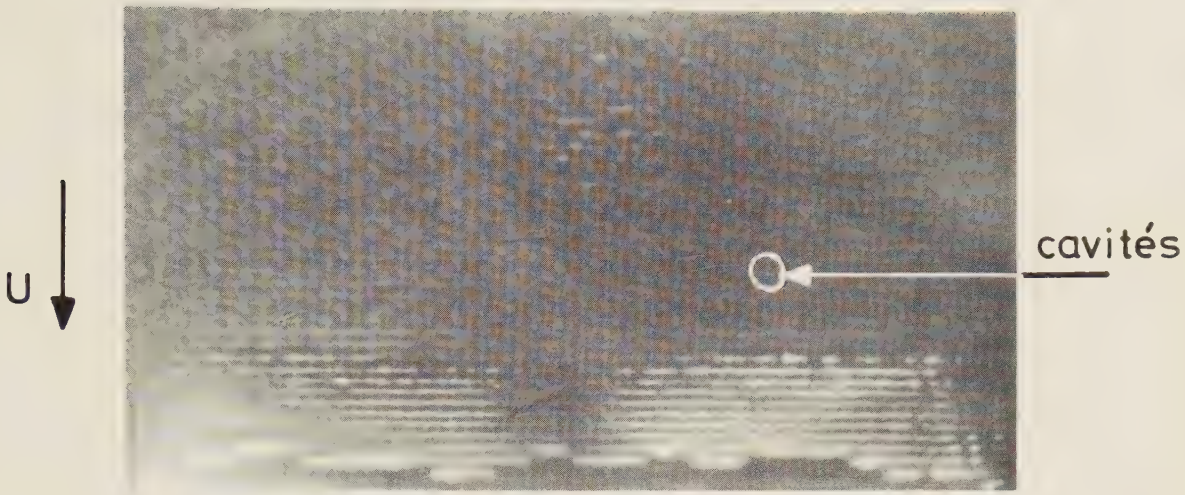


Fig. 135 : Micro - lubrification ($\lambda = 1$)

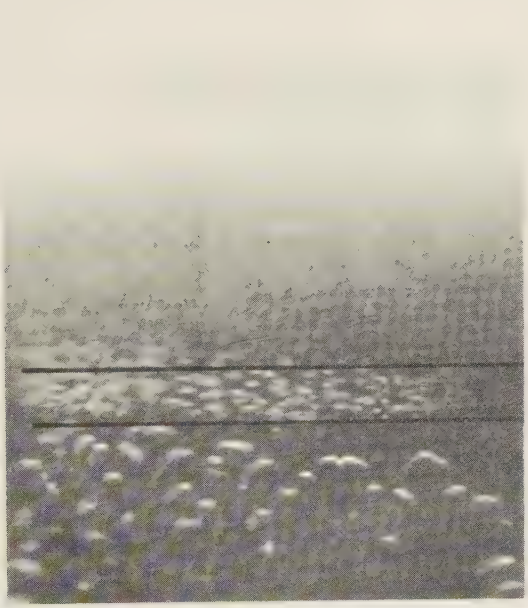


Fig. 136 : Cavitation ($\lambda = 0$)

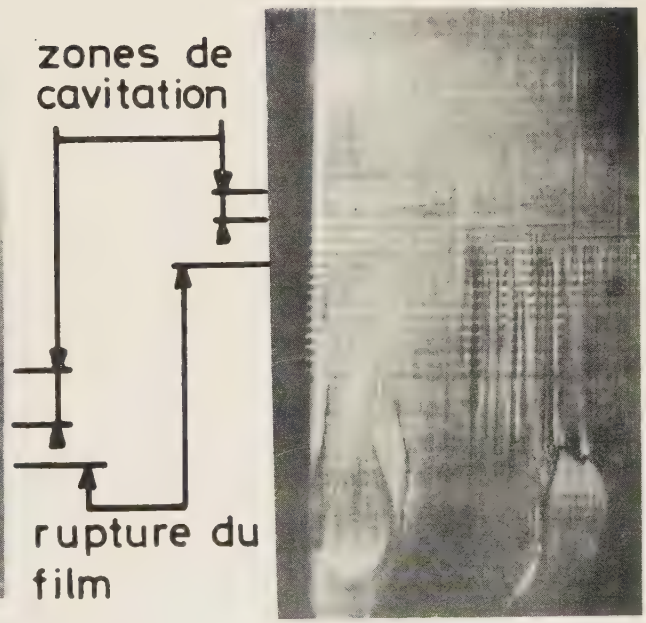


Fig. 137 : Cavitation (2 surfaces rugueuses)

b) la formation de poches d'air ou de vapeurs d'huile. Ces poches peuvent être stables ou instables, suivant en particulier la vitesse de rotation. La formation de ces cavités se fait au sein du lubrifiant, elle ne peut donc être attribuée à une mise à l'air libre de la rayure ; elle peut s'expliquer par le dégazeage de l'air contenu dans le lubrifiant et son accumulation dans le contact. Les figures 134 a, b, c et d, prises dans les mêmes conditions de charge et de vitesses, mais à un intervalle de temps d'environ 1 minute, montrent le développement d'une cavité. Ces cavités se forment et se développent préférentiellement pour les faibles épaisseurs de film ; on constate d'autre part que, tout étant égal par ailleurs, une légère perturbation sur la charge + $\Delta\omega$, c'est à dire sur l'épaisseur du film (- Δho), peut entrainer la formation d'une cavité et provoquer à la limite une modification de l'abscisse de rupture de film ; toutefois, dans ces conditions, la cavité ne disparait pas lorsqu'on applique une perturbation - $\Delta\omega$ au contact. La formation de cavités dans l'écoulement doit être considérée comme une cause supplémentaire de rupture de l'écoulement ; elle nous semble toutefois ne pas devoir être relié directement au phénomène d'instabilité ; celui-ci peut en effet apparaître sans qu'il y ait formation de cavités. La formation de cavités en amont de l'abscisse de rupture du film a été prévue théoriquement (figure 99).

c) pour des vitesses de rotation élevées (N >1500 tr/mn), les poches de cavitation décrites ci-dessus ne sont plus accrochées à la surface fixe ; elles prennent naissance en différents points du contact et peuvent traverser toute la longueur du contact ; il n'est plus possible dans ces conditions de définir une abscisse de sortie x_s du film d'huile. La figure 135 montre, sous un grossissement supérieur, la zone centrale du contact ; on peut y apercevoir les nombreuses cavités (zones claires)

II.3 - 2ème et 3ème cas - Surface rugueuse mobile

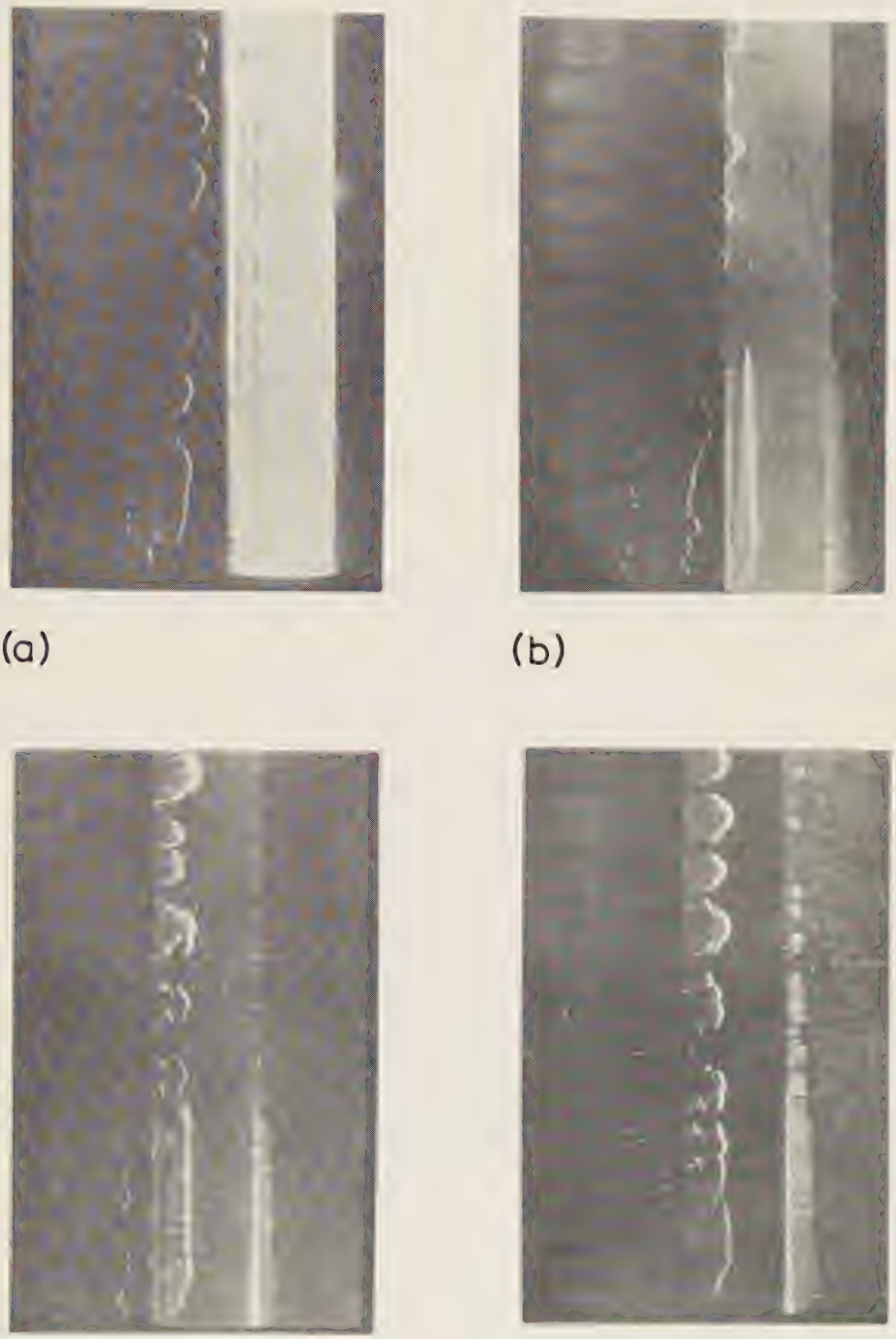
L'observation du phénomène d'instabilité, par nature, est infiniment plus difficile dans le cas où la surface rugueuse est mobile ; c'est à dire pour $\lambda = 0$ et pour $\lambda = -1$; aussi, dans ces conditions, les conclusions que nous allons pouvoir tirer seront-elles moins nettes.

a) roulement pur $\lambda = 0$

Dans cette configuration, nous avons pu mettre en évidence l'existence d'une zone de cavitation en amont de la zone de rupture du film ; elle est caractérisée (figure 136) par la présence de bulles ou cavités sensiblement sphériques ; cette zone de cavitation disparait lorsque le contact est insuffisamment alimenté, c'est à dire lorsque l'abscisse d'entrée du film devient inférieure à 0,03 environ. D'autre part nous n'avons pu mettre en évidence ici de phénomène d'instabilité. Ces deux derniers points sont conformes à ce que nous avons prévu théoriquement.

b) glissement pur - deux surfaces rugueuses

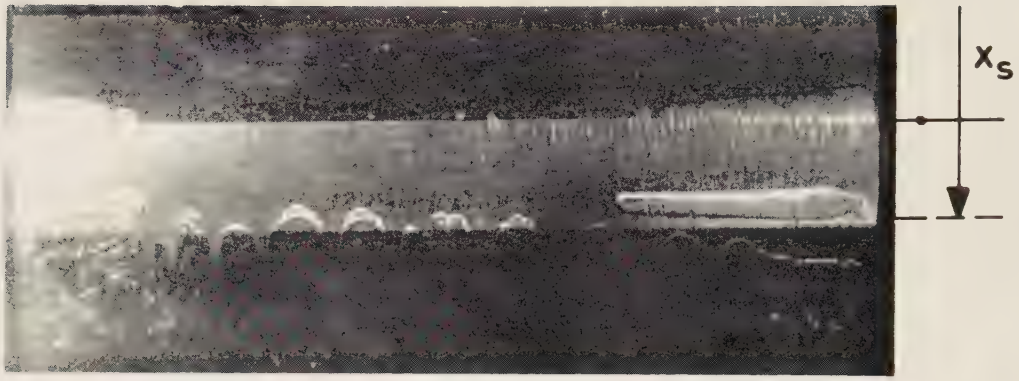
Les observations rapportées au paragraphe II.2 et les conclusions qui en ont été tirées sont également valables pour la géométrie étudiée ici ; la figure 137 montre en particulier la présence de cavités dans l'écoulement. Les bulles restent solidaires de la surface immobile.



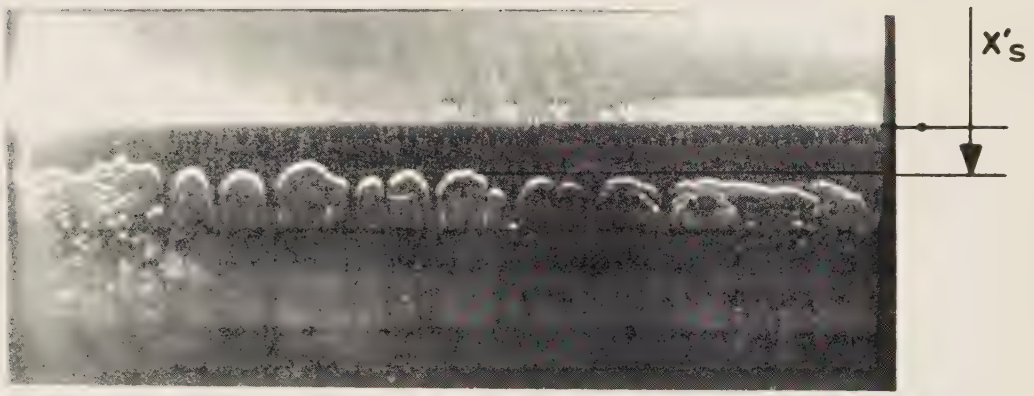
(a) (b)

(c) (d)

Fig. 138 : Cavitation dans les contacts rugueux ($\lambda = -1$)



(e)



(f)

Fig. 138 : Cavitation dans le contact rugueux ($\lambda = -1$)

c) glissement pur - surface rugueuse mobile $\lambda = -1$

Dans cette configuration, les observations avec les dimensions de rugosités définies dans le paragraphe II.1, ne nous ont pas permis de mettre en évidence de manière indéniable les phénomènes de cavitation; aussi décrirons nous les résultats obtenus lorsque les rugosités sont simulées par des méplats "usinés" sur la surface cylindrique; ils ont une longueur d'onde, ℓ = 5 mm, soit une longueur d'onde réduite, égale à $L = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ et une profondeur définie par rapport au cercle initial 2a = 0,17 mm ;cette surface rentre donc dans le cadre des études théoriques exposées aux chapitres III et IV.

On constate, figures 138 a, b, c et d, que des cavités se forment dans le contact et grossissent avant d'atteindre la zone de séparation caractérisée par la présence de doigts. Ces cavités se déplacent donc avec la surface rugueuse ; elles prennent naissance au milieu du méplat pour ensuite se localiser dans la zone convergente créée par ce méplat (figure 138 a). On remarque que, contrairement à ce qui a été observé dans le cas où la surface rugueuse est immobile, la zone de cavitation reste localisée sur une seule rugosité (figures 138 a et b) et est, de ce fait, moins importante lorsque la surface rugueuse est mobile que lorsque la surface rugueuse est immobile. Ce dernier point est en parfait accord avec l'étude théorique exposée dans les chapitres précédents ; on pourra utilement faire le rapprochement entre ce résultat et les courbes théoriques portées sur les figures 98 et 99. Nous pouvons difficilement, dans cette configuration dynamique, affirmer l'existence d'instabilité ; nous noterons toutefois que pour la même position des "rugosités", nous pouvons observer différents aspects de la zone de rupture (figures 138 e et f). Rappelons que dans ces manipulations, la charge, la viscosité, la vitesse sont maintenues constantes.

II.4 - Conclusions

Le phénomène d'instabilité a été clairement mis en évidence lorsque la surface rugueuse est immobile ; son existence est probable lorsque la surface rugueuse est mobile. D'autre part, les observations que nous venons de décrire montrent clairement l'existence de trois types de cavitations dans ces contacts :

- la cavitation fixée,
- la cavitation par oscillation ou traction,
- la cavitation mobile.

Ces phénomènes de cavitation, classiques en mécanique des fluides ont été obtenus pour un rapport de glissement égal respectivement à 1,0 et -1.

On constate donc ici un accord satisfaisant entre les différentes observations et la prévision des phénomènes qui découle de notre étude théorique.

III - EXPERIENCES DE FATIGUE

Si, dans le paragraphe précédent, nous avons pu mettre en évidence l'existence d'un certain nombre de phénomènes qui peuvent entrainer des avaries de surface, il nous faut montrer que dans des conditions de fonctionnement où les charges au contact sont élevées, on obtient ces avaries. Nous avons choisi à cette fin, de faire des essais sur

deux dispositifs dans lesquels deux galets cylindriques, individuellement entrainés, roulent et glissent sous charge sur leur tranche. Nous chercherons à montrer que :

- certaines dégradations superficielles peuvent survenir sans qu'il y ait nécessairement des contacts métalliques entre les éprouvettes. Ce point ressort de l'hypothèse de cavitation évoquée au chapitre V, paragraphe II.2,et confirmée, grâce aux observations faites sur le dispositif de visualisation.

- la vitesse de glissement gouverne l'apparition et le développement des avaries de surface, ce qui ressort de l'étude exposée au chapitre V, paragraphe II.2.

- l'avarie peut se produire en surface et en sous-couche.

- l'avarie peut être décrite en fonction des trois paramètres indépendants : le rapport de rugosité ε/h_r, le rapport de glissement λ, la pression de Hertz p_o.

III.1 - Techniques expérimentales

Les dégradations qu'il faut évaluer, ainsi que nous le montrerons plus loin, sont de deux types :

a) les dégradations en surface, qui apparaissent sous la forme de "cratères" dont la profondeur initiale est de l'ordre de 10 µm,

b) les dégradations en sous-couche qui apparaissent sous la forme "d'écailles" dont la profondeur est de l'ordre de 0,1 mm.

La conduite d'un essai peut être envisagée de deux manières différentes :

a) dans la première, l'avarie est détectée en cours de fonctionnement, au moyen soit de cellules magnétiques |116| , soit de capteurs de vibrations |73| . La détection au moyen de cellules magnétiques permet de déterminer le nombre de cycles auquel apparait la première écaille. Des essais, entrepris au laboratoire par B. MICHAU |263|, ont montré que les avaries superficielles dont la profondeur est environ 10 fois plus petite que celle des écailles, ne peuvent pas actuellement être détectées et isolées du "bruit de fond" du signal. Enfin, la détection au moyen de capteurs de vibrations ne peut être adoptée dans nos essais, car les vibrations engendrées par les piqûres superficielles sont faibles, voire nulles.

b) dans la seconde, l'essai est conduit pendant un nombre de cycles fixe; l'avarie est évaluée après l'essai en termes de masse perdue, d'aire couverte par les dégradations, ou de nombre d'écailles.

III.1.1. Processus expérimental

Nous avons choisi d'étudier les surfaces dégradées après, en général, 10^6 cycles. L'avarie est évaluée d'une part en nombre d'écailles lorsqu'il s'agit d'avaries profondes, d'autre part en terme de pourcentage de surface endommagée lorsqu'il s'agit de piqûres superficielles cette détermination est alors faite, suivant la méthode de Kojiro KANEKO |264| , à partir des photographies des quatre zones les plus endommagées qui apparaissent sur la piste d'essai.

III.1.2. Matériaux et lubrifiants

a) les matériaux retenus pour cette étude sont d'une part le 100 C6, d'autre part le XC 38. La figure 139 donne le diagramme de traction pour ce dernier matériau qui a été choisi car il se "fatigue" pour des charges relativement faibles, donc pour des épaisseurs de film suffisamment importantes pour qu'il n'y ait pas de contacts métalliques entre les éprouvettes. Dans tous les essais qui seront rapportés dans la suite de ce travail, une éprouvette de 100 C6 est en contact avec une éprouvette de XC 38.

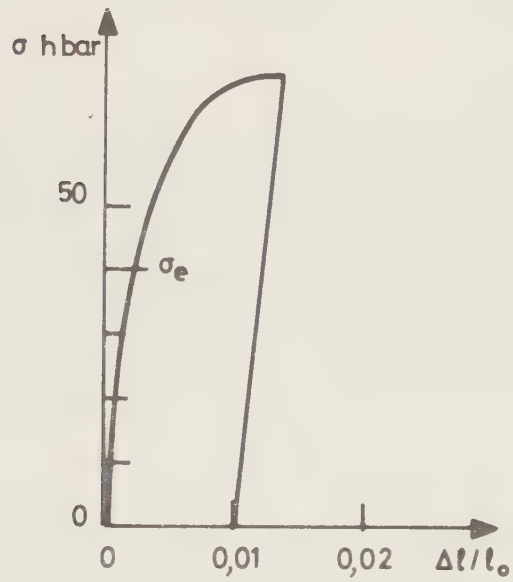


Fig. 139 : Diagramme de traction

b) les lubrifiants choisis sont des huiles minérales pures à tendance paraffinique dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous. Ces lubrifiants ont été choisis car leur gamme de variation de la viscosité est étendue, ils permettent donc d'isoler, indépendamment des caractéristiques physico-chimiques, l'effet de la viscosité et,par extension,l'effet de l'épaisseur minimale du film d'huile.

Référence échantillon	60 NS	150 NS	400 NS	BSS
Viscosité cSt à 100° F	9,70	33,12	87,00	540,0
Viscosité cSt à 50° C	6,82	20,31	48,48	256,5
Viscosité cST à 210° F	2,57	5,33	9,75	31,97
Indice de viscosité	105	102	99	96

III.1.3. Paramètre de l'étude

Rappelons qu'au cours de notre analyse théorique, nous avons isolé les paramètres suivants :

- la vitesse de roulement $(U_1 + U_2)$
- la vitesse de glissement $(U_1 - U_2)$
- la viscosité μ à la température de fonctionnement
- les rugosités ε_1, ε_2 des deux éprouvettes
- la pression maximale.

Dans ce qui suit, nous distinguerons les avaries qui se produisent quand le film d'huile est complet, des avaries qui se produisent en présence de contacts métalliques. Dans chacun des cas, nous exprimerons l'avarie en fonction du rapport de rugosité, du rapport de glissement, de la pression de Hertz, et nous définirons les limites de variation des paramètres énumérés ci-dessus.

III.2 - Description des avaries

Nous avons mis en évidence trois types d'avaries qui sont représentées sur les figures 140, 141 et 142 ; pour chacunes d'elles nous donnons la photo de la piste telle qu'elle se présente après l'essai, une micrographie obtenue après découpage et attaque du matériau. Ces avaries sont obtenues respectivement en film complet, en présence de contacts métalliques légers, en présence de contacts métalliques sévères.

Dans ce qui suit, nous définirons les conditions exactes dans lesquelles ces avaries ont été obtenues et discuterons des phénomènes mis en jeu.

III.3 - Avarie en film complet

III.3.1 Conditions des essais

Les essais ont, pour l'essentiel, été effectués sur le dispositif décrit au chapitre VI, paragraphe VI ; les caractéristiques des éprouvettes sont, en désignant par l'indice 1, l'éprouvette de XC 38, et l'indice 2, l'éprouvette de 100 C6 :

- rayons : $R_1 = R_2 = 22$ mm
- largeurs despistes : $B_1 = 3$ mm $B_2 = 10$ mm
- usinage par rectification cylindrique
- précision de rotation des éprouvettes : meilleure que 0,8 µm.

Les paramètres pris en compte dans cette étude, et rappelés au paragraphe II.1.4. sont compris entre les limites indiquées ci-dessous :

$$19 \text{ m/s} < U_1 + U_2 < 47 \text{ m/sec}$$

$$-0{,}1 < \lambda < +0{,}1$$

$$6{,}8 \text{ mPℓ} < \mu < 50 \text{ mPℓ}$$

$$50 \text{ hbars} < p_o < 80 \text{ hbars}$$

$$0{,}1 \text{ µm} < \frac{1}{2} RT_1 < 3 \text{ µm}, \quad \frac{1}{2} RT_2 \simeq 0{,}1 \text{ µm}$$

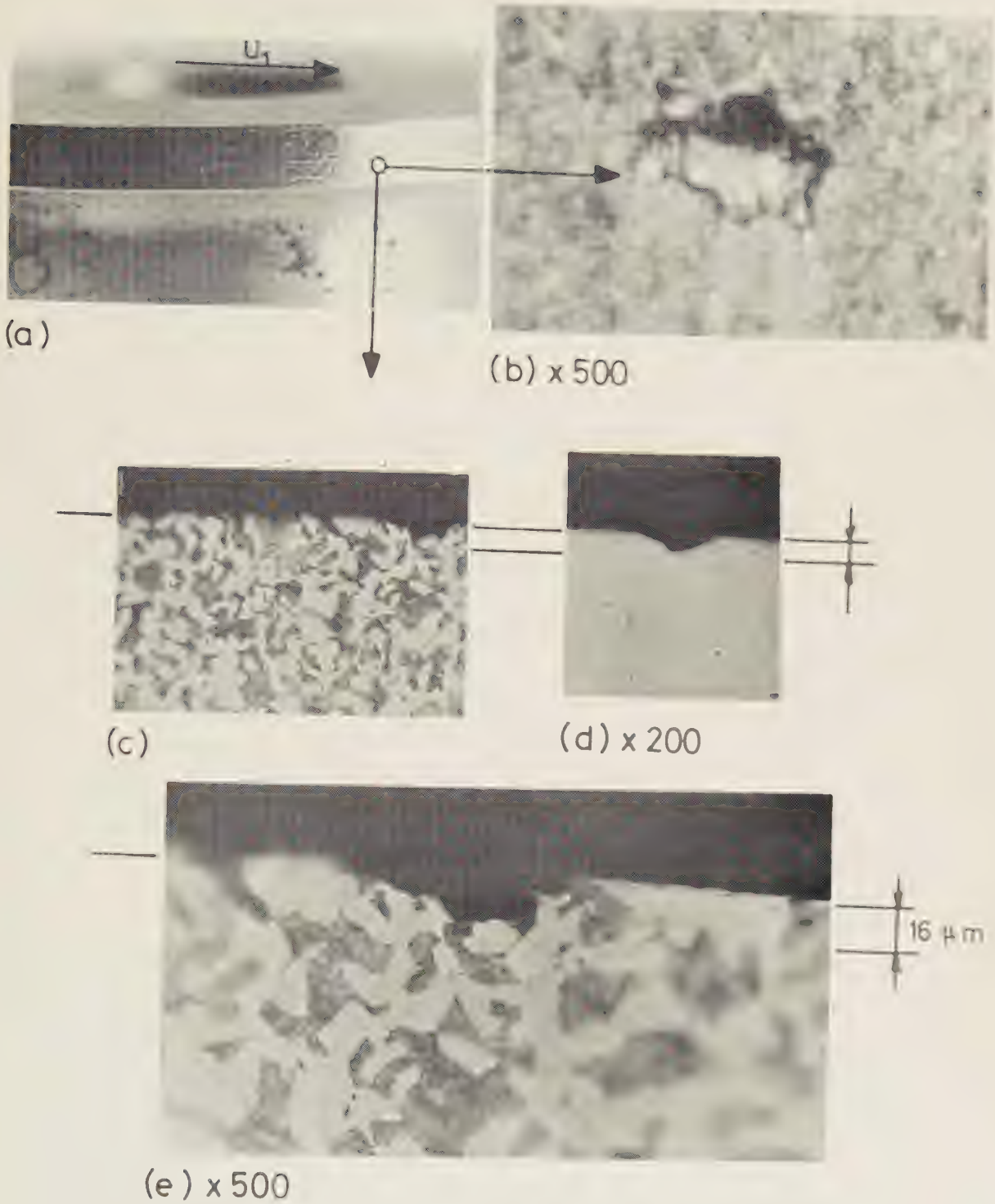
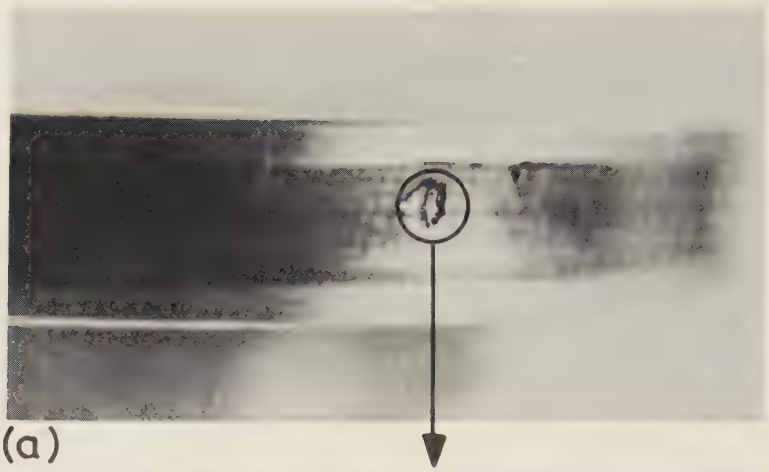
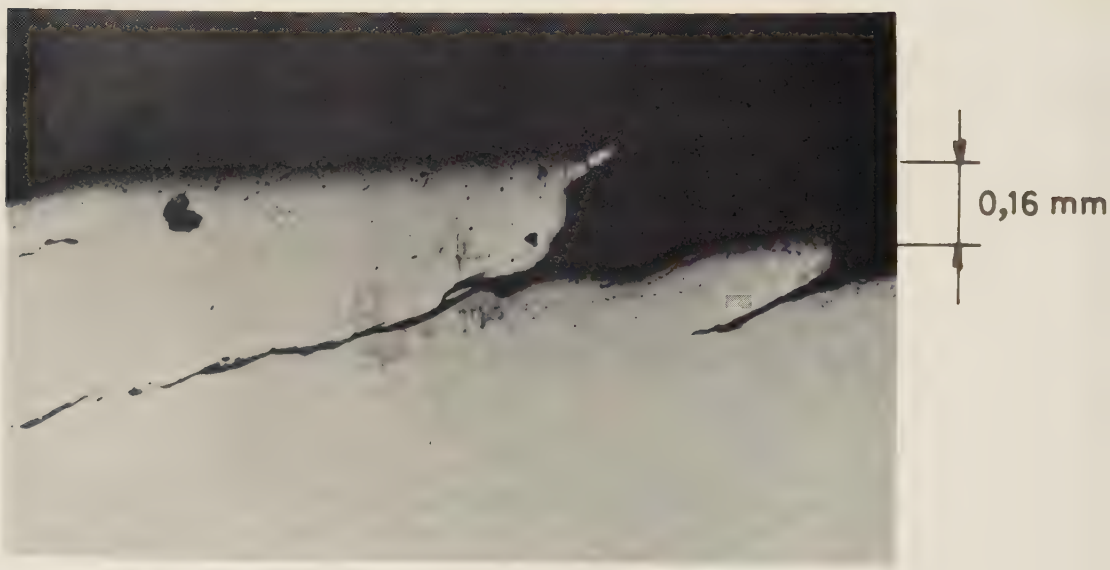


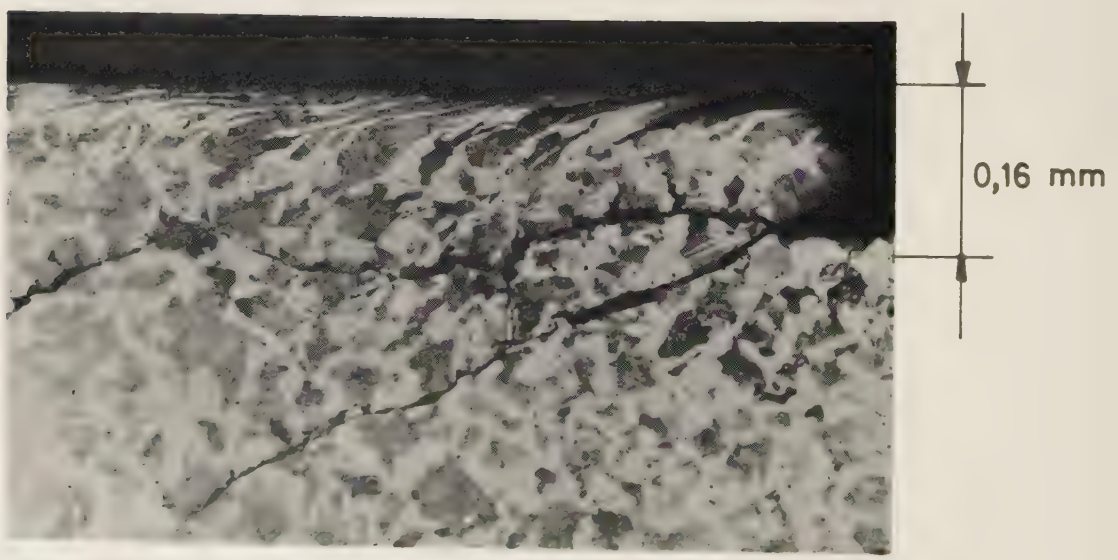
Fig. 140 : Avarie en film d'huile complet (piqûres superficielles) $\varepsilon/h_r < 1$.



(a)



(b) x 100

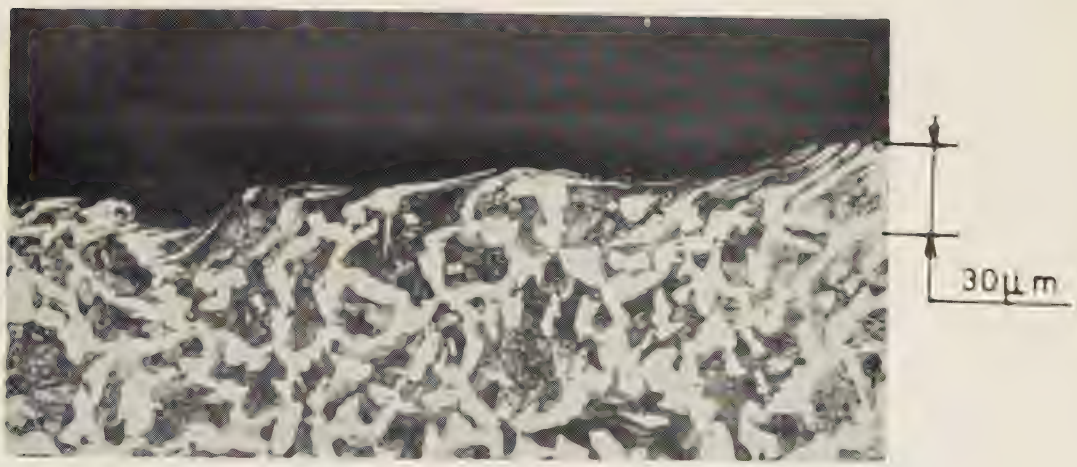


(c) x 200

Fig. 141 : Avaries en présence de contacts métalliques.
Ecaillage . $\varepsilon / h_r < 2,5$

(a)

(b) x 200



(c) x 500

Fig. 142 : Avaries en présence de contacts métalliques sévères (micro-écaillage)
$\varepsilon / h_r > 2,5$

La viscosité indiquée est mesurée pour les conditions de température de nos essais, soit 30°C environ ; la rugosité RT que nous donnons est mesurée crête à crête avant l'essai.

III.3.2 Effet du rapport de rugosité ε/hr

Nous savons que la rugosité des surfaces peut varier en cours d'essai, d'une part à cause de certains contacts métalliques, et d'autre part à cause des dégradations elles-mêmes ; aussi définirons nous les deux paramètres $(\varepsilon/h_r)_i$, $(\varepsilon/h_r)_f$ qui correspondent aux rapports de rugosité déterminés respectivement avant et après l'essai. Le terme de rugosité qui apparait dans ces expressions est égal à la demi-somme des rugosités totales des deux éprouvettes ; par conséquent un rapport de rugosité égal à 1, correspond au début théorique des contacts métalliques. L'épaisseur h_r est calculée par la relation que nous avons déterminée au chapitre IV.

Les figures 140 a, b, c et d montrent la nature des avaries que nous avons mises en évidence ; on remarque sur la micrographie (e) que les grains en surface ne sont pas déformés plastiquement ; l'avarie apparait donc comme s'il s'agissait de "l'arrachement" des grains en surface ; elle ne peut donc pas être attribuée aux intéractions des aspérités des surfaces. On peut en effet comparer les photos 140 aux figures 141 et 142 où, ainsi que nous le mentionnerons plus loin, l'avarie s'est produit en présence de contacts métalliques. On notera sur ces photos l'écrouissage important des grains en surface.

Les courbes des figures 143 et 144 montrent les variations de l'avarie, exprimée ici en pourcentage de surface dégradée, en fonction respectivement des paramètres $(\varepsilon/h_r)_i$, $(\varepsilon/h_r)_f$.

On note sur la figure 143, pour laquelle le rapport de rugosité porté en abscisse est défini avant l'essai de fatigue, la présence des trois régions :

1) pour $(\varepsilon/h_r)_i < 0{,}4$, le pourcentage de surface dégradée augmente avec le rapport de rugosité. On constate d'autre part, une augmentation de la rugosité après essai.

2) pour $0{,}4 < (\varepsilon/h_r)_i < 0{,}8$, le pourcentage de surface dégradée décroit lorsque le rapport de rugosité augmente ; on constate en général une diminution de la rugosité après l'essai.

3) pour $(\varepsilon/h_r)_i > 1{,}0$, le pourcentage de surface marquée augmente avec le rapport de rugosité ; on note une augmentation de la rugosité après l'essai et également la présence d'écailles sur quelques éprouvettes.

Les régions 1 et 3 définies ci-dessus, se retrouvent sur la figure 144 (droites 1' et 3') où l'avarie est exprimée en fonction du rapport de rugosité défini après l'essai de fatigue ; pour la clarté de la figure nous n'avons pas fait figurer les points expérimentaux notés dans la région 2, définie ci-dessus. La comparaison des figures 143 et 144 :

- met en évidence le "basculement" des droites 1' et 3' qui témoigne, ainsi que nous l'avons noté ci-dessus, de l'évolution de l'état de surface avant et après essai.

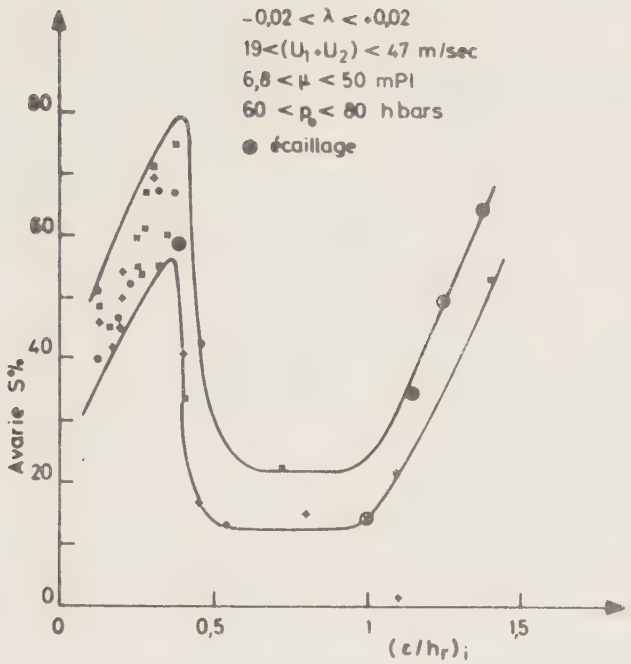


Fig. 143 : Avaries par piqûres superficielles en fonction du rapport de rugosité initial.

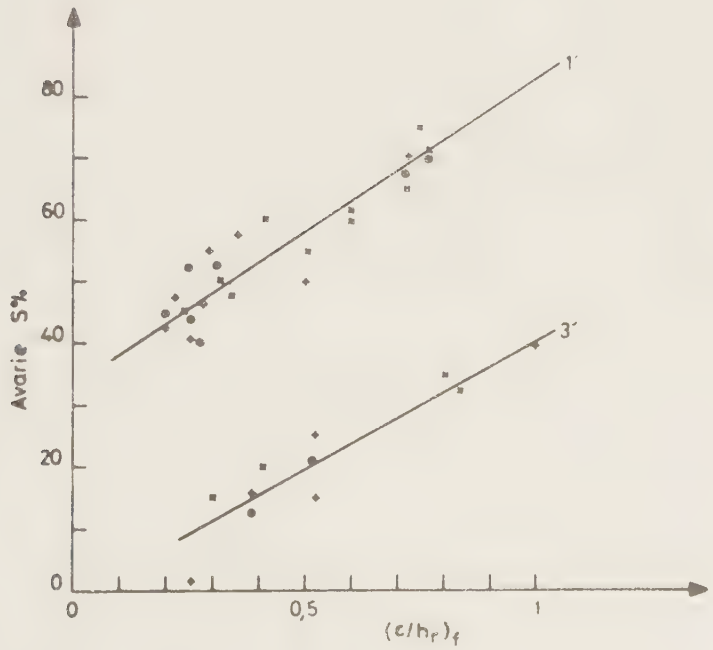


Fig. 144 : Avaries par piqûres superficielles en fonction du rapport de rugosité final.

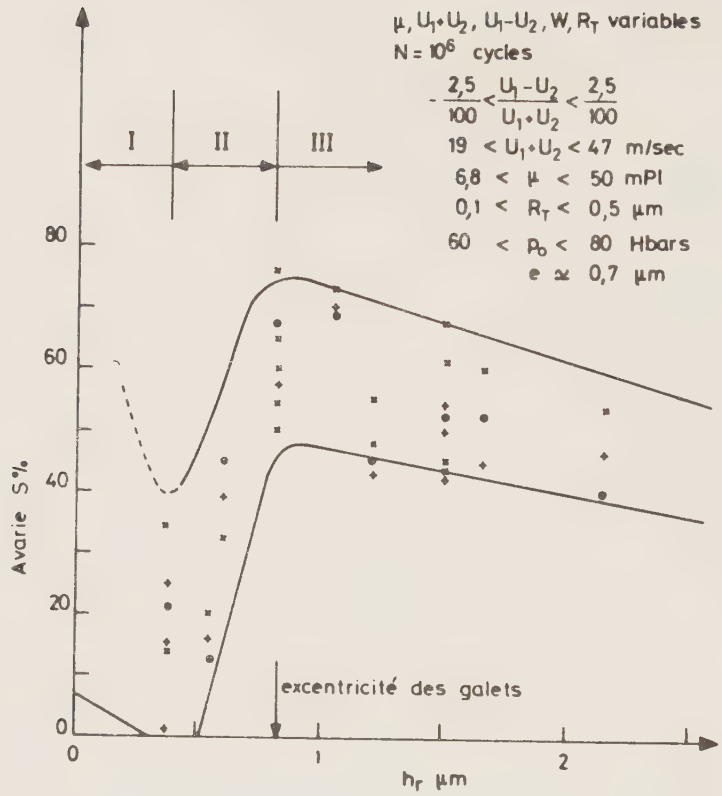


Fig. 145 : Avaries par piqûres superficielles en fonction de l'épaisseur minimale.

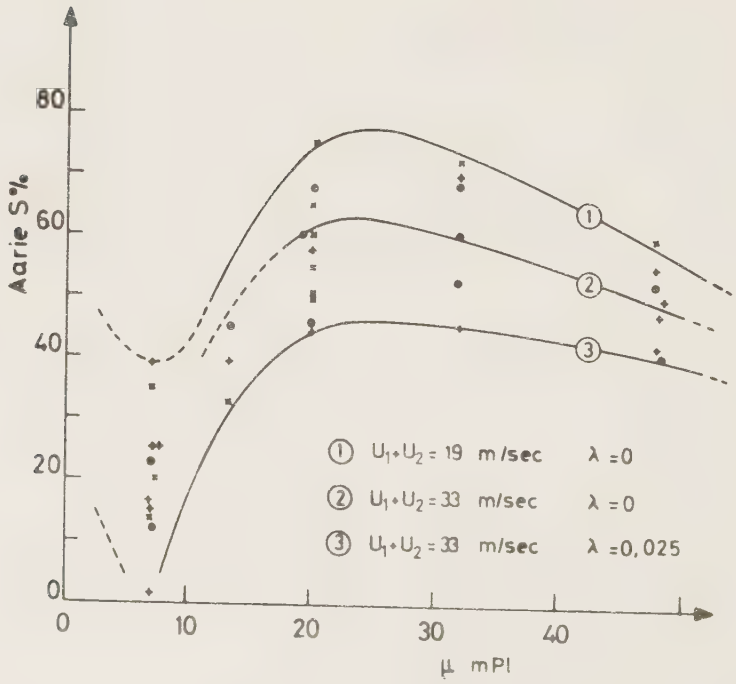


Fig. 146 : Avaries par piqûres superficielles en fonction de la viscosité

Nous devons toutefois noter que dans la mesure de la rugosité après l'essai de fatigue, il est inévitable que certaines dégradations soient prises en compte, car le pourcentage de surface dégradée est important et la course du palpage du rugosimètre utilisé (Perthen W3 Be) est d'environ 5 mm.

- montre qu'il existe un rapport de rugosité critique $|(\varepsilon/h_r)_i \simeq 0,4$ soit $(\varepsilon/h_r)_f \simeq 0,8|$ au delà duquel il existe, ainsi que le révèle l'examen des éprouvettes, des contacts métalliques entre les aspérités. Pour des rapports de rugosité supérieurs aux valeurs indiquées ci-dessus, le film d'huile n'est donc pas complet ; il y a marquage de la surface ; l'identification de l'avarie est délicate. Rappelons que le contact métallique est théoriquement défini par $\varepsilon/h_r = 1$; l'écart entre la valeur trouvée expérimentalement $(\varepsilon/h_r)_f \simeq 0,8$ et la valeur théorique s'explique si on considère, d'une part que les épaisseurs de film h_r sont dans nos expériences comprises entre 0,3 µm et 2 µm, et d'autre part que la précision de rotation de la machine est de l'ordre de 0,7 µm.

- montre que la dispersion des points expérimentaux est relativement faible. Il faut comparer les résultats déjà présentés à ceux des figures 145 et 146 où le pourcentage de surface dégradée est donné en fonction respectivement de l'épaisseur minimale h_r du film d'huile, de la viscosité µ, et noter la grande dispersion des résultats présentés de cette façon.

III.3.3 Effet du rapport de glissement

L'effet du rapport de glissement $\lambda = (U_1 - U_2)/(U_1 + U_2)$ est clairement illustré sur la figure 147 où nous portons l'avarie formée exclusivement ici de piqûres superficielles en fonction de λ.

- l'avarie est maximale au voisinage du roulement pur ; elle diminue lorsque la vitesse de glissement augmente.

- les avaries sont pratiquement indépendantes du signe de λ. Elles se développent sensiblement de la même façon sur la surface "lente" et sur la surface "rapide".

- les avaries n'apparaissent pas au delà d'un rapport de glissement $|\lambda| > 10$ %. Nous verrons plus loin que ces conclusions ne se retrouvent pas dans le cas de l'écaillage.

III.3.4 Effet de la pression hertzienne

L'effet de la pression maximale calculée d'après la théorie de Hertz est montré par les courbes de la figure 148. Avant de discuter ces courbes, nous devons mentionner l'existence d'un phénomène de "broutement" qui apparait lorsque la charge au contact dépasse une certaine valeur. Au delà de cette charge, des méplats importants se produisent sur les éprouvettes ; l'essai doit être interrompu. Cette charge croît avec une augmentation de la vitesse de roulement, de la viscosité ; elle semble donc être liée à l'épaisseur du film d'huile.

On constate sur la figure 148 que l'avarie est peu sensible à une variation de la pression hertzienne ; on retrouve sur cette figure l'allure des résultats donnés dans

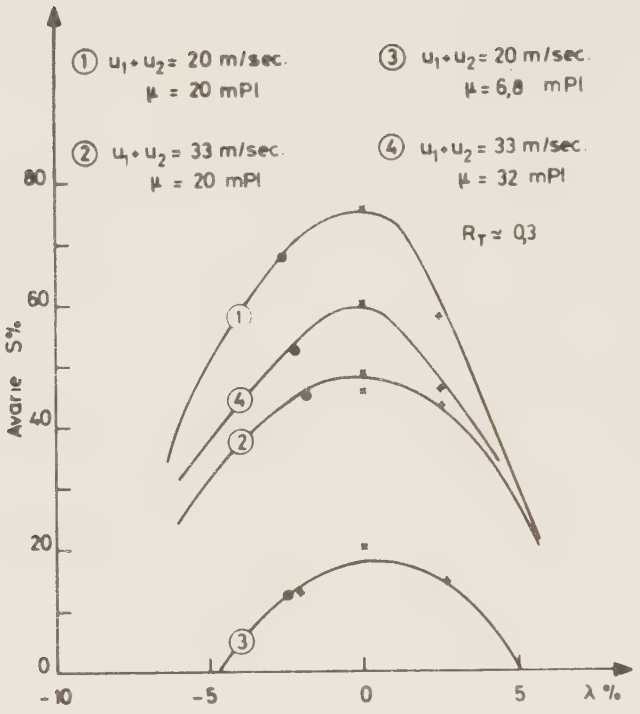


Fig. 147 : Effet du rapport de glissement

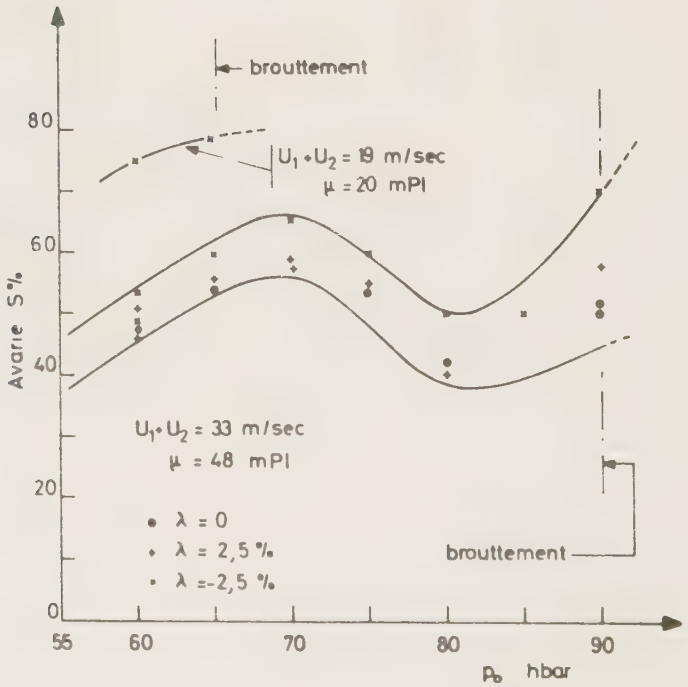


Fig. 148 : Effet de la pression de Hertz

le paragraphe III.3.2. (figure 143). Ces constatations permettent de conclure que l'effet de la pression hertzienne peut être inclus directement dans l'épaisseur du film d'huile; nous verrons plus loin qu'il n'en est plus de même pour l'écaillage.

III.3.5 Conclusions sur les piqûres superficielles

Les différents résultats que nous venons d'exposer, montrent que :

- les paramètres qui permettent de rendre compte de l'avarie sont au nombre de deux ; le rapport de rugosité, le rapport de glissement :

$$A = A\left(\frac{\varepsilon}{h_r}, |\lambda|\right)$$

- l'avarie apparait en film d'huile complet, c'est à dire sans contact métallique; elle augmente avec le rapport de rugosité ; elle diminue lorsque la valeur absolue du rapport de glissement augmente.

- l'avarie n'apparait pas lorsque la valeur absolue du rapport de glissement est supérieure à 0,1.

- en présence de contacts métalliques faibles ($0,5 < (\varepsilon/h_r)_i < 0,8$), l'avarie diminue considérablement lorsque le rapport de rugosité augmente.

- en présence de contacts métalliques importants ($(\varepsilon/h_r)_i > 0,8$), la déformation plastique des surfaces semble masquer les piqûres superficielles.

- l'écaillage n'apparait pas, dans nos essais, en film d'huile complet.

III.4 - Avaries en présence de contacts métalliques

III.4.1 Conditions des essais

En film d'huile complet, la détérioration des surfaces est essentiellement localisée sur de très faibles épaisseurs de l'ordre de 10 µm. Toutefois, lorsque le rapport de rugosité est voisin de 1, nous avons noté dans quelques essais l'apparition d'écailles ; il importe donc de caractériser, ici aussi, les effets des différents paramètres énumérés au paragraphe III.1.3 sur l'écaillage.

Ces essais ont été effectués sur le dispositif décrit au chapitre VI, paragraphe III .Les caractéristiques des éprouvettes que nous avons utilisées sont en prenant l'indice 1 pour l'éprouvette de XC 48, et l'indice 2 pour celle de 100 C6).

- rayons $R_1 = R_2 = 30$ mm
- longueurs des pistes $B_1 = 5$ mm $B_2 = 10$ mm
- aciers XC 38 et 100 C6 identiques à ceux utilisés dans l'étude précédente (figure 139)
- usinage par rectification cylindrique ou par tournage
- précision de rotation des éprouvettes environ 5 µm.

Chacun des paramètres énumérés au paragraphe III.1.3. a été étudié séparément ; toutefois la dispersion des points expérimentaux est plus importante que dans le cas précédent ; aussi donnerons nous successivement les effets :

- du rapport de rugosité,
- de la charge normale,
- du rapport de glissement.

III.4.2 Effet du rapport de rugosité

L'effet du rapport de rugosité est clairement montré sur la figure 149. Ces courbes ont été obtenues en roulement pur pour :

- deux valeurs de la pression maximale de Hertz (p_o = 85 hbars et 90 hbars)
- deux valeurs de la viscosité μ = 6,8 mPℓ et 50 mPℓ
- différentes valeurs de la rugosité totale avant essai
  0,7 µm < $\frac{1}{2}$ RT_1 < 6 µm, $\frac{1}{2}$ RT_2 ≃ 0,7 µm
- différentes vitesses de rotation 700 tr/mn <N_1 , N_2 < 3000 tr/mn.

On constate sur cette figure que :

- le nombre d'écailles augmente ici avec le rapport de rugosité.
- l'effet de la pression maximale de Hertz ne peut pas ici être inclus directement dans le terme h_r, contrairement à l'étude précédente sur les piqûres superficielles où la pression hertzienne ne nous est pas apparue comme un paramètre indépendant (paragraphe III.3.2).

- pour $(\varepsilon/h_r)_i \simeq 2,5$, il existe quelques points expérimentaux pour lesquels l'avarie est très faible. Dans cette région, la dispersion est très grande. De plus, expérimentalement, nous avons noté, dans les essais pour lesquels l'avarie est "anormalement" faible, une légère usure de la surface et une diminution très importante de la rugosité des surfaces après essai. Ces points ont été obtenus avec l'huile de viscosité μ = 6,8 mPℓ.

- pour $(\varepsilon/h_r)_i < 2,5$, l'avarie se traduit par des écailles dont la profondeur est de l'ordre de 0,16 mm et dont la surface est de l'ordre de 8 mm^2. Les coupes micrographiques montrent (figure 141) la présence des fissures profondes et les écailles qui y sont associées.

- pour $(\varepsilon/h_r)_i > 2,5$, l'avarie se traduit d'une part par des écailles identiques à celles que nous venons de décrire ci-dessus, mais également par la présence de micro-écailles dont la profondeur est d'environ 30 µm et dont la surface est de l'ordre de 2 mm^2. Les coupes micrographiques font apparaître des déformations plastiques importantes au voisinage de ces micro-écailles qui sont dues, ainsi que nous le verrons plus loin, au contact métallique direct entre les aspérités (photo 142).

III.4.3 Effet de la pression de Hertz

Les courbes de la figure 149 montrent également que l'effet de la pression hertzienne ne peut pas être directement inclus dans l'épaisseur du film élastohydrodynamique .La pression de Hertz devra donc être considérée comme un paramètre indépendant dans cette étude.

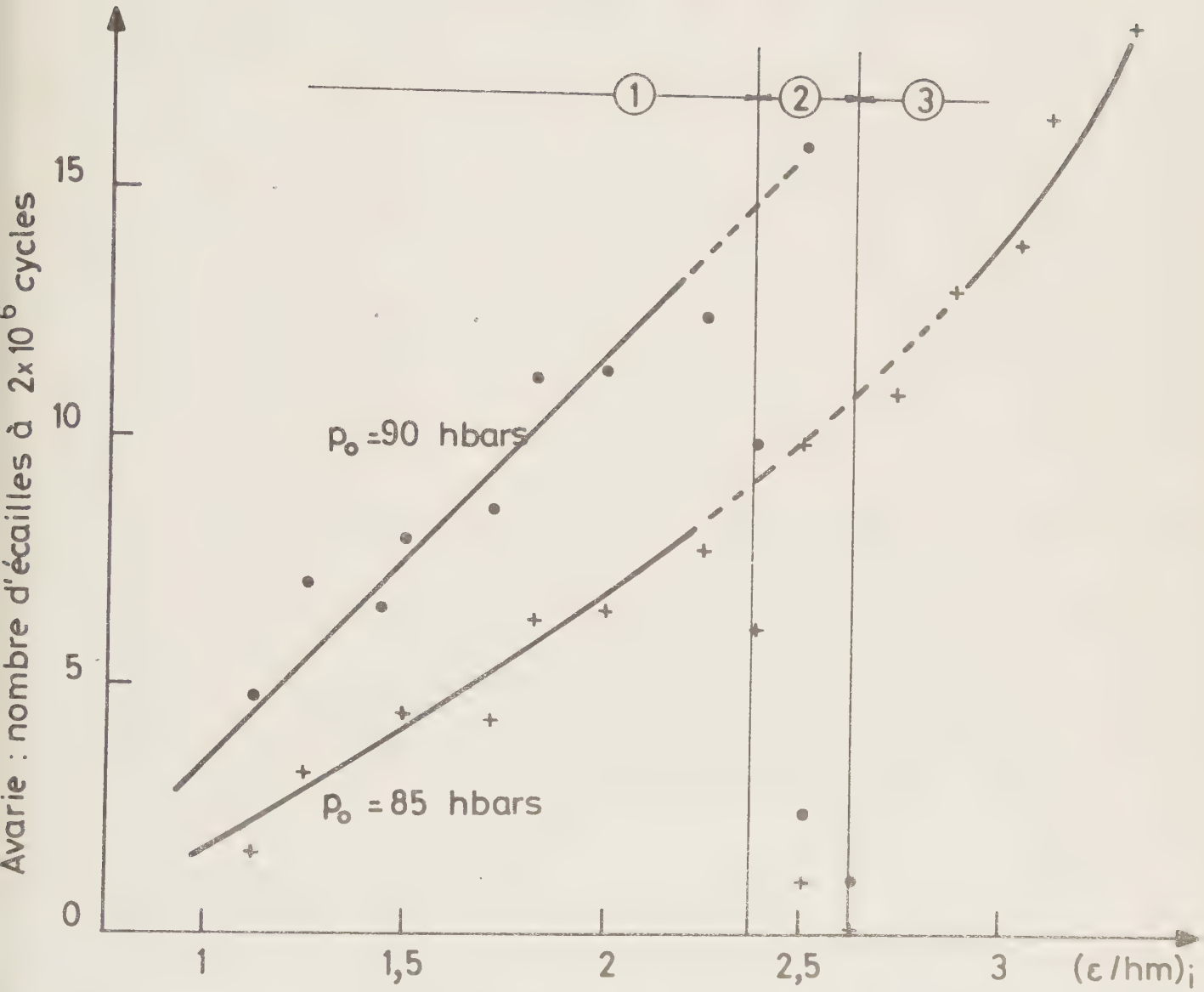


Fig. 149 : Avaries en présence de contacts métalliques

La courbe de la figure 150 donne la variation du nombre d'écailles en fonction de la pression maximale calculée par la théorie de Hertz ; cette courbe a été obtenue pour :

$\frac{1}{2}$ RT_1 = 0,7 µm $\frac{1}{2}$ RT_2 = 0,7 µm µ = 6,8 mPℓ

$U_1 + U_2$ = 4,56 m/sec $U_1 - U_2$ = 0,

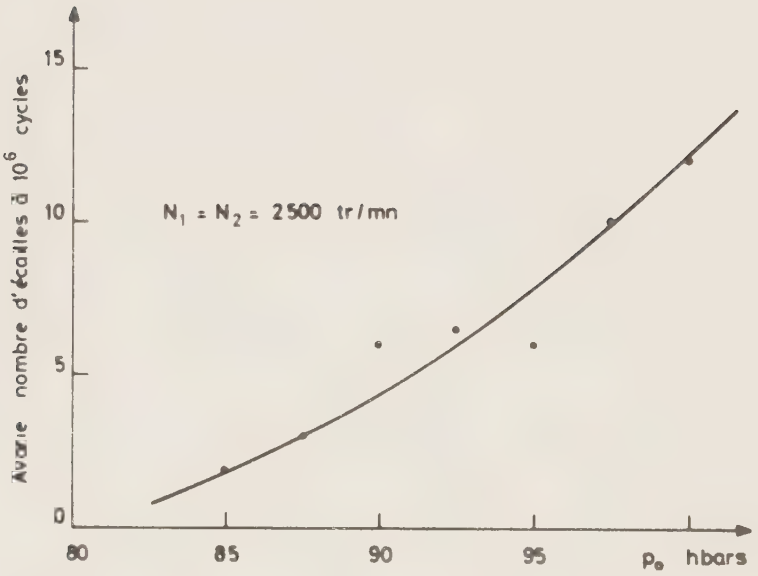


Fig. 150 : Avaries en présence de contacts métalliques. Effet de la pression de Hertz.

III.4.4 Effet du rapport de glissement

L'effet du rapport de glissement λ est montré par la courbe de la figure 151 ; cette courbe a été obtenue pour $U_1 + U_2$ = 3, 1 m/sec, p_o = 90 hbars, µ = 6,8 mPℓ, $\frac{1}{2}$ RT_1 = 0,7 µm , $\frac{1}{2}$ RT_2 = 5 µm, pour différentes valeurs de $U_1 - U_2$. Contrairement à ce qui se passe en film d'huile complet, c'est à dire pour les piqûres superficielles, la courbe qui donne l'avarie en fonction du rapport de glissement n'est pas symétrique ; ceci doit s'interprèter de la manière suivante :

- l'avarie par écaillage se développe plus rapidement lorsque l'éprouvette d'essai en XC 38 est animée d'une vitesse linéaire inférieure à l'éprouvette témoin en 100 C6.

- lorsque les deux éprouvettes en contact sont en XC38 ; l'éprouvette lente se dégrade très rapidement, l'éprouvette rapide ne se détériore pas et la surface présente un aspect "lustré" très caractéristique.

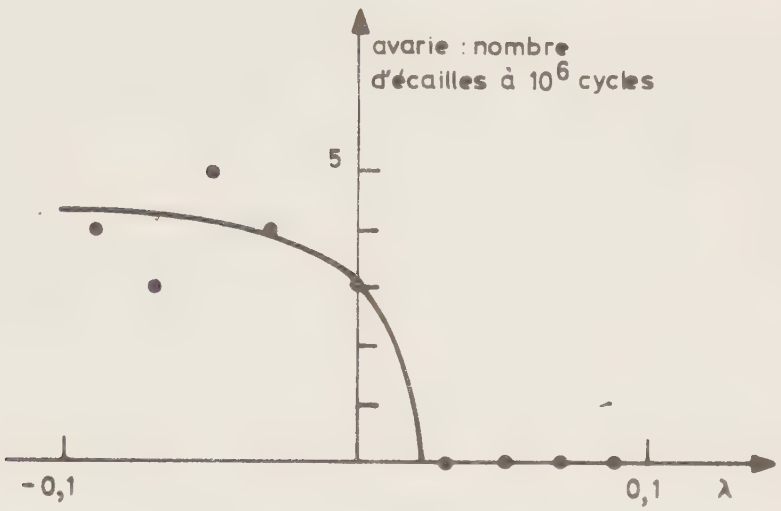


Fig. 151 : Avaries en présence de contacts métalliques . Effet du rapport de glissement.

Nous n'avons pas observé une diminution des avaries sur la surface lente, lorsque le rapport de glissement est passé de 0 à 0,1.

III.4.5 Conclusions sur les avaries en présence de contacts métalliques

Les différents résultats que nous venons d'exposer montrent que :

- les paramètres qui permettent de rendre compte de l'avarie A sont le rapport de rugosité, le rapport de glissement, la pression de Hertz :

$$A = A\left(\frac{\varepsilon}{h_r}\ ,\ \lambda\ ,\ p_o\right)$$

- l'écaillage profond augmente avec le rapport de rugosité et la pression de Hertz.

- au delà d'un rapport de rugosité d'environ 2,5 des micro-écailles apparaissent en surface. Elles sont engendrées, ainsi que nous le verrons dans le chapitre suivant, par les contacts métalliques entre les aspérités.

- une vitesse de glissement au contact maintient l'avarie sur la surface lente, mais l'élimine sur la surface rapide.

- la génération des fissures se produit en surface lorsque le rapport de rugosité dépasse 2,5.

IV - ETUDE DE LA FORCE DE FROTTEMENT

Rappelons, pour mémoire, qu'une des hypothèses émises pour expliquer la formation de piqûres superficielles concerne la force de cisaillement au contact (chapitre I). Dans le but de vérifier le bien ou mal fondé de cette hypothèse, nous avons mesuré la force de frottement dans les essais conduits avec les dispositifs décrits aux paragraphes II et VI du chapitre précédent.

Les courbes de la figure 152 montrent la variation du coefficient de frottement en fonction du rapport de glissement pour différentes valeurs de la vitesse de roulement $U_1 + U_2$ et pour différentes valeurs de la viscosité.

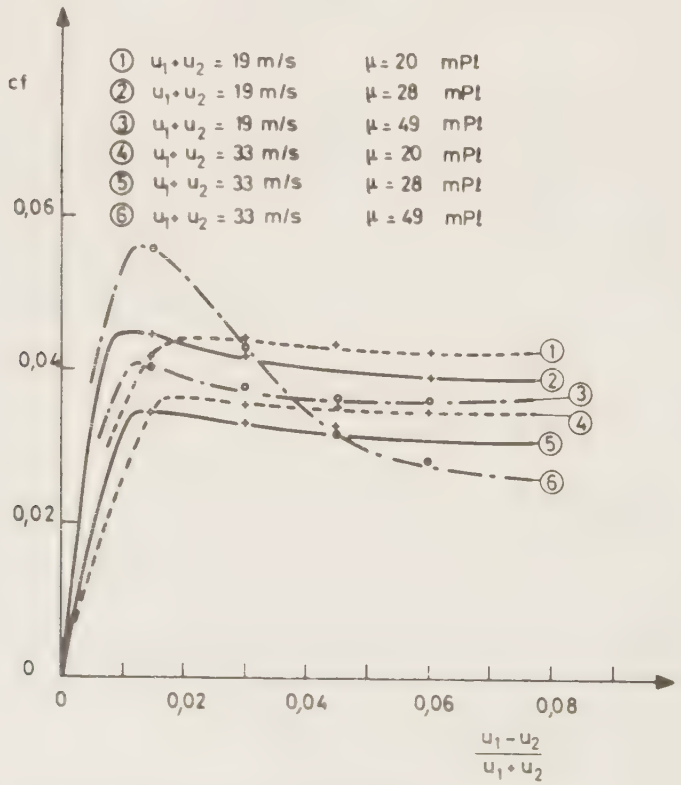


Fig.152: Variations du coefficient de frottement en fonction du rapport de glissement

On constate sur ces courbes que le coefficient de frottement est pratiquement nul en roulement pur ($\lambda = 0$); il augmente avec le rapport de glissement jusqu'à $\lambda = 0,15$ environ pour atteindre au maximum la valeur 0,06 ; il décroit ensuite lorsque le rapport de glissement augmente. Cette dernière partie de la courbe peut être expliquée par les effets thermiques dans le contact et par le comportement rhéologique du lubrifiant.

On constate donc, dans tous les essais que nous avons effectués, que le coefficient de frottement ne dépasse jamais la valeur 0,06. Cette valeur très faible n'introduit aucune déformation sensible du champ de contraintes dans les matériaux (figures 37 et 38).

V - ETUDE DES TENSIONS DANS LES FILMS LUBRIFIANTS

Rappelons que, dans le chapitre III, une des hypothèses qui ont été faites pour sélectionner une courbe de pression, est que le film lubrifiant ne peut pas subir de tensions importantes. Il importe, par une étude expérimentale, de vérifier cette hypothèse. Dans ce but, nous avons conçu et réalisé le dispositif décrit au chapitre VI, paragraphe V, qui permet de mesurer en dynamique la force d'arrachement entre les deux éprouvettes. Nous nous bornerons ici à décrire l'expérience, donner les résultats expérimentaux, sans entrer dans l'interprètation physique du phénomène.

V.1 - Technique expérimentale

La force qui s'exerce au niveau des éprouvettes s'écrit :

$$F = F_o + m\,\omega^2\,r\,\mathrm{Sin}\,\omega t$$

où F_o est la charge statique au contact, m la masse des masselottes, r leur distance au centre de rotation et ω la vitesse de rotation du moteur.

La force est mesurée par l'intermédiaire d'un anneau dynamométrique dont la fréquence de résonnance est de 40 KHz; le signal est analysé grâce à un oscilloscope; on observe les figures données par la figure 153.

La technique expérimentale consiste à augmenter progressivement la vitesse de rotation du moteur, donc l'amplitude des fluctuations de la force appliquée au contact, jusqu'à la rupture du film d'huile qui se traduit par une brusque annulation de la force de tension (figure 153 c). La géométrie des éprouvettes est définie sur la figure 154. La cote h est obtenue par rectification des quatre plots.

V.2 - Résultats expérimentaux

La valeur mesurée de la force de tension rapportée à la surface de l'éprouvette en fonction de l'épaisseur h, pour des fluides de différentes viscosité, est donnée par les courbes de la figure 155. On constate que la tension :

- augmente avec la viscosité du fluide,
- diminue avec une augmentation de l'épaisseur du film,
- est maximale pour $h \simeq 0$ et a pour valeur ~ 3 bars pour une huile dont la viscosité est de 50 mPℓ.

Il semble donc que dans les contacts hertziens, les forces de tension puissent être négligées.

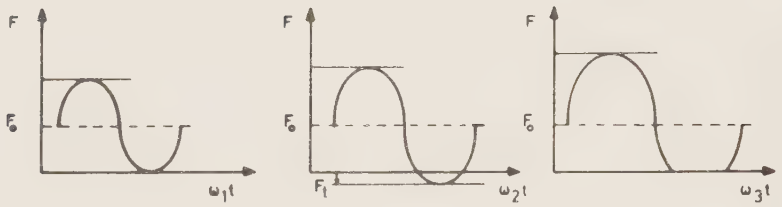


Fig.153 : Mesure de la force de tension

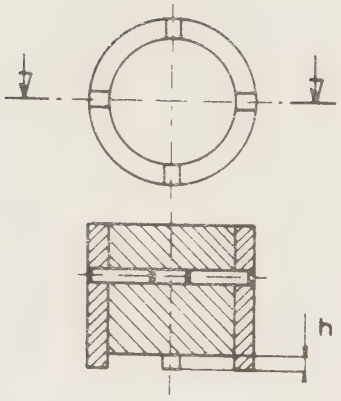


Fig 154_Géométrie des éprouvettes

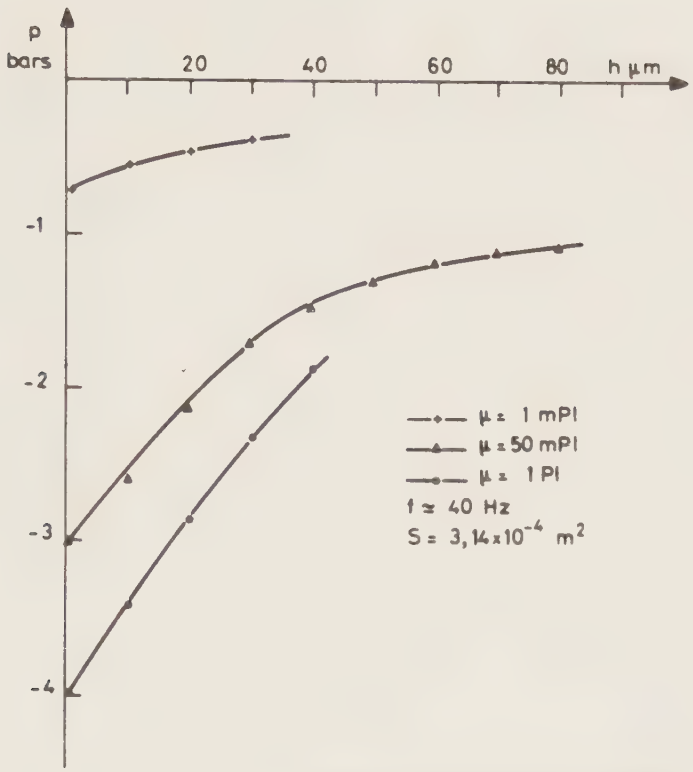


Fig. 155 : Tension dans le film lubrifiant

CHAPITRE VIII

INTERPRETATION DES PHENOMENES DE FATIGUE

I - INTRODUCTION

Nous tenterons dans ce qui suit d'analyser les résultats expérimentaux présentés au chapitre VII à la lumière des résultats théoriques rapportés dans les chapitres IV et V. Rappelons que nous avons isolé trois types de dégradations de surface : les piqûres superficielles, l'écaillage et le micro-écaillage. Pour chaque type d'avarie, nous en analyserons les causes, tenterons de les expliciter théoriquement et confronterons la théorie et l'expérience.

II - SCHEMATISATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats que nous avons exposés dans le paragraphe IV du chapitre VII sont schématisés ci-dessous (figure 156) où nous montrons les variations de l'avarie en fonction du rapport de rugosité pour différentes valeurs de la pression maximale de Hertz d'une part et pour différentes valeurs du rapport de glissement d'autre part.

L'examen de la figure 156, nous permet de distinguer trois domaines :

1) o $< \varepsilon/h_r <$ 1 : c'est un domaine de film d'huile complet où l'on n'observe pas d'écaille mais où l'on trouve par contre un nombre important de piqûres superficielles Ces piqûres disparaissent si le rapport de glissement dépasse 10 % quel que soit le signe de ce rapport. Leur nombre est indépendant de la pression de Hertz.

2) 1 $< \varepsilon/h_r <$ 2,5:c'est un domaine dans lequel on observe des contacts directs entre les aspérités des surfaces en regard. L'écaillage apparaît et le nombre d'écailles obtenu augmente pour un nombre de cycles donné avec la pression de Hertz. Pour des rapports de glissement supérieurs à 2,5 %, l'avarie disparait sur la surface rapide, mais subsiste sur la surface lente, même pour des valeurs de ce rapport supérieures à 10 %.

3) $\varepsilon/h_r >$ 2,5 : c'est un domaine dans lequel on observe des intéractions métalliques importantes entre les deux surfaces en contact. Ici l'écaillage subsiste, mais des micro-écailles apparaissent en surface.

Nos essais ont d'autre part montré, en ce qui concerne la génération des fissures, qui conduisent à l'écaillage profond, que :

- pour $\varepsilon/h_r >$ 2,5 la génération des fissures se fait essentiellement en surface.

- pour $\varepsilon/h_r <$ 2,5 les fissures qui conduisent à l'écaillage semblent être engendrées à la fois en surface et en profondeur. Nous n'avons pas pu déterminer de

transition nette entre ces deux modes,en surface ou en profondeur, de génération.

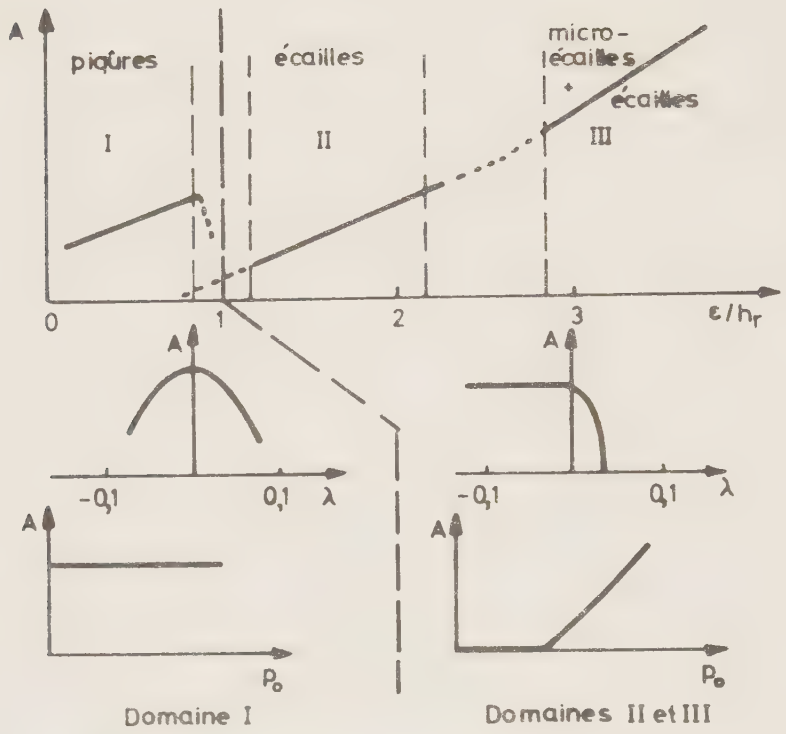


Fig. 156 : Schématisation des résultats

III - ANALYSE DES DIFFERENTS MODES D'AVARIE

III.1 - Les piqûres superficielles ($\varepsilon/h_r < 1$)

III.1.1 Rappels des résultats théoriques et expérimentaux

Nous rappelerons très rapidement que :

1°) les piqûres superficielles ne s'observent qu'en frottement lubrifié.

2°) la profondeur des piqûres est au début de leur formation égale à 15 µm.

3°) leur surface peut varier de 0,02 mm^2 à 2 mm^2 environ.

4°) leur taux d'apparition dépend de la nature et de l'activité chimique des huiles.

5°) leur nombre augmente avec le rapport de rugosité en film d'huile complet.

6°) leur nombre diminue avec la vitesse de glissement.

7°) leur nombre varie peu avec la pression maximale au contact.

Par ailleurs, nous avons montré en film d'huile complet l'existence :

8°) d'une zone de cavitation à la sortie du contact.

9°) de martèlement hydrodynamique des surfaces.

Ces deux phénomènes s'amplifient lorsque le rapport de rugosité augmente, le phénomène de cavitation par oscillation est prépondérant en roulement pur, le martèlement hydrodynamique est faible, voire nul en roulement pur.

III.1.2 Analyse des causes des piqûres superficielles

Le phénomène de piqûres superficielles en film d'huile complet n'avait jamais été clairement mis en évidence par les études antérieures, aussi allons nous maintenant tenter d'analyser les causes de ce phénomène.

Les fissures qui sont à l'origine de ces piqûres peuvent être créées par :

1°) des particules métalliques entrainées dans le contact.

2°) usinage ou traitement thermique ; elles préexisteraient donc. Cette hypothèse ne permet pas d'expliquer les observations rappelées aux points 2,3,6,7 du paragraphe précédent.

3°) le pic de pression élastohydrodynamique. Nous avons rappelé au chapitre I que le pic de pression réellement obtenu dans la pratique est très faible. Cette hypothèse ne permet pas d'expliquer les points 3,5,6,7.

4°) le martèlement hydraulique. Des différents mécanismes de martèlement, nous avons vu que seul le phénomène de cavitation peut être invoqué en roulement pur et en film d'huile complet. Cette hypothèse permet de prendre en compte les phénomènes mentionnés en 1,3,5,6,7. En ce qui concerne le point 2,on peut considèrer que lorsque une piqûre est formée, le phénomène de cavitation qui augmente avec la "dégradation" des surfaces, aura tendance à s'intensifier au voisinage de la piqûre initiale, ce qui explique donc la présence de "plaques dégradées" dont la surface atteint plusieurs mm^2. En ce qui concerne l'effet de la nature du lubrifiant des dopes et des additifs, aucune conclusion ne peut être tirée à priori ; on sait toutefois que le phénomène de cavitation est largement influencé par ces paramètres.

En ce qui concerne enfin la propagation des fissures, nous savons qu'elle est largement favorisée par la présence de lubrifiant. Nous reviendrons plus longuement sur ce point quand nous analyserons les phénomènes qui conduisent à l'écaillage.

III.1.3 Conclusions

Des différentes hypothèses énoncées ci-dessus, il apparait que celle concernant la cavitation permet de rendre compte de la quasi-totalité des phénomènes observés. Nous ne pouvons toutefois affirmer que la cavitation est, seule, responsable des dégradations observées, les mécanismes mentionnés aux points 1 et 2 du paragraphe III.1.2. peuvent dans certaines conditions accélèrer les dégradations.

III.2 - L'écaillage ($1 < \varepsilon/h_r < 2,5$)

III.2.1 Rappel des résultats théoriques et expérimentaux

Nous rappelerons très schématiquement que :

1°) la profondeur des écailles est égale à la prodondeur critique h_c de la théorie de Hertz.

2°) l'écaillage se produit aussi bien à sec qu'en présence d'huile.

3°) l'écaillage est largement accéléré par la présence d'huile.

4°) l'écaillage se produit plus rapidement quand le champ de contraintes se déplace sur la pièce au lieu d'agir en un point.

5°) l'écaillage se produit à l'intérieur d'une zone où l'on observe différentes modifications métallurgiques.

6°) l'écaillage semble dépendre de la nature de l'huile et des additifs.

7°) l'écaillage augmente lorsque la pression maximale de la théorie de Hertz augmente.

8°) en roulement et glissement, l'écaillage apparait sur la surface "lente", il n'apparait pas sur la surface "rapide".

9°) l'écaillage augmente avec le rapport de rugosité.

10°) l'écaillage n'apparait pratiquement pas en film d'huile complet, c'est à dire lorsqu'il n'y a pas de contacts métalliques.

Par ailleurs, nous avons montré, en présence de contacts métalliques et pour une charge normale au contact donnée que :

11°) le champ des contraintes en profondeur est pratiquement identique à celui calculé à l'aide de la théorie de Hertz.

12°) l'existence d'une région près de la surface où des contraintes de cisaillement élevées existent.

III.2.2 Analyse des causes de l'avarie

La théorie de Hertz valable pour des contacts où les surfaces sont lisses permet de rendre compte des résultats ou observations mentionnés aux points 1,2,4,5,7. Les réponses aux points 4 et 7 font bien évidemment intervenir les théories classiques sur la fatigue dans les matériaux. Nous allons maintenant montrer que les résultats mentionnés en 3,6,9 peuvent être interprètés à l'aide de la théorie développée au chapitre V et mentionnée aux points 11 et 12 du paragraphe précédent et à l'aide du phénomène de cavitation précédemment étudié.

Il existe sur les plus hautes aspérités des pressions maximales importantes (p_o = 80 hbars pour ε/h_r = 1,2), par conséquent dans les premiers cycles de fonctionnement, des fissures pourront être engendrées en surface, le nombre de ces fissures initiales augmente avec le rapport de rugosité. Le mécanisme de propagation de ces fissures est celui supposé par Way et que nous avons confirmé expérimentalement au laboratoire de Mécanique des Contacts [263] : l'huile sous l'action des fortes pressions existant dans les contacts

pénètre à l'intérieur des fissures, en écarte les faces, en favorise ainsi la propagation et les prolonge jusqu'à une profondeur qui leur permet de rejoindre le réseau de fissures initiées à la profondeur critique h_c de la théorie de Hertz.

- la cavitation entraine également, comme nous l'avons vu, des amorces de rupture en surface, ce phénomène augmente avec le rapport de rugosité.

Il ne nous semble pas possible actuellement de faire la part entre les deux mécanismes décrits ci-dessus, toutefois le résultat rappelé au point 10 du paragraphe précédent rend plus crédible l'hypothèse du contact métallique.

Enfin aucune des théories que nous avons présentées ne permet de prendre en compte l'effet de la vitesse de glissement. Nous avons vu en effet au chapitre précédent, que dans tous nos essais le coefficient de frottement est inférieur à 0,1 ; or dans ces conditions, le champ de contraintes est très voisin de celui calculé pour des surfaces lisses (figures 37 et 38) ; une approche possible consiste à introduire, au niveau d'une aspérité, une contrainte de cisaillement correspondant au contact métal-métal et caractérisée par un coefficient de frottement de l'ordre de 0,5. Toutefois aucune de ces théories ne permet de faire la distinction entre les avaries qui apparaissent sur la surface "lente" de celles qui apparaissent sur la surface "rapide".

III.2.3 Conclusions

Si les phénomènes d'écaillage en roulement pur peuvent être décrits par la théorie décrite au chapitre V, il n'est pas actuellement possible d'expliquer les phénomènes observés lorsqu'il existe une vitesse de glissement au contact.

III.3 - Le "Micro-Ecaillage" ($\varepsilon/h_r > 2,5$)

III.3.1 Rappel des résultats théoriques et expérimentaux

Nous rappelerons très schématiquement que :

1°) la profondeur des "micro-écailles" est au début de leur formation voisine de 16 µm.

2°) leur nombre augmente avec le rapport de rugosité.

III.3.2 Analyse des causes de l'avarie

Le phénomène de "micro-écaillage" n'a jamais été clairement mis en évidence. Il peut être décrit par la théorie exposée au chapitre V. Ce phénomène de fatigue est directement lié au contact métallique entre les aspérités, il peut donc s'interprèter à partir du champ de contraintes existant au niveau d'une aspérité.

En effet la pression maximale moyenne au niveau d'une aspérité, donnée par la relation V.10 a pour valeur dans notre cas avec $\varepsilon/h_r = 2,5$, compte tenu de ce que dans nos expériences $\ell \simeq 100$ µm

$$\overline{p}_{o_r} = 120 \text{ hbars}$$

Cette valeur correspond sensiblement à la pression d'écoulement du matériau.

Dans cette interprètation des phénomènes, nous devons toutefois remarquer que ce critère de pression maximale moyenne sur les aspérités est approché, car il ne tient pas compte de l'usure des éprouvettes et donc de la variation de la hauteur des aspérités dans le temps.

III.3.3 Conclusion

Le micro-écaillage que nous avons dans ce travail clairement mis en évidence, peut être relié à la pression maximale moyenne au sommet des aspérités.

III.4 - Conclusions générales sur la fatigue des surfaces

Cette étude a permis de mettre en évidence trois mécanismes différents d'avarie, de délimiter les domaines d'apparition de ces avaries, d'en définir les causes, de proposer un modèle théorique pour en rendre compte.

Les dégradations qui apparaissent en surface lorsque $\varepsilon/h_r < 1$ et lorsque $\varepsilon/h_r > 2,5$ dépendent du rapport de rugosité et du rapport de glissement. Elles dépendent peu de la charge au contact mais sont par contre reliées au phénomène de cavitation lorsque $\varepsilon/h_r < 1$ et à la pression maximale moyenne sur les aspérités lorsque $\varepsilon/h_r > 2,5$.

CONCLUSION

En 1960, tous les mécanismes de destruction par fatigue des surfaces sont regroupés sous le terme de "pitting" qui n'a pas trouvé d'équivalent français. Les durées de vie des éléments de machines sont calculées à partir de la théorie de Hertz. Les écarts entre les durées de vie calculées et celles obtenues expérimentalement sont considérables. Vers 1970, différents termes apparaissent dans la littérature pour qualifier les phénomènes de destruction des surfaces par fatigue : le "spalling", le "peeling" ; la durée de vie des roulements est toujours calculée à partir de la théorie de Hertz, en ajoutant toutefois, certains termes correctifs déterminés expérimentalement. A cette époque il existait entre les chercheurs une polémique,sur d'une part, le rôle de l'hydrodynamique dans la génèse des fissures,et d'autre part, sur l'origine superficielle ou profonde des fissures. Aujourd'hui, il est en général admis dans la littérature que les deux modes de fissuration et de détérioration sont possibles, toutefois ceci n'a jamais pu être confirmé ni expérimentalement ni théoriquement. Les phénomènes qui conduisent à la détérioration des surfaces ne sont pas clairement défini. Il n'existe toujours pas d'approche théorique pour déterminer la durée de vie des mécanismes.

Notre travail a apporté les preuves à la fois théoriques et expérimentales :

- de l'existence de trois types de dégradations, deux en surface, une en profondeur.
- du rôle des phénomènes hydrodynamiques dans un de ces modes de détérioration.
- du rôle des contacts métalliques entre les aspérités sur les deux autres modes de détérioration.

Grâce à l'identification des causes de l'avarie,nous avons pu développer des modèles mathématiques qui permettent de calculer les charges admissibles dans les contacts hertziens rugueux. Nous avons abordé l'étude de ces phénomènes sous l'aspect mécanique des fluides d'une part et sous l'aspect mécanique des solides d'autre part ; ceci nous a permis de :

- déterminer le champ de pression qui s'exerce à la surface des matériaux.
- définir les phénomènes hydrodynamiques liés à la présence des rugosités.
- déterminer avec B. Michau le champ de contraintes qui s'exerce dans les matériaux et en particulier sur les aspérités lorsqu'il existe certains contacts métalliques entre les aspérités des deux surfaces en regard.

L'étude de l'hydrodynamique des surfaces rugueuses était, avant 1970, conduite à partir de la forme classique de l'équation de Reynolds. Nous avons montré que cette

forme n'est valable que pour une seule configuration géométrique et cinématique : celle d'une surface rugueuse fixe en contact avec une surface lisse mobile, condition où l'on sait par ailleurs que les phénomènes de fatigue sont masqués par d'autres phénomènes comme par exemple le grippage. Nous avons dérivé une équation générale et utilisable dans tous les cas et l'utiliserons en particulier quand une ou deux surfaces présentant des rugosités ou des défauts de forme sont en contact.

Cette équation a été exploitée en modèlisant les rugosités des surfaces par deux modèles mathématiques :

- un modèle analytique,
- un modèle statistique.

Avec chacun de ces modèles, nous avons étudié le champ de pression et ses fluctuations dans l'espace d'une part, dans le temps d'autre part, puis par intégration nous donnons la charge portante du contact. Ces paramètres ont été calculés dans le cas du :

- contact hydrodynamique, c'est à dire lorsque les surfaces du contact sont supposées rigides.
- contact élastohydrodynamique, c'est à dire lorsque les surfaces du contact sont déformées sous l'action du champ de pression.

Ces études ont montré l'existence :

a) d'un phénomène d'instabilité dans les contacts hydrodynamiques.

Ce phénomène apparait quand le rapport de glissement est différent de zéro, et d'autant plus prématurément que la hauteur des rugosités est grande et que leur longueur d'onde est petite. Cette instabilité qui n'apparait pas en roulement pur peut dans certains cas entrainer la rupture complète du film d'huile et entrainer le phénomène de micro-lubrification. La transition entre ces deux régimes de lubrification déjà mentionnés dans la pratique est décrit théoriquement.

b) de cavitation dans le contact. Il existe à la sortie du contact une zone où la cavitation peut apparaître dont la largeur augmente avec le rapport de rugosité. Suivant la valeur du rapport de glissement, différents types de cavitation sont obtenus. Plus particulièrement, en roulement pur, les conditions nécessaires pour l'apparition de la cavitation par oscillation, source bien connue d'avaries, sont réunies.

c) de conditions dans lesquelles la formation d'un film élastohydrodynamique est impossible. Lorsque le rapport de glissement dépasse la valeur 0,3, le film formé est instable ; pour $\lambda = 1$, lorsque le rapport de rugosité dépasse une valeur critique la formation du film est impossible.

Par ailleurs, ces calculs ont débouché sur :

d) la limite de validité du calcul statistique pour représenter les surfaces.

e) la définition, du point de vue hydrodynamique, des paramètres caractéristiques de la rugosité, (écart type, longueur d'onde).

Enfin, ils ont permis de montrer que :

f) la présence d'aspérités peut, en roulement pur, moduler faiblement la pression hydrodynamique le long de l'arc de contact, mais ne peut pas engendrer de pics de pression. En roulement et glissement combinés, par contre, des pics de pression hydrodynamique peuvent apparaître.

Dans la plupart des mécanismes réels, les charges au contact sont élevées ; ils fonctionnent de ce fait en film d'huile rompu ; il existe de ce fait des contacts métalliques entre les aspérités. Ayant déterminé les champs de pression dus aux phénomènes hydrodynamiques,et identifié un mécanisme possible de destruction des surfaces, celui de cavitation par oscillation, il importait de définir les modifications introduites à ce champ de pression, par la présence de certains contacts métalliques. En reprenant une méthode développée par Dyson, pour calculer la charge portée par les aspérités nous avons montré que :

g) la pression maximale moyenne sur les aspérités augmente avec le rapport de rugosité et qu'il existe une valeur critique de ce rapport au delà de laquelle la limite de fatigue sera dépassée.

En ce qui concerne l'étude du champ de contraintes dans les matériaux, nous avons remarqué avec B. Michau que, sous l'effet d'une modulation de la pression en surface, il apparait dans les matériaux deux zones fortement sollicitées, d'une part, à une profondeur voisine de celle calculée par la théorie de Hertz, d'autre part, à une profondeur environ deux fois plus faible. Ce résultat théorique permet de conclure que :

h) la présence d'un pic de pression ne peut avoir qu'un effet superficiel sur une profondeur inférieure à 30 µm. Il ne peut pas avoir d'effet direct sur la fissuration en profondeur.

i) l'apparition d'avaries en film d'huile complet doit être attribuée à la cavitation.

j) des contacts métalliques directs peuvent soit créer une fissuration en surface, soit, si le rapport de rugosité dépasse une certaine valeur, provoquer une fatigue des couches dont l'épaisseur est inférieure à 30 µm (micro-écaillage).

La définition des conditions dans lesquelles apparaissent des dégradations superficielles est importante, car on sait par ailleurs qu'une fissuration en surface accélère très largement le phénomène d'écaillage par le mécanisme du piègeage d'huile.

La vérification expérimentale des différentes conclusions théoriques a été effectuée sur 5 dispositifs dont 4 ont été conçus et mis au point au cours de cette étude : 3 machines à galets, (deux disques indépendamment menés en contact sur leur tranche), une machine de visualisation et un dispositif de martèlement. Sur la première machine à galets de fabrication très délicate nous avons montré que :

k) des avaries en surface pouvaient se produire en film épais répondant ainsi à la polémique évoquée ci-dessus.

Nous avons montré sur les autres machines à galets que :

l) pour des rapports de rugosité inférieurs à 1, les avaries augmentent avec le rapport de rugosité, diminuent avec le rapport de glissement et dépendent très peu de la charge au contact qui peut être incluse dans le rapport de rugosité.

m) pour des rapports de rugosité beaucoup plus élevés, on observe des micro-écailles.

Le point l est en accord avec la théorie de la dégradation engendrée par cavitation en film complet et le point m est en accord avec la théorie de la dégradation en sous couche en film d'huile rompu.

n) pour des valeurs intermédiaires du rapport de rugosité les avaries de surface disparaissent pour laisser la place aux avaries de profondeur. Ce sont les seules avaries habituellement décrites dans la littérature.

Nous avons également montré avec la machine de visualisation dans laquelle une des pièces au contact est transparente que :

o) l'instabilité annoncée par la théorie se retrouve dans la pratique et que le passage d'un point de fonctionnement à un autre s'effectue comme le prévoyait la théorie sous de très faibles perturbations.

p) la cavitation par oscillation existe en roulement pur, disparait en glissement, et que l'étendue de la zone de cavitation varie comme l'indique la théorie.

Une cinquième étude sur la machine de martèlement a confirmé le bien fondé des conditions aux limites utilisées dans les développements théoriques.

Les résultats que nous avons obtenus, apportent des éléments qui peuvent être directement utilisés dans la pratique, toutefois pour avoir une compréhension complète des effets mécaniques sur la fatigue des surfaces, il reste à :

- expliquer pourquoi les surfaces lentes sont plus avariées que les surfaces rapides quand le rapport de glissement est différent de zéro.
- comprendre les intéractions entre l'écaillage, l'usure et le grippage.
- définir précisément l'évolution des états de surface des mécanismes en cours de fonctionnement.

Du point de vue technologique, sans tenter ici de donner des "recettes" générales, nous noterons que dans les contacts entre deux surfaces susceptibles de se fatiguer, il nous est maintenant possible d'identifier les mécanismes initiateurs d'écaillage et de proposer certains remèdes. Il apparait,du point de vue mécanique, que dans la très grande majorité des mécanismes actuels, le contact métallique entre les aspérités constitue le paramètre principal qui limite la durée de vie. Il importe donc, dans la mesure du possible :

- de concevoir des dispositifs qui fonctionnent en film d'huile complet avec de faibles rapports de rugosité,ou en cas d'impossibilité technologique,

- de prévoir un rôdage des surfaces dont les possibilités ont été mises en évidence dans ce travail.

En ce qui concerne les engrenages, il est intéressant de déterminer les caractéristiques des dents et en particulier le déport de denture de sorte que le rapport de glissement ne dépasse jamais la valeur de 0,3.

Dans tous les mécanismes très chargés (engrenages, cames, roulements etc...), il serait utile de définir les gammes d'usinage et en particulier les états de surface de sorte que :

- la surface la plus lente soit la plus lisse possible.

Cette étude débouche donc sur un certain nombre de résultats fondamentaux d'une part et directement applicables à la pratique de l'autre. Elle ouvre la voie à d'autres recherches à caractère essentiellement technologique pour préciser les conditions géométriques, cinématiques et dynamiques qui permettront d'augmenter l'endurance des mécanismes qui comprennent des contacts hertziens.

BIBLIOGRAPHIE

1 - CHABERT G. "Les différents modes de détérioration des engrenages". Revue des Ingénieurs de l'Automobile, p. 627-632, Nov. 1971.

2 - BALMFORTH N., WATSON H.J. "A practical look at gear damage". I.M.E. Iron and Steel Working Lubrication, vol. 179-3 D, p. 201-220, 1964-1965.

3 - BARTZ W.J. "Einfluss der rheologischen Eigenschaften des Schmierstoffs und der Reibstelle beider Bewertung von Zahnrad Schäden". Verein Deutscher. Ing., 113-2, p. 142-8, 1971.

4 - GODET M. "Réflexions théoriques et expérimentales à propos de la recherche sur la lubrification dans les applications de la science à l'industrie". La machine-Outil Française, n° 193, Déc. 1963.

5 - SHIPLEY E. "Gear failures". Machine Design, 7 Déc. 1967.

6 - KELLEY B.W. "Lubrication of involute gearing". Proc. I.M.E., Lub. and Wear Conf., Vol 182, part 3A, 1967.

7 - COLEMAN W. "Bevel and hypoid gear surface durability : pitting and scuffing". Proc. I.M.E., vol. 180, part 3B, p. 191, 1968.

8 - ABECK A. "Le graissage des réducteurs industriels". Entretien et travaux neufs, vol. 22, n° 216, 1970.

9 - ABECK A. "Le graissage des réducteurs industriels et les essais d'huile pour réducteurs". Entretien et travaux neufs, vol. 22, n° 215, 1970.

10 - GODET M. "L'apport hydrodynamique dans le frottement lubrifié". Thèse ès.Sc. Phys., Paris, 1967.

11 - HUGUES J.R., WAIGHT F.H. "The lubrication of spur gears". Proc. Int. Conf. Gear, Inst. Mech. Eng. p. 135-143, 1958.

12 - BORSOFF V.N. "On the mechanism of gear lubrication". A.S.M.E., J. Bas. Eng. p. 79-93, 1959.

13 - KU P.M., BABER B.B. "Effects of lubricants on gear tooth scuffing". Trans. A.S.L.E., vol. 2, n° 2, p. 184-194, 1960.

14 - TETSUZO MATSUNAGA "Influence of profile modification and lubricant viscosity on scoring of helical gears". A.S.M.E., Pub. 72, PTC 1, 1972.

15 - DROZDOV Y.N. "Calculating seizure conditions for heavily loaded mechanisms". Russian Engineering Journal, p. 24, vol. LI, n° 4, 1958.

16 - BORSOFF V.N., WAGNER C.D. "Study of formation and behaviour of an extreme-pressure film". Lub. Engineering, p. 91-99, 1957.

17 - BABER B.B., ANDERSON E.L., KU P.M. "Effets of lubricants, metals, temperature and atmospheric environments on gear load carrying capacity". A.S.M.E. Lub. Tech., p. 117-124, 1968.

18 - Mc GREW, WILCOCK D.F., BENES J.J. "Lubrication under heavy loads". Machine design, p. 88-92, Avril 1971.

19 - FINKIN E.F., GU A., YUNG L. - A critical examination of the elastohydrodynamic criterion for the scoring of gears A.S.M.E. preprint n° 73, Lub. 4, 1973.

20 - WILSON "Usure des cames et poussoirs". Tribology, vol. 2, 1969.

21 - RADZINOVSKY E.I., MIRAREFI A., BROOM W.E. "Instantaneous efficiency and coefficient of friction of an involute gear drive". A.S.M.E. Preprint n° 72, PT6 13.

22 - YOSHIO, TERAUCHI, HIDETARO MORI "Comparaison of theories and experimental results for surface temperature of spur gear teeth". A.S.M.E. preprint n° 72 PTG 7, 1972.

23 - BOWDEN F.P., TABOR D. - "Friction and lubrication of solids, Vol I. Oxford, Clarendon Press, 1950.

24 - KRAGELSKY I.V. - Friction and Wear - Butterworth Ed. London, 1965.

25 - DUDLEY D.W. "Elastohydrodynamic behaviour observed in gear tooth action". Proc. I.M.E. Symposium on Elastohydrodynamic lubrication, vol. 180, pt 3B, p. 206-214, 1965-66.

26 - BARTZ W.J. "Some investigations of the application of e.h.d theories to practical gear lubrication". Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic lubrication Symposium p. 37-39, 1972.

27 - ARCHARD J.F., HIRST W. The wear of metal under unlubricated conditions. Proc. Roy Soc. A. pp 397-410, 1956.

28 - GOLDMAN I.B. "Corrosive wear as a failure mode in lubricated gear contacts". Wear vol. 14, p. 431-444, 1969.

29 - DEYBER P. Contribution à l'étude du coefficient de frottement et de la température en frottement mixte. Thèse Docteur Ingénieur Lyon 26 Sept. 1970.

30 - ANDERSON S. "Durée et fiabilité des roulements". La revue des roulements p. 1-16, n° 168, 1970.

31 - ZARETSKI E.V., ANDERSON W.J. "Effect of material general background" Int. Approach of the lub. Of conc. contact. Proc. of Nasa Symp. p. 379-408, 1969.

32 - BAMBERGER E.N. "Effect of material metallurgy view point". Interdisciplinary approach of the lub. of concentrated contact, Proc. of the Nasa Symp. p. 409-438, July 1969.

33 - MOYER C.A., BIANCHI A. "Relating lubricant and bearing life in the mixed e.h.l regime. Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic Symp. p. 95-96, 1972.

34 - LYMAN J., HALL A.E. "High cycle rolling contact load effects on the microstructure of 50Rc AISI 52100 Steel, A.S.M.E., série F, 94, p. 1-4, 1972.

35 - SCHLICHT H. "Theorie des efforts cycliques supportés par les corps roulants". La technique du roulement, 1, 70, p. 2-14, 1968.

36 - NORWOOD J.I., CUMMING R. "Influence of oxide inclusions on quality of 1 % C, 1 à 2 % Cr bearing steel". Iron and Steel Inst. Public 114, p. 105-110, 1968.

37 - COOK W.T. "Effect of sulphur on the fatigue properties of 1 % Cr bearing steel". Iron and Steel Inst. 3 p. 363-366, 1970.

38 - SHOOTER B.A. "Gear tooth pitting and fatigue strength", Engineer, vol. 212, p. 855, 1961.

39 - ROWE F.D. "Diagnosis of rolling contact bearing damage". Tribology vol. 4, n° 3, p. 137-146, 1970.

40 - YARDLEY E.D., CRUMP W.J.J. "Some failures of grease lubricated rolling element bearing". Proc. I.M.E. vol. 184-3F, p. 63-73, 1969.

41 - FOORD C.A., HINGLEY C.G., CAMERON A. "Pitting of steel under varying speeds and combined stress". A.S.M.E. Lub. Tech. Vol. 91, n° 2, p. 282-290, 1969.

42 - SIMPSON F.F. "Failure of rolling contact bearing". Proc. I.M.E. Vol. 179, Part 3D, p. 248-270, 1964-65.

43 - LITTMANN W.E., WIDNER R.L. "Propagation of contact fatigue from surface origin". A.S.M.E. J. of Basic Eng. series D, 88, p. 624-636, 1966.

44 - LITTMANN W.E. "The mechanism of contact fatigue. Interdisciplinary approach to the lub. of concentrated contact". Proc. of Nasa, Symp. p. 309-378, 1969.

45 - TALLIAN T.E. "Rolling contact failure control through lubrication". Proc. I.M.E., vol. 182, Part 3 A, p. 205, 1968.

46 - TALLIAN T.E. "On competing failure modes in rolling contact". A.S.L.E. 10, p. 418-439, 1967.

47 - MICHAU B., BERTHE D., GODET M. "Le pitting dans les contacts lubrifiés". Journal de la SIA, n° 1, p. 34-35, 1973.

48 - CHIU Y. TALLIAN T.E. Mc COOL J.I. "An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact". Wear Vol. 17, n° 5/6, p. 433, 1971.

49 - MURO H., TSUSHIMA N. "Microstructural microhardness and residual stress changes due to rolling contact". Wear, 15, p. 309-330, 1970.

50 - WREN F.J., MOYAR G.A. "Modes of failures in rolling element bearings". I.M.E. Iron and Steel, Working lubrication, vol. 179-3D, p. 221-247,

51 - PARKER R.J., ZARETSKY E.V. BANBERGER E.N., Evaluation of load life relation with ball bearings at 500 Deg F. A.S.M.E. paper n° 73, Lub.7.

52 - TOWNSEND D.P., ZARETSKY E.V. A life study of AISI M50 and super Nitralloy spur gears with and without typ relief A.S.M.E. paper n° 73, Lub 38.

53 - BERTHE D., GODET M. Influence de la rugosité des surfaces et de la nature de l'huile sur l'apparition du pitting. Rapport au contrat D.G.R.S.T. n° 64056, 1972.

54 - MARTIN J.A., BORGESE S.F., EBERHARDT A.D. "Microstructural alteration of rolling bearing steel undergoing cyclic stressing". A.S.M.E. J. of Basic Enginerring, Vol. 88, p. 55-567, 1966.

55 - SCOTT D., LOY B., HILLS G.H. "Metallurgical aspects of rolling contact fatigue". Proc. I.M.E. Lub. Convention, Vol. 181, Part 3-O, p. 94-103, 1966-67.

56 - AKAKOA J. "Plastic deformation under rolling contact. Rolling contact phenomena". Elsevier Ed. p. 266-300, 1960.

57 - BUSH J.J., GRUBE W.L., ROBINSON G.H. "Microstructural and residual stresses changes in hardened steel, due to rolling contact". Symp. on rolling contact phenomena, Elsevier Ed., p. 365-399, 1960.

58 - REICHENBACH G., SYNIUTRA W.D. "An electron microscope study of rolling contact fatigue". A.S.L.E., 8, p. 217-223, 1965.

59 - MONNOT J., TRICOT R., GUEUSSIER A. "Résistance à la fatigue et endurance des aciers pour roulements". Revue de Métallurgie p. 619-638, 1970.

60 - SCHLICHT H. "Strukturelle Anderung in Wälzelemente". Wear, Vol. 12, p. 149-169, 1968.

61 - GENTILE A.J., JORDAN E.F., MARTIN A.D. "Phase transformations in high carbone, high hardness steels under contact loads". Trans. of Metal. Soc. A.S.M.E., vol.233, p. 1085-1093, 1965.

62 - VASILCA G., RASZILLIER V. "A study of dark etching area type structure modification of material and hertzian contact area induced by ball bearing type motion" Wear, Vol. 19, n° 1, p. 1-16, 1972.

63 - BUCHWALD J., HECKEL R.W. "An analysis of microstructural changes in 52100 bearings during cycling stresses". Trans. A.S.M.E., Vol. 61, p. 750-756, 1968.

64 - ISHIBASHI A., YOKOTE T. "Effect of surface roughness and running-in upon pitting fatigue in rolling contact surface". Bull. of J.S.M.E. Vol. 13, n° 13, n° 59, p. 707-718, 1970.

65 - HIRANO F., KUWANO K., ICHIMARU K. "Effect of work hardening during rolling contact on pitting of gear material". Proc. I.M.E., Vol. 181, 3-O, p. 83-93, Lub. Convention 1966-67.

66 - BERTHE D., MICHAU D., GODET M. Le frottement de roulement. Rapport final, contrat D.R.M.E. n° 69.382, 1972.

67 - GUIRALDENG P., VINCENT L., COQUILLET B."Etudes de quelques types d'essais de roulement. Tentative de simulation au moyen d'une machine de fatigue par contact bille-plan." Revue du G.A.M.I. n° 281, p. 12-19, Mai 1973.

68 - WAY S. "Pitting due to rolling contact". Journal of Appl. Mec. Vol. 2, p. 49-58, 1935.

69 - OLLERTON E., MOREY J.W.W. "Fatigue strength of rail steel in rolling contact". Proc. I.M.E., fatigue in rolling contact p. 11-22, 1963.

70 - NIEMANN G., RETTING H., BÖTSCH H. "The effect of differents lubricants on pitting resistance of gears". I.M.E. Iron and Steel working lubrication, Vol. 179-3D, p. 192-200, 1964-65.

71 - GALVIN G.D., NAYLOR H. "Effets of lubricants on the fatigue of steel and other metals". Proc. I.M.E. Lub. and Wear 3rd Convention, p. 23-37, 1964-65.

72 - ANDERSON W.J., ZARETSKY E.V. "Effect of operating variables on rolling fatigue". Rolling contact phenomena, p. 317-345, Elsevier Ed. 1962.

73 - BARWELL F.T., SCOTT D. "Effect of lubricant on pitting failure of ball bearing". Engineering, Vol. 182, p. 9, 1956.

74 - DIETRICH M.W., TOWNSEND D.P., ZARETSKY E.V. "Rolling element fatigue and lubrication with fluorinated polysther at cryogenic temperatures". A.S.M.E. Lub. Tech., series F, 93, p. 364-370, 1971.

75 - DAVIES W.T., DAY K.L. "Surface fatigue in ball bearing, roller bearings and gears in aircraft engines". Proc. I.M.E. Fatigue in rolling contact, p. 23, 1963.

76 - BEZBOROD'KO M.D., KRIVOSHEIN G.S. "Investigation of pitting by means of a fourball machine". Friction and Wear in Machinery, Vol. 16, p. 1-17, 1962.

77 - SCOTT D., BLACKWELL J."Accelerated service simulation tests for lubricants and material for rolling elements". Wear, Vol. 17, n° 5/6, p. 323, 1971.

78 - ZARETSKY E.V., SIBLEY L.B., ANDERSON W.J. "The role of elastohydrodynamic lubrication in rolling contact fatigue". A.S.M.E. J. of B. Eng. series D, p. 439-446, 1963.

79 - LITTMAN W.E., WIDNER R.L., WOLFE, STOVER "The role of lubrication in propagations of contact fatigue craks". A.S.M.E. paper 67, Lub. 20, 1968.

80 - VALORI R.R., TALLIAN T.E., SIBLEY L.B. "Elastohydrodynamics film effects on load life behaviour of rolling contact". A.S.M.E. paper 5, Lub. 11, 1965.

81 - VALORI R.R., TALLIAN T.E., SIBLEY L.B. "EHL film effects in the load life behaviour of rolling contacts". A.S.L.E. paper 66, LC 27.

82 - GRUNBERG L., SCOTT D. "The acceleration of pitting failure by water in the lubricant". J. Inst. Pet. Vol. 44, p. 406, 1958.

83 - SCHATZERG P. "Inhibition of water accelerated rolling contact fatigue". A.S.M.E. J. of Lub. Tech. series F, p. 231-235, 1971.

84 - GRUNBERG L., SCOTT D. "The effect of additives on the water induced pitting of ball bearing". J. Inst. Pet. Vol. 46, p. 259, 1960.

85 - SCHATZBERG P., FELSEN J.M. "Influence of water on fatigue failure location and alteration during rolling contact lubrication. A.S.M.E. Lub. Tech. Serie F. Vol 91, n° 2 p. 301-307, 1969.

86 - KOVED S. "The effect of three mineral base oils on roller bearing fatigue life". A.S.M.E. Lub. Tech. Vol. 9, n° 3, p. 222-229, 1966.

87 - ROUNDS F.G. "Effect of base oil viscosity and type on ball bearing fatigue". A.S.L.E. Vol.5, p. 172, 1962.

88 - BAMBERGER E.N., ZARETSKY E.V., ANDERSON W.I. "Effects of three advanced lubricants on high temperature bearing life. A.S.M.E. Lub. Tech. serie F. Vol. 92 n° 1, p.23-33,1970.

89 - ANDERSON W.J., CARTER T.L. "Effect of lubricant viscosity and type on ball bearing fatigue life". A.S.L.E. Vol. 1, p. 266, 1968.

90 - SCOTT D. "Study of the effect of lubricant on pitting failure of ball bearing". Proc. I.M.E. Lub. and Wear, p. 463-468, 1957.

91 - JOHNSON R.A., DODSON S.C. "Pitting tests in a modified four ball machine". Proc. I.M.E. fatigue in rolling contact, p. 116, 1963.

92 - POPINCEANU N.G., GATIFANU M.D., NASTASE H., DIOCONESCU E.N., CRETU S.S. "A study of rolling bearing fatigue life with mineral oil lubrication". Wear, Vol. 22, n° 1, p. 21-37, 1972.

93 - MARTIN J.B., CAMERON A. "Effect of oil on the pitting of rollers". J. Mech. Engng. Sc., Vol. 3, p. 148, 1961.

94 - APPELDOORN J.K., ROYLE R.C. "Lubricant fatigue testing with ceramic balls". Lub. Eng. Vol. 21, p. 45, 1965.

95 - ROUNDS F.G. "Lubricant and ball steel effects on fatigue life". A.S.M.E. J. of Lub. Tech., série D, p. 236-245, 1971.

96 - ROUNDS F.G. "Effects of lubricants on fatigue life". Rolling contact phenomena. Proc. of Symp. Michigan 1960, p. 346-364, Elsevier 1962.

97 - OTTERBEIN M.E. "Effect of aircraft turbine oils on roller bearing fatigue life". A.S.M.E. Vol. 1, p. 33, 1958.

98 - ROUNDS F.G. "Some effect of additives on rolling contact fatigue". A.S.L.E. Vol. 10, p. 243, 1967.

99 - LAGARDE F., DU PARQUET J. "Contribution à l'étude du pitting". Revue de la SIA, Juillet 1965.

100 - SCOTT D. "The effect of material properties lubricant and environment on rolling contact fatigue". Paper 10, Proc. I.M.E. Fatigue in rolling contact, 1963.

101 - VAESSENS G.H.G., DE GEE A.W.J. "Rolling contact fatigue of maraging steels of different production history. Influence of film thickness to roughness ratio". Proc. I.M.E. E.H.L. lubrication p. 40, 1972.

102 - MORRISON T.W., TALLIAN T.E., WALP M.O., BAILE G.H. "The effect of material variables in the fatigue life of AISI 52100 steel ball bearings". A.S.L.E. Vol. 5, p. 347-364, 1962.

103 - CHESTERS W.T. "The effect of material combination on resistance to surface fatigue". Proc. I.M.E. Fatigue in rolling contact, p. 86, 1963.

104 - MERWIN J.E., JOHNSON K.L. "An analysis of plastic deformation in rolling contact". Symp. on fatigue in rolling contact, p. 145-154, London 1963.

105 - JOHNSON K.L. JEFFERIS J.A. "Plastic flow and residual stresses in rolling and sliding contact". Symp. on fatigue in rolling contact, p. 54-65, London 1963.

106 - HAMILTON G.M. "Plastic flow in rollers loaded above the yield point". Symp. on fatigue in rolling contact, p. 136-144, London 1963.

107 - WELSH N.C. "Structural changes in rubbed steel surface". Proc. of the conf. on lubrication and wear. I.M.E., p. 701-706, 1957.

108 - ZARETSKY E.V., ANDERSON W.J. "Effects of materials, general background. Interdisciplinary approach lubrication of concentrated contact. P.M. KU, Ed., NASA SP.237 p.379-408, 1970.

109 - Mc KELVEY R.E., MOYER C.A., "The relation between critical maximum compressive stress and fatigue in Rolling contact. Paper 1. Mar.28, 1963.

110 - SCOTT R.L., KEPPLE R.K., MILLER M.H. "The effect of processing induced stress on ball bearing fatigue". Rolling contact phenomena, Bidwell Ed. p. 301, 1962.

111 - ALMEN J.O. "Effect of residual stress on rolling bodies". Rolling contact phenomena. Proc. of Symp. Michigan 1960, p. 400-424, Elsevier 1962.

112 - DAWSON P.H. "The pitting of lubricated rolling surfaces". Power Transmission, 1961.

113 - DAWSON P.H. "The effect of metallic contact and sliding on the shape of the S.N. curve for pitting fatigue". Symp. on fatigue in rolling contact, p. 41-45, 1963.

114 - TALBOURDET G.J. "Surface endurance limits of various USMC engineering materials". Dept of the research divison, United Shoe Machinery Corp., 1957.

115 - LE VISAGE C. "The role of lubrication in gear deterioration of a 20 in. Center distance bench test". A.S.M.E. preprint n° 72, PTG 40, 1972.

116 - DAWSON P.H. "Effect of metallic contact on the pitting of lubricated rolling surfaces". J. of. Mech. Eng. Science, 4, p. 16-21, 1962.

117 - DAWSON P.H. "Further experiments of the effect of metallic contact on the pitting of lubricated rolling surfaces". Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic lubrication, Vol.180-3B, p. 95-100, 1965-66.

118 - UTSMI, TATSUO, OKAMOTO, JUNZO. "Effect of surface roughness on the rolling fatigue life of bearing steels. Journ. of Japan Soc. of Lub. Eng. Vol. 5, n°5, p. 291-296, 1960.

119 - TALLIAN T.E., Mc COOL J.J., SIBLEY L.B. "Partial elastohydrodynamic lubrication in rolling contact". Proc. I.M.E. Vol. 180, Part 3B, p. 169, 1965-66.

120 - BARTZ W.J. "Some investigation of the application of EHD theory to practical gear lubrication". Proc. I.M.E. EHD lubrication p. 37-39, 1972.

121 - ANDREASON S., LUND T. "Ball bearing endurance testing considering EHL lubrication". Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic lubrication,p. 138-141, 1972.

122 - KU P.M. Tribology of gears. American Society for Metals. Détroit Michigan. 29,31 Octobre 1973.

123 - NAYLOR H. "Cams and friction drives". Proc. I.M.E., vol 182, Part 3A, p. 237-247, 1967.

124 - BRUNTON W.C., HOBBS J.M. LAIRD A. "Investigation of a cavitating film erosion test". Wear, Vol. 16, n° 4, p. 273, 1970.

125 - TAO F.F., APPELDOORN J.K. "Cavitation erosion in a thin film as affected by liquid properties". A.S.M.E., serie F, Vol. 93, n° 4, p. 470-477, 1971.

126 - GAINES "A magnetostriction oscillator producting intense audible sound on some effects obtained". Physics n° 3, p. 209, 1932.

127 - ENDO K., OKADA T., NAKASHIMA M. "A study of erosion between two parallel surfaces oscillating at close proximity in liquids". A.S.M.E. Lub. Tech. p. 229-236, 1967.

128 - RIDDEI V., ROCH G. "Cavitation erosion". Wear, Vol. 23, n° 1, p. 133, 1973.

129 - TICHLER J.W., SCOTT D. "A note on the correlation between cavitation erosion and rolling contact fatigue resistance of ball bearings steels". Wear, Vol. 16, n° 3 p. 229, 1970.

130 - RACHMAN D. "Testing of bearing materials and lubricants under cavitation conditions". Proc. I.M.E. Symp. on Experimental Methods in Tribology, Vol. 182, Part 3G, p.102-104, 1967-68.

131 - CAUBET J.J., CARTIER M. "Analyse des contraintes résultant du contact de deux corps frottants. Courbes intrinsèques du frottement". Mémoires techn. du CETIM, n° 1, p. 6-44, 1969.

132 - CARTIER M., CAUBET J.J., RACINE R., REYMOND A. "Analyse des contraintes résultant du contact de deux corps frottants". Mémoires Techn. du CETIM, n° 4, p. 5-50, 1971.

133 - BEGELINGER A., DE GEE A.W.J. "Boundary lubrication of sliding concentrated steel contacts". Wear, Vol. 22, n° 3, p. 337-358, 1972.

134 - SYNIUTRA W.D., CORROW C.J. "The origin of microcracks leading to rolling contact fatigue". A.S.M.E. Design Engn. Conf. Chicago, Ill. U.S.A., n° 42,1970.

135 - TERAUCHI Y., MIYAO Y., NADANO H. "Basic studies on scoring of spur gears". J.S.M.E., Vol. 13, n° 63, p. 1123, 1970.

136 - SALOMON T. "Harmful effects of electrostatic charges on machinery and lubricating oils". J. Inst. Pet. Vol. 45, n° 423, p. 47-79, 1959.

137 - KANNEL J.W. "A method for estimation of temperatures in lubricated rolling-sliding gear or bearing elastohydrodynamic contacts". Proc. I.M.E., EHL Lubrication Symp. p. 118-130, 1972.

138 - CROOK A.W. "The lubrication of rollers" II. Phil.Trans. Royal Society A tome 254, p. 223, 1961.

139 - CARSLAW H.S., JAEGER J.C. "Conduction of heat in solids". Clarenton Press, 1959.

141 - BELL J.C., DYSON M.A. "The effect of some operating factors on the scuffing of hardened steel discs". Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic lubrication. Symp. p. 61-67, 1972.

142 - GODET M., FRENE J., BERTHE D., PLAY D. "Effets mécaniques introduits par la formation et la présence de films en surface". Mémoires techn. du CETIM, n° 11, p. 7-14, 1972.

143 - LANDAU L., LIFCHITZ E. "Théorie de l'élasticité" p. 48 Mir Ed. Moscou 1968

144 - SOLOMON L. "Elasticité linéaire". p.136-138, Masson Ed. Paris 1968

145 - HUBER et FUCHS. "Spannungsverteilung bei der berührung sweir elastischer zylinder. Physik Zeitschr XV, p. 292-304, 1914.

146 - BEECHING. NICHOLLS. "A theorical discussion of pitting failure in gears. Proceeding I.M.E. p. 317-323, 1948.

147 - THOMAS et HOERSCH. "Stresses due of the pressure of one elastic solid upon another.Bul. of University of Illinois, n° 212, 1930.

148 - RADZIMOVSKI E. "Stress distribution and strength condition of two rolling cylinders pressed together. Bul. of University Illinois, 1953.

149 - MINDLIN "Compliance of elastic bodies in contact. A.S.M.E. applied Mechnaics, p.259-268, 1949.

150 - BOUSSINESQ J. "Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques". Blanchard Ed. Paris, 1969.

151 - WATISSE H."Problèmes bidimensionnels d'élasticité". Thèse Grenoble, 1969.

152 - BOULON M. "Etude numérique d'élasticité linéaire". Thèse Grenoble 1970.

153 - HERTZ H. "Gesammelte Werke" Vol.1 p. 155-173, 1895.

154 - HERTZ H. "Uber die Berührung elastischer Körper. Journ. Math. Vol. 92. p. 156-171, 1881.

155 - TIMOSHENKO, GOODIER. "Théorie de l'élasticité" Béranger Editeur Paris 1961.

156 - GUPTA P.K., WALOWIT J.A. "Contact stresses between on elastic cylinder and a loyered elastic solid. A.S.M.E. paper n° 73. Lub.1, 1973.

157 - MARTIN., "The lubrication of gear tecth Engineering, Vol. 102, 1916.

158 - GATCOMBE E.K. "Lubrication characteristics of involute spur gears. A theoretical investigation". A.S.M.E. Vol. 67, p. 177, 1945.

159 - DOWSON D., HIGGINSON GR"Elastohydrodynamic lubrication. Pergamon Press, 1966.

160 - DOWSON D., WHITAKER A.V. "A numerical procedure for the solution of the elastohydrodynamic problem of rolling and sliding contacts lubricated by a newtonien fluid. Elastohydrodynamic lubrication symposium Proc. I.M.E., Vol.180. Part 3B, p. 57, 1965-1966.

161 - DOWSON D., HIGGINSON G.R. "A numerical solution to the elastohydrodynamic problem. Jour. Mech. Eng. Sc. Vol. 1, p. 6, 1959.

162 - DOWSON D., HIGGINSON G.R., WHITAKER A.V. "Elastohydrodynamic lubrication a survey of isothermal solutions. Jour. Mech.Eng. Sc. Vol. 4, p. 121, 1962.

163 - CAMERON A., GOHAR R. "Theoretical and experimental studies of the oil film in lubricated point contact. Proc. Roy. Soc. London Vol. 291. Series A, p. 520, 1966.

164 - GOHAR R., CAMERON A. "The mapping of elastohydrodynamic contacts. Trans. A.S.L.E. Vol. 10, p. 215, 1967.

165 - DALMAZ G. "L'hydrodynamique du contacts sphère plan" Thèse Doc. Ing. Lyon, 4 Mai 1971.

166 - DALMAZ G., GODET M. "L"hydrodynamique du contact sphère plan" 1ère et 2ème partie. Revue du G.A.M.I., n° 268, p. 32, 1972.

167 - DALMAZ G., GODET M. "An apparatus for the simultaneous measurement of load, traction and film thickness in lubricated sliding point contact. Tribology. Vol.5, n° 3 p. 111-117, 1972.

168 - KANNEL J.W. "The determination of stresses in rolling contact elements". A.S.M.E. paper 66, Lub. 16, 1966.

169 - CHENG H.S., ORCUTT F.K. "A correlation between the theoretical and experimental results on the elastohydrodynamics of rolling and sliding contacts". Proc. I.M.E., Vol. 180, Part 3B, p. 158, 1965-66.

170 - BELL J.C., KANNEL J.W. "Rheological behaviour of lubricant in contact zone of rolling contact system, A.S.M.E., Serie D. Vol. 86, P. 423, 1964.

171 - DOWSON D., HIGGINSON G.R., WHITAKER A.V. "Stress distribution in lubricated rolling contacts. Proceedings of I.M.E. Fatigue in rolling contact, p. 66-75, 1964.

172 - PORITSKY H. "Streesses and deflexions of cylindrical bodies. A.S.M.E. Applic. Mech. p. 191-201, 1950.

173 - SMITH J.D., LIU C.K. "Stresses due to tangential and normal loads on en elastic solid. A.S.M.E., série D, p. 157, 1953.

174 - JOHNSON K.L. "A review of the theory of rolling contact stresses. Wear. Vol. 9, n° 4 1966.

175 - JOHNSON K.L. Discussions. Proc. I.M.E. Fatigue in rolling contact, 1964.

176 - FRANCOIS D., JOLY L. "La rupture des métaux". Masson et cie. Ed., 1970.

177 - BERTHE D.,MICHAU B., GODET M. "La lubrification des engrenages. Colloque Engrenage. G.A.M.I. (à paraître 1974).

178 - CAMERON A. "Principles of lubrication". Longmans Green, 1966.

179 - SCOTT D., Mc CULLAGH P.J. "The role of nitrogen on the rolling contact fatigue performance of EN 31 ball bearing steels. Wear Vol. 25, n° 3, p. 339, 1973.

180 - ARCHARD J.F. "Elastohydrodynamic lubrication of real surfaces". Tribology, Vol. 6 n° 1, p. 8-14, 1973.

181 - FOWLES P.E. "The application of elastohydrodynamic lubrication theorie to individual asperity-asperity contacts, Trans. A.S.M.E. Serie F. Vol. 91, p. 464, 1969.

182 - FOWLES P.E. "Extension of the elastohydrodynamic theory of individual asperity-asperity Collisions to the second half of the collision. Trans. A.S.M.E. Serie F Vol.10 p. 213-215, 1971.

183 - JOHNSON K.L., GREENWOOD J.A., POON S.Y. "A simple theory of asperity contact in elastohydrodynamic lubrication. Wear, Vol. 19, p. 81, 1972.

184 - GREENWOOD D.J., WILLIAMSON J.B.P. "Contact od nominally flat surfaces. Proc. Roy. Soc. Vol. 295 A. p. 300, 1966.

185 - GREENWOOD D.J., TRIPP J.A. "The elastic contact of rough spheres. Trans. A.S.M.E. Journ. Appl. Mech. Vol. 34, p 153 , 1967.

186 - TALLIAN T.E. "Pressure and traction reppling in EHD. Contact of rough surfaces. A.S.M.E. paper n° 73. Lub. 18, 1973.

187 - NAPEL W.E., BOSMA R. "The influence of surface roughness on the capacitive measurement of film thickness in EHL Contacts. Proc. I.M.E. Vol.185 p. 635-639, 1970-71.

188 - TIPEI N. "Effects of the microgeometry of surfaces on lubrication. Rev. Roum. Sc. Tech. Mec. Appl. Vol. 14, n° 5, p. 982, 1963.

189 - TIPEI N., PASCAL H. "Micro and macrogeometry effects on pressures in three dimensional lubrication". Rev. Roum. Sc. Tech. Mec. Appl., Vol. 11, n° 3, p. 699, 1966.

190 - CHRISTENSEN H. "Stochastic models for hydrodynamic lubrication of rough surfaces. Instn. Mech. Engrs. Proc. 184, n° 1, p. 1013-26, 1971.

191 - TONDER K., CHRISTENSEN H. "Lubrication of cylindrical rollers with surface corrugations". Wear, Vol.20, n° 3, p. 309, July 1972.

192 - CHRISTENSEN H., TONDER K. "The hydrodynamic lubrication of rough surfaces. Trans. A.S.M.E. Lub. Tech. Serie F. Vol. 93, n° 3, p. 324-330, 1971.

193 - TZENG S.I., SAIBEL E. "On the effects of a surface roughness in the hydrodynamic lubrication theory of a short journal bearing". Wear, Vol. 10, n° 3, p. 179-184, Février 1967.

194 - TZENG S.I., SAIBEL E. "Surface roughness effect on slider bearing lubrication". A.S.L.E. Trans. Vol. 10, p. 334-338, 1967.

195 - RHOW S.K., ELROD H.G. "The effects on bearing load corrying capacity of two sided striated Roughness. A.S.M.E. paper n° 73, Lub.42, 1973.

196 - ELROD H.G. "Lubrication theory for newtonian fluids with striated roughness or grooving. Report 21. Lub. Rescarch. Lab. Columbia University. New York, 1972.

197 - BURTON R.A. "Effect of two dimensional sinusoïdal roughness on the load support characteristics of a lubricant film". J. Basic. Eng. Sc., Trans. A.S.M.E., serie D, Vol. 85, n° 2, p. 258-265, 1963.

198 - DOWSON D., WHOMES T.L., "The effect of surface roughness upon the lubrication of rigid cylindrical rollers". Wear, Vol. 18, p. 129, 1971.

199 - HAMILTON D.B., WALOWIT J.A., ALLEN C.M., "A theory of lubrication by micro-irregularities". J. of Bas. Eng. A.S.M.E., serie D., Vol.88, n° 1, p. 177-185, 1966.

200 - BERTHE D., GODET M. "Equation de l'écoulement laminaire entre deux parois rapprochées en mouvement relatif". C.R. Acad. Sc. Paris, t. 272, p. 1010-1013, série A. 1971.

201 - BERTHE D., GODET M. "L'hydrodynamique des surfaces rugueuses". Revue Mécanique Matériaux Electricité (en préparation).

202 - BERTHE D., GODET M. "A more general form of Reynolds equation. Application to rough surfaces. Wear. Vol. 27 n° 3 p. 345, 1974.

203 - BERTHE D. Discussion to "The effects in bearing load carrying capacity of two-sided striated roughness" by Rhow and Ebrod A.S.M.E. paper n° 73. Lub. 42. A.S.M.E. Lub. Conf. Atlanta, 1973.

204 - BERTHE D. "Influence de la micro-géométrie dans les problèmes de lubrification. C.A.S.T., 17 Septembre 1971.

205 - PINKUS O., STERNLICHT B., "Theory of hydrodynamic lubrication". Mac Graw Hill, 1968.

206 - TIPEI N. "Theory of lubrication". Stanford University Press, 1962.

207 - FANTINO B., FRENE J., GODET M. "Conditions d'utilisation de l'équation de Reynolds en mécanique des films minces visqueux". C.R. Acad. Sc., Paris, t. 272, p. 691-693, 8 Mars 1971.

208 - FANTINO B., FRENE J., GODET M. "Reynolds equation in viscous film theory". Trans. A.S.M.E. Série F. Vol. 94, n° 3, p. 287, 1972.

209 - LANGLOIS W.E. "Slow Viscous flow", Mac Millan Ed. 1964.

210 - VICHARD J.P., GODET M. "La lubrification hydrodynamique des contacts hertziens". Journal du G.A.M.I., 1968.

211 - SMITH F.W. "Lubricant behaviour in concentrated contact". Trans. A.S.L.E. Vol. 3, n° 1, p. 18, 1960.

212 - HERSCHEL W.H. "The change in viscosity of oils with temperature." Industrial and Engineering Chemistry. Vol. 14, p. 715-723, 1922.

213 - JAKOBSEN J., SANBORN D.M., WINER W.O. "Pressure viscosity characteristics of a series of siloxane fluids. A.S.M.E. paper n° 73, Lub. 33.

214 - NOVAK J.D., WINER W.O. "Some measurements of high pressure lubricant rheology. Trans. A.S.M.E. Lub. Tech. Série F. Vol. 90 n° 3. p. 500-591, 1968.

215 - A.S.M.E. "Pressure viscosity report". A.S.M.E. New York, 1953.

216 - HARRISON G., TRACHMAN E.G. "The roh of compressional viscoelasticity in the lubrication of rolling contacts. Trans. A.S.M.E. Lub. Tech. Série F. Vol. 94, p. 306-312, 1972.

217 - BARLOW A.J., ERGINSAV A., LAMB J. "Viscoelastic relaxation of supercooled liquids. Proc. of the Royal. Soc. of London. Série A., Vol.298, p. 481-494, 1967.

218 - TRACHMAN E.G., CHENG H.S. "Thermal and non-newtonian effects on traction in EHL Contacts". Proc. I.M.E. Elastohydrodynamic lubrication. Paper C 37/72, 1972.

219 - APPELDOORN J.L. "Interdisciplinary approach to the lubrication of concentred contacts". Effect of lubricants. Proc. of the N.A.S.A. Symp. p. 439, New York, 15-17 july, 1970.

220 - DOWSON D., LONGFIELD M.D. "The distribution of pressure and temperature in a highly lubricated contact. Proc. I.M.E., Lub. and Wear, Convention, p , 1964.

221 - CROOK A.W. "The lubrication of rollers III."A theoretical discussion of friction and the temperature in the oil film". Phil. Trans. Vol. 1, n° 254, p. 237, 1961.

222 - CROOK A.W. "The lubrication of rollers IV."Mesuarements of friction and effective viscosity". Phil. Trans. Vol. A, n° 255, p. 281, 1963.

223 - TIPEI N., ROHDE S.M. "Lubricant fluid films with directorial variable viscosity". A.S.M.E, paper 73, Lub. 29.

224 - DALMAZ G., BERTHE D., GODET M. "Discussion on the A.S.M.E. paper : oil film thickness and shape for a ball sliding in a grooved raceway by Thorp N. et GOHAR R. Trans. A.S.M.E. Série F. Vol. 21, n° 3, p. 209, 1972.

225 - SANBORN D.M., TURCHINA S., WINER W.O. "Temperature measurements in sliding EHL point contacts. A.S.M.E. paper n° 73. Lub 23.

226 - DALMAZ G., BERTHE D. "Discussion to paper. A.S.M.E. paper n° 73. Lub. 23. A.S.M.E Joint. Lub. Conf. Atlanta Oct. 1973.

227 - CHENG H.A. "Calculation of EHL film thickness in high speed rolling end sliding contacts". Mechanical Technology Inc. Report 67 TR24, 1967.

228 - DOWSON D. "A generalized Reynolds equation for fluid film lubrication". Instn J. Mech. Sc., Vol. 4, p. 159-170, 1962.

229 - BOULIGAND G. Mécanique rationnelle. Vuibert Edt. Paris, 1959.

230 - LUR'E. Mécanique analytique. Masson Editeur, Paris, 1968.

231 - GODET M. "Les fondements mécaniques de la tribologie". Revue du G.A.M.I. t.2, Sept. 1970.

232 - LOHOU J. "Hydrodynamique des joints d'étanchéité à faces radiales". Thèse Doc. Ing. Lyon, 25 Juin 1970.

233 - LOHOU J., HAARDT R., GODET M. "Effets de portance hydrodynamique dans les joints d'étanchéité à fuite radiale. Revue du G.A.M.I. n° 265, p 102 , 1972.

234 - BERTHE D., FANTINO B., FRENE J., GODET M."Influence of the shape defects and surface roughness on the hydrodynamic of lubricated systems. Journ. of Mech. Eng. Sc. I.M.E. to be published, 1974.

235 - HAARDT R., GODET M. "La cavitation dans les joints d'étanchéité à faces radiales". Cavitation Symp. Leeds, Sept. 1974.

236 - BERTHE D., GODET M. "The elastodydrodynamic of rough surfaces" Tribology. à paraître Avril 1974.

237 - BERTHE D. Discussion to A.S.M.E. Paper n° 73. Lub. 18 A.S.M.E. Joint Lub. Conf. Atlanta. Oct. 1973.

238 - PEKLENIK J. "New developments in surface characterization and measurements by means of randon process analysis" Proc. I.M.E. Properties and metrology of surfaces. Vol 182. Pt 3 K. p. 108-126. 1967-68.

239 - BAYADA D. Inéquations variationnelles elliptiques aux conditions aux limites périodiques. Thèse de Doctorat de Spécialité. Lyon, 1972.

240 - HAYS D. "A variational approach to lubrication problems and the solution of the finite journal bearing" A.S.M.E. J. Basic Eng. Vol 81 n° 1 p. 13, 1959.

241 - REDDI M."Finite element solution of the incompressible lubrication problem. Trans. A.S.M.E. Journ. Lub. Tech. série F Vol. 91 n° 3 p.524-533, 1969.

242 - NICOLAS D., "Les paliers hydrodynamiques soumis à un torseur de forces quelconques. Thèse Doc. Ing. Lyon, 11 Décembre 1972.

243 - BERTHE D., GODET M. "A mechanism of lubricant film break-down due to asperity. En préparation.

244 - BERTHE D., GODET M. "Fatigue in full film lubrications. En préparation.

245 - FRENE J. "Contribution à l'étude des régimes de transition dans les paliers lisses". Thèse de Doc. Ing. Lyon 17 Oct. 1970.

246 - GRUBIN A.N. "Fundamentals of the hydrodynamic theory of neavely load cylindrical surfaces". Tsentrol. Nank.Iss. Teck. Mashinostroen. Moscow n° 30, 1949.

247 - PITTS E., GREILLER J. "The flow of this liquid films between rollers. Journ. of Fluid Mech. Vol 11 p. 33-50, 1961.

248 - FLOBERG L. "Sub cavity pressures and number of oil streamers in cavitation régions with special reference to the infinite".Act. Poly. Scand. series n° 37, p. 3-35, 1968.

249 - FLOBERG L. "On hydrodynamic lubrication with special reference to sub-cavity pressures and number of streamers in cavitation regions. Acta Polytechnica Scandinavica. Mech. Eng. Series n° 19, 1965.

250 - TAYLOR G.I. "Cavitation in hydrodynamic lubrication. Cavitation in reals liquids Elsevier Ed. p. 80-101, 1964.

251 - KNAPP F., HAMMIT L. "Cavitation" Mc Graw Hill Ed. 1970.

252 - HAYS D.F., FEITEN J.B. "Cavities between moving parallel plates. Cavitation in real liquids. Elsevier Ed. p. 122-137, 1964.

253 - MICHAU B., BERTHE D., GODET M. "Influence of pressure modulation in a linear hertzian contact on the internal stress-field. Wear Vol. 28 n° 2 p. 187, 1974.

254 - MICHAU B., LAFONT F., BERTHE D., GODET M. "Influence de la modulation de pression hertzienne à l'intérieur d'un contact". Revue du G.A.M.I. (à paraître Janv. 1974.)

255 - MICHAU B., BERTHE D., GODET M. "Discussion on A.S.M.E. Paper : shear stress below asperities in hertzian contact as measmed by photoelasticity. JOLT Serie F. Vol n°3 Oct. 1973.

256 - WEIBULL "Fatigue testing and analysis of results" Pergamon Press. 1961.

257 - FLAMAND L. "Conception, élaboration et mise au point d'une machine à galets à hautes performances pour l'étude du frottement lubrifié. mémoire C.N.A.M. Paris Lyon, Mars 1971.

258 - FUREY M.J. "Metallic contact and friction between sliding surfaces. Trans. ASLE Vol 4 p.1-11, 1961.

259 - DYSON A., WILSON A.R. "Film thickness in elastohydrodynamic lubrication at high slide/roll ratio. Tribology conv., Proc. Instn. Mech. Engrs.Vol 183 Pt 3P, p.83 - 1968-69.

260 - CAMERON A. "Measurement of oil film thickness between rolling discs by a variable magnetic reluctance technic. Proc. IME. Experimental methods in tribology. 1967.

261 - SIBLEY L.B., ORCUTT F.K. "Elastohydrodynamic lubrication of rolling surfaces". ASLE Vol 4 p. 234-249, 1961.

262 - CROOK A.W. "The lubrication of rollers" Phil. Trans. Roy. Soc. Series A 250 1958.

263 - MICHAU B. "Fatigue dans les contacts hertziens" Thèse Doct. Ing. (en préparation).

264 - KOJIRO KANEKO "The pitting phenomena in the power transmission gears. ASME prepint n° 72. PTG.23.

BIBLIOGRAPHIE-ANNEXE I

1 - GROSS W. "Gas lubrication". John Wiley Ed. New York, 1962.

2 - PINKUS O., STERNLICHT B. "Theory of hydrodynamic lubrication". Mac Graw.Hill, 1961.

3 - TUMPLER P.R. "Design of film bearings" Mac Millan Ed. New York, 1966.

4 - CAMERON A. "The principles of lubrication". Longmans Ed. London, 1966.

5 - HEINRICH G. "The theory of externally pressurized bearing with compressible lubricants. Proceedings of the first international symposium en gas lubricated bearing". p.251-265, 1959.

6 - CASTELLI V. "numerical methods. Design of gas bearings." Vol. 1, 1966.

7 - MAJUNDAR B.C. "Theoretical analysis of externally pressurized air journal bearing". J. Mech. Ing. Sci. Vol 12, n° 2, p. 151, 1970.

8 - WILCOCK D.F. "Design of gas bearings". Vol. 1, R.P.J. M.T.I., Course notes, 1966.

9 - LUND J.W. "A theoretical analysis of whirl instability and pneumatic hammer for a rigid rotor in pressurrzed gas journal bearings. A.S.M.E. Lub. Tech. Vol. 89, n° 2, p. 154-166, 1967.

10 - FLEMING D.P., CUNNINGHAM R.E., ANDERSON W.J. "Zero oad stability of externally pressurized gas lubricated journal bearings" . A.S.M.E. Lub. Tech. p. 325-334, 1970.

11 - GROSS W. "Investigation of whirl in externally pressurized air lubricated journal bearings. A.S.M.E. Série D., Vol 84, p. 132-138, 1962.

12 - LUND J.W. "The hydrostatic gas journal beating with journal rotation and vibration. A.S.M.E. Journ. of Bas. Eng. Vol 86, n° 2, p. 328-336, 1964.

13 - CONSTANTINESCU V.N. "Gas lubrication " . Publié par l'A.S.M.E. , 1969.

ANNEXE A

METHODE NUMERIQUE D'INTEGRATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS

I - Equation de Reynolds

Nous avons montré au chapitre II que l'écoulement d'un fluide visqueux, incompressible entre deux galets rugueux infiniment longs, en rotation autour de leurs axes respectifs en régime permanent, obéit à l'équation :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu\,(U_1 + U_2)\,\frac{h + \dfrac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3} \qquad (A.1)$$

Cette relation est valable pour un fluide équivisqueux : $\mu = \mu_o$ = constante, pour un fluide piezovisqueux : $\mu = \mu\,(p)$.

1 - Equation de Reynolds pour un fluide piezovisqueux

S'il existe plusieurs relations expérimentales pour décrire la variation de la viscosité en fonction de la pression, nous choisirons la relation $\mu = \mu_o \exp(\alpha p)$, car son maniement mathématique est aisé. On aura, en introduisant cette relation dans (A.1) :

$$\exp(-\alpha p)\,\frac{dp}{dx} = 6\mu_o\,(U_1 + U_2)\,\frac{h + \dfrac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

Faisons le changement de variables :

$$p^* = \frac{1 - \exp(\alpha p)}{\alpha} \quad \text{ou} \quad p = -\frac{1}{\alpha}\,\ln\,(1 - \alpha p^*)$$

il vient :

$$\frac{dp^*}{dx} = 6\mu_o\,(U_1 + U_2)\,\frac{h + \dfrac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

Nous voyons donc que la forme de l'équation de Reynolds pour un fluide piezovisqueux est identique à celle obtenue pour un fluide équivisqueux.

2 - Equation de Reynolds en variables sans dimensions

Les longueurs seront rapportées à R, rayon de courbure réduit des deux cylindres, $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$; on posera :

$$H = h/R,\ e_{1,2} = \epsilon_{1,2}/R,\ H^* = h^*/R \text{ et } X = x/R$$

On posera de plus : $\lambda = (U_1 - U_2) / (U_1 + U_2)$, c'est le rapport de la vitesse de glissement à la vitesse de roulement : $-1 < \lambda < +1$.

L'équation (A.1) s'écrit en posant :

$$p^{(*)} = p^{(*)} R/6\mu\ (U_1 + U_2)$$

$$\frac{dP^{(*)}}{dX} = \frac{H + \lambda\ (e_2 + e_1) - H^*}{(H + e_2 - e_1)^3} \qquad \text{(A.2)}$$

II - Ecriture des conditions aux limites de Reynolds

1 - Conditions de Reynolds

La constante H de l'équation (A.1) est déterminée en fonction des conditions aux limites sur la pression :

$$\left.\begin{array}{l} \text{pour } x = x_e, p = 0 \\ \qquad\qquad p^* = 0 \\ \text{pour } x = x_s,\ p = \dfrac{dp}{dx} = 0 \\ \qquad\qquad (p^* = \dfrac{dp^*}{dx} = 0) \end{array}\right\} \text{en variables sans dimensions} \left\{\begin{array}{l} \text{pour } X = X_e,\ P = 0\ (P = 0) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (P^* = 0) \\ \text{pour } X = X_s\ \ P = \dfrac{dP}{dX} = 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (P^* = \dfrac{dP^*}{dX} = 0) \end{array}\right.$$

On peut montrer que l'écriture de ces conditions aux limites est identique pour un fluide équivisqueux et pour un fluide piezovisqueux |165|.

2 - Méthodes numériques

Il existe plusieurs méthodes numériques pour déterminer la constante H , méthode à pas constant, méthode à pas variable de Newton. Ces méthodes conduisent en général à un temps de calcul relativement élevé. Nous leur avons préféré une méthode originale basée sur la forme linéaire en H^* de l'équation (A.1) qui peut s'écrire :

$$\frac{dP}{dX} = \frac{H + \lambda\ (e_2 + e_1)}{(H + e_2 - e_1)^3} - H^* \frac{1}{(H + e_2 - e_1)^3}$$

c'est une équation de la forme :

$$\frac{dP}{dX} = \frac{dP_1}{dX} - H^* \frac{dP_2}{dX}$$

Par intégration nous aurons :

$$P(X) = \int_{X_e}^{X} \frac{H + \lambda\,(e_2 + e_1)}{(H + e_2 - e_1)^3}\,dX - H^* \int_{X_e}^{X} \frac{dX}{(H + e_2 - e_1)^3}$$

Soit encore :

$$P\,(X) = \left[P_1(X) - P_1\,(X_e)\right] - H^* \left[P_2(X) - P_2(X_e)\right]$$

Les conditions aux limites à l'entrée du film sont incluses dans cette écriture ; les conditions aux limites à la sortie sont :

$$\text{Pour } X = X_s \quad \begin{cases} \dfrac{dP_1}{dX} - H^* \dfrac{dP_2}{dX} = 0 \\ P_1 - H^*\, P_2 = 0 \end{cases}$$

Ce système ne peut avoir de solutions non triviales que si :

$$\text{pour } X = X_s, \quad P_1 \frac{dP_2}{dX} - P_2 \frac{dP_1}{dX} = 0$$

Du point de vue numérique, on calcule pour tout X la fonction :

$$\Delta(X) = P_1 \frac{dP_2}{dX} - P_2 \frac{dP_1}{dX}$$

Cette fonction s'annulera aux points où les conditions de Reynolds à la sortie du film seront vérifiées.

Par cette méthode, on détermine donc directement la zone de pression X_e, X_s ; la détermination de la constante H^* peut se faire à partir des 3 relations :

$$H^* = \left[\frac{\dfrac{dP_1}{dX}}{\dfrac{dP_2}{dX}}\right]_{X=X_s} \quad ; \qquad H^* = \left[\frac{P_1}{P_2}\right]_{X=X_s} \qquad H^* = H_0 + \frac{X_s^2}{2}$$

Numériquement nous avons constaté que les meilleurs résultats, du point de vue précision sur la courbe P(X), sont obtenus à partir de l'équation :

$$H^* = (P_1/P_2)_{X_s}$$

ANNEXE B

REMARQUES GENERALES SUR LES COURBES DE PRESSION OBTENUES PAR INTEGRATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS

I - Extrema de pression

Dans les conditions précisées au chapitre II, paragraphe IV, quelles que soient les conditions aux limites, les extréma de pression sont donnés par :

$$h + \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) = h^* \qquad (B.1)$$

a) en roulement pur : $U_1 = U_2$, les extréma de pression sont situés en deux points fixes symétriques par rapport à l'origine. Figure B.1.

b) en roulement avec glissement : Si a_1 et a_2 sont les amplitudes des rugosités respectivement des surfaces 1 et 2, alors :

$$\lambda (a_1 + a_2) > \lambda (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) > - \lambda (a_1 + a_2)$$

Par suite, figure B.2., la pression pourra atteindre un extremum dans toute une zône.

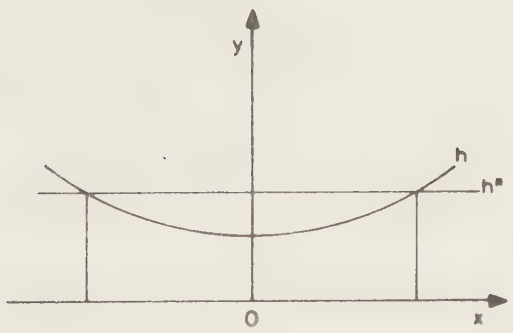


Fig. B_1 : Extrêma de pression $\lambda = 0$

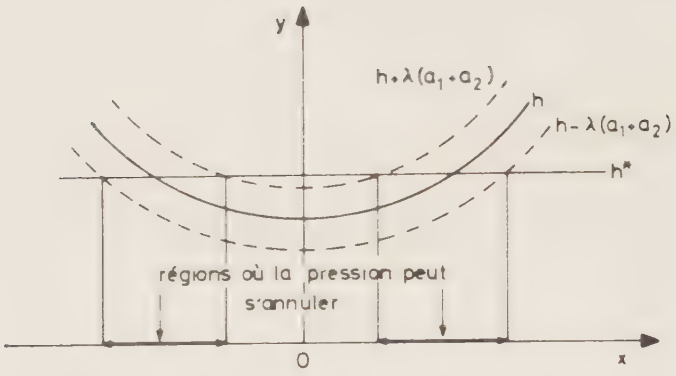


Fig. B2 : Extréma de pression $\lambda \neq 0$

Nous sommes donc conduits à distinguer deux types de fluctuations de pression :

a) les écarts, à un instant donné, par rapport à la courbe de pression obtenue pour des surfaces lisses.

b) les fluctuations de pression, dans le temps, c'est à dire pour différentes positions relatives des aspérités; ces fluctuations pourront être repérées soit par rapport à la courbe de pression moyenne, soit par rapport à la courbe de pression obtenue pour des surfaces lisses.

II - Discussions des courbes de pression obtenues avec les conditions aux limites de Reynolds (Débit instantané).

1 - Caractérisation au point de rupture du film

Le gradient de pression dans le contact est donné par :

$$\frac{dp}{dx} = 6\eta \ (U_1 + U_2) \ \frac{h + \lambda (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}$$

d'où,en décrivant cette expression par rapport à x, et en remarquant que pour $x = x_s$, $dp/dx = 0$, il vient :

$$\left(\frac{d^2p}{dx^2} \right)_{x=x_s} = \left\{ \frac{6\eta \ (U_1 + U_2)}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3} \ \frac{d}{dx} \left[h + \lambda \ (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \right] \right\}_{x=x_s}$$

Si on suppose que le film lubrifiant ne peut pas supporter de pression négative importante, alors $p > 0$ en tout point du contact. Avec cette hypothèse, la condition à la sortie du film $p = 0$ et $\partial p/\partial x = 0$ entraîne nécessairement $\partial^2 p/\partial x^2 > 0$. On en déduit donc avec Bayada |239| que :

$$\frac{d}{dx}\left[h + \lambda\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)\right]_{x=x_s} > 0$$

Remarquons que :

a) la partie divergente de l'écoulement étant définie par $\frac{d}{dx}(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) > 0$, l'abscisse x_s du point de sortie ne se trouvera pas en général dans une partie divergente de l'écoulement. Ceci ne se produira systèmatiquement que si $\varepsilon_1 = 0$ et si $\lambda = 1$, (galet lisse frottant contre un galet rugueux immobile).

b) la condition $\frac{d}{dx}\left[h + \lambda\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)\right] > 0$ pour $x = x_s$ ne sera pas en général vérifiée si des pressions négatives peuvent apparaître dans le film.

2 - *Mise en évidence des répartitions de pression possibles*

Considérons le cas figure B.3. où l'équation $h + \lambda\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) = h^*$ ait plusieurs racines :

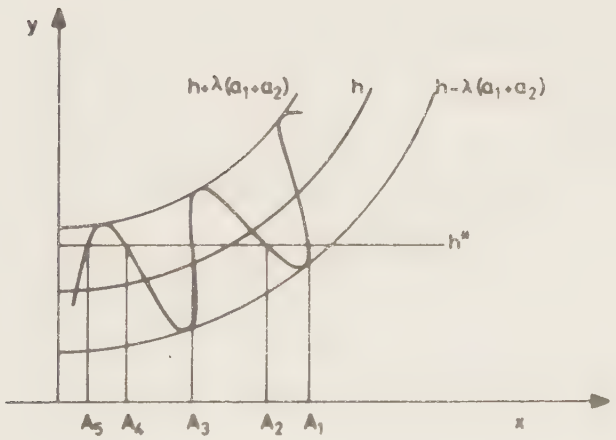


Fig. B3 : Caractérisation des extrêma de pression

Soient A_i $(i = 1,n)$ les n racines de cette équation, d'après ci-dessus, il apparait que les points A_{2i-1} $(i = 1,n)$ pour lesquels $\frac{d}{dx}\left[h + \lambda\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)\right] > 0$ correspondent à des minima de pression, les points A_{2i} $(i = 1,n)$ pour lesquels $\frac{d}{dx}\left[h + \lambda\,(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)\right] < 0$ correspondent à des maxima de pression.

La pression en un point x du film s'écrit :

$$p(x) = 6 \quad (U_1 + U_2) \left\{ \int_{x_e}^{x} \frac{h + \lambda\ (\varepsilon_2+\varepsilon_1)}{(h + \varepsilon_2-\varepsilon_1)^3}\ dx - h^* \int_{x_e}^{x} \frac{dx}{(h + \varepsilon_2-\varepsilon_1)^3} \right\}$$

Considérons deux répartitions de pression $p_1(x)$ et $p_2(x)$ obtenues pour deux valeurs arbitraires quelconques h_1^*, h_2^* de la constante d'intégration. Supposons $h_2^* > h_1^*$; comme la deuxième intégrale est strictement positive quelque soit x, il vient :

$$h_2^* > h_1^* \leftrightarrow p_1(x) > p_2(x)$$

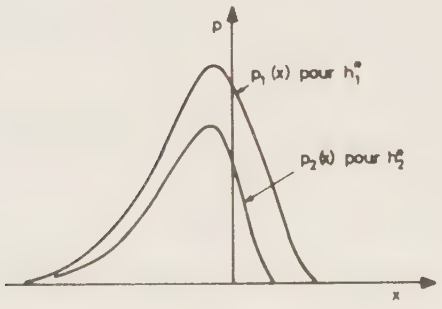


Fig. B_4 : Effet de la constante h^* sur la répartition de pression

Considèrons une courbe de répartition de pression $p_0(x)$ pour laquelle les conditions de Reynolds à la sortie du film sont obtenues pour $h^* = h_0^*$, (courbe 0, figure B.5). Considérons la répartition de pression $p_1(x)$ obtenue pour $h^* = h_1^*$, (figure B.5), d'après ci-dessus $p_1(x) < p_0(x)$. Pour $x = x_1$, la courbe $p_1(x)$ présente un point d'inflexion; la valeur de la pression en ce point d'inflexion peut être positive ou négative, (courbes 1' ou 1", figure B.5).

Dans ce dernier cas, on peut trouver par continuité, deux nouvelles valeurs de la constante h^* telles que les répartitions de pression ainsi déterminées satisfassent les conditions aux limites de Reynolds. (Courbes 2 et 3).

Par conséquent, on ne pourra trouver plusieurs courbes de répartition de pression que si $h + \lambda\ (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) = h^*$ admet plusieurs racines.

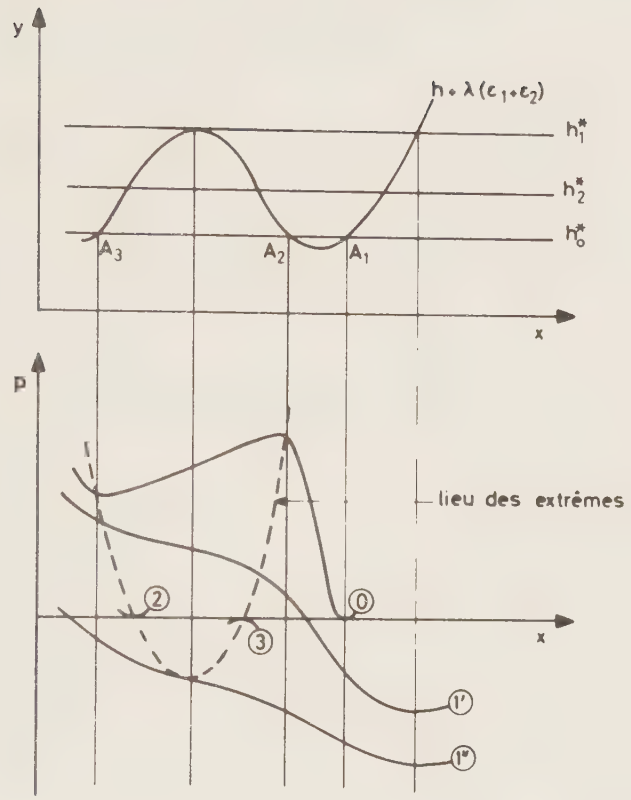


Fig. B_5 : Non unicité des courbes de pression

ANNEXE C

AUTRES PARAMETRES DE L'ECOULEMENT

1 - Contrainte de cisaillement

Les contraintes de cisaillement visqueux en mécanique des films minces visqueux s'exprime :

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial y} \left[2y - (H_1 + H_2)\right] + \mu \frac{U_2 - U_1}{H_2 - H_1} \tag{C.1}$$

Les contraintes τ_1, τ_2 aux parois 1 et 2 ont pour valeur :

$$\tau_{1,2} = \mp \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (H_2 - H_1) + \frac{U_2 - U_1}{H_2 - H_1}$$

Pour deux galets infiniment longs en rotation on aura, compte tenu de II.18 :

$$\tau_1 = \mu \left[- \frac{4 U_1 + 2 U_2}{h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1} - 6 \frac{U_1 \varepsilon_1 - U_2 \varepsilon_2}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} + 3 \frac{(U_1 + U_2) h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} \right]$$

(C.2)

$$\tau_2 = \mu \left[\frac{4 U_2 + 2 U_1}{h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1} + 6 \frac{U_1 \varepsilon_1 - U_2 \varepsilon_2}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} - 3 \frac{(U_1 + U_2) h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} \right]$$

On remarque sur ces expressions d'une part que la contrainte de cisaillement sera d'autant plus petite que h^* sera grand, toutes choses étant égales par ailleurs, d'autre part qu'en roulement pur, τ_1, τ_2 s'annulent aux points où la pression passe par un extremun.

2 - Force de frottement

La force de frottement élémentaire s'exerçant sur un élément de surface ds_2 (dx,1) figure C.1., a pour expression :

$$dF_2 = p \ \text{Sin}\, \alpha_2 \ dx + \tau_2 \ dx$$

Soit encore en assimilant $\text{Sin}\alpha_2$ avec $\frac{\partial H_2}{\partial x}$

$$dF_2 = + p \frac{\partial H_2}{\partial x} dx + \tau_2 \tag{C.3}$$

La force de frottement globale est obtenue par intégration de cette expression dans toute la zone où se trouve du lubrifiant.

$$F_2 = + \int_a^b p \frac{\partial H_2}{\partial x} \, dx + \int_a^b \tau_2 \, dx$$

Or la première intégrale peut s'écrire :

$$+ \int_a^b p \frac{\partial H_2}{\partial x} \, dx = + \int_{x_e}^{x_s} p \frac{\partial H_2}{\partial x} \, dx = + \left[pH_2 \right]_{x_e}^{x_s} - \int_{x_e}^{x_s} H_2 \frac{\partial p}{\partial x} \, dx$$

Il vient :

$$F_2 = \int_{x_e}^{x_s} - H_2 \frac{\partial p}{\partial x} \, dx + \int_{x_e}^{x_s} \tau_2 \, dx + \int_a^{x_e} \tau' \, dx + \int_{x_s}^{b} \tau'' \, dx$$

Le terme $F_0 = \int_a^{x_e} \tau' \, dx + \int_{x_s}^{b} \tau'' \, dx$ représente le frottement visqueux en dehors de la zone de pression |165|.

En général : $$\int_a^{x_e} \tau' \, dx = 0$$

et $$\int_{x_s}^{b} \tau'' \, dx = \int_{x_s}^{b} \mu \frac{h_s}{h^2} (U_2 - U_1) \, dx$$

Il vient, compte tenu de C.2. et de II.18 :

$$(C.4) \quad F_2 = 6\mu (U_1 + U_2) \int_{x_e}^{x_s} \frac{h+\lambda(\varepsilon_2+\varepsilon_1)-h^*}{(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)^3} \left[\frac{-H_2 - H_1}{2} \right] dx + \mu (U_2 - U_1) \int_{x_e}^{x_s} \frac{dx}{H_2 - H_1} + F_0$$

De la même façon on obtient :

$$(C.5) \quad F_1 = 6\mu (U_1 + U_2) \int_{x_e}^{x_s} \frac{h+\lambda(\varepsilon_2+\varepsilon_1)-h^*}{(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)^3} \left[\frac{-H_1 - H_2}{2} \right] dx + \mu (U_2 - U_1) \int_{x_e}^{x_s} \frac{dx}{H_2 - H_1} + F_0$$

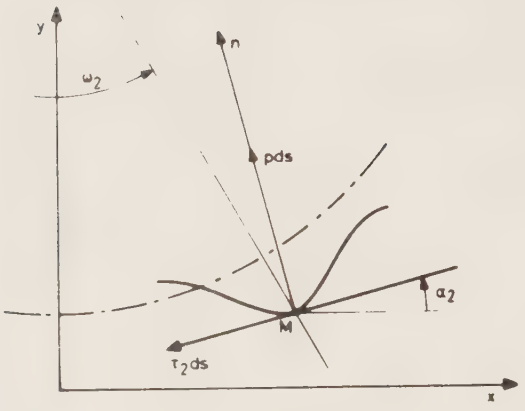


Fig. C_1 : Frottement

3 - Moment de frottement

Le moment de frottement sur la surface 2, moment pris en O_2 a pour expression, si on désigne par $\vec{n}$ la normale intérieure au solide 2 :

$$\vec{dm_2} = - \vec{O_2M_2} \wedge p\, dx\, \vec{n} + \vec{O_2M_2} \wedge \tau_2 dx \quad \vec{x}$$

Comme $H_2 << y_{0_2}$, on obtient :

$$dm_2 = - x\, p\, dx + y_{0_2} + \frac{\partial H_2}{\partial x} p dx + \tau_2 \quad dx$$

En intégrant, il vient, compte tenu de C.3 :

$$m_2 = \int_{x_e}^{x_s} - x\, p\, dx + y_{0_2} F_2 \tag{C.6}$$

De la même façon, on obtiendrait :

$$m_1 = \int_{x_e}^{x_s} - x\, p\, dx + y_{0_1} F_1 \tag{C.7}$$

ANNEXE D

FORME VARIATIONNELLE DE L'EQUATION DE REYNOLDS

I - Hypothèses de base

Considèrons, figure D.1, un volume V de fluide limité par deux surfaces A_1 et A_2, définies par les équations H_1 (x,z) et H_2 (x,z) et par une surface latérale S. Les conditions aux limites sur S_1 sont telles que la pression sur S_1 est imposée, tandis que sur S_2 le complément de S_1 par rapport à S le champ de vitesse est connu. Si en plus des hypothèses classiques des films minces visqueux, on suppose le fluide incompressible, le mouvement du fluide est tel que l'intégrale suivante est minimale : |103|.

(D.1) $$J_{(p)} = \int_{(V)} \Phi \, dv + 2 \int_{S} p \, \vec{n} \, \vec{u} \, ds$$

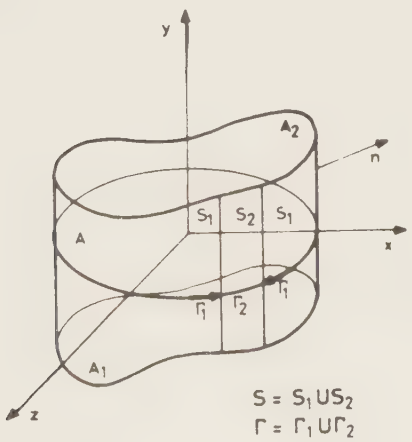


Fig. D_1 : Volume de référence

Dans cette expression, n représente le vecteur unitaire, normal à la surface S , u le vecteur vitesse et Φ la fonction de dissipation qui s'écrit avec les hypothèses des films minces visqueux incompressibles :

(D.2) $$\Phi = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right]$$

II - Forme variationnelle de l'équation de Reynolds

1 - Fonction de dissipation :

Nous avons calculé par ailleurs l'expression du champ de vitesse ; il vient, après dérivation de ces expressions :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{1}{2\mu} \dfrac{\partial p}{\partial x} \left[2y - (H_1 + H_2)\right] + \dfrac{U_1 - U_2}{H_1 - H_2} \\ \dfrac{\partial w}{\partial y} = \dfrac{1}{2\mu} \dfrac{\partial p}{\partial z} \left[2y - (H_1 + H_2)\right] + \dfrac{W_1 - W_2}{H_1 - H_2} \end{cases}$$

En reportant dans la fonction de dissipation :

$$\Phi = \mu \frac{1}{4\mu^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 \left[4y^2 - 4y\,(H_1+H_2) + (H_1+H_2)^2\right] + \frac{U_1-U_2}{H_1-H_2} \frac{\partial p}{\partial x} \left[2y-(H_1+H_2)\right] + \left(\frac{U_1-U_2}{H_1-H_2}\right)^2$$

$$+ \frac{1}{4\mu^2} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 \left[4y^2 - 4y\,(H_1+H_2) + (H_1+H_2)^2\right] + \frac{W_1-W_2}{H_1-H_2} \frac{\partial p}{\partial z} \left[2y-(H_1+H_2)\right] + \left(\frac{W_1-W_2}{H_1-H_2}\right)^2$$

En intégrant suivant l'épaisseur du film, il vient :

$$\int_{H_1}^{H_2} \Phi \, dy = \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \mu \frac{(U_2-U_1)^2}{H_2-H_1} + \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 + \mu \frac{(W_2-W_1)^2}{H_2-H_1}$$

Dans un écoulement bidimensionnel, l'énergie dissipée dans le film d'huile s'écrit, compte tenu de l'équation II.18 :

$$\mathcal{E} = \int_{x_e}^{x_s} \int_{H_1}^{H_2} \Phi \, dy = \int_{x_e}^{x_s} \frac{\{h+\varepsilon_2-\varepsilon_1\}^3}{12\mu} \left[6\mu(U_1+U_2) \frac{h+\lambda(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-H^*}{(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)^3}\right]^2 dx + \int_{x_e}^{x_s} \mu \frac{(U_2-U_1)^2}{(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)} \, dx$$

Soit après simplification :

$$\mathcal{E} = 3\mu(U_1+U_2)^2 \int_{x_e}^{x_s} \left\{ \frac{\left[h+\lambda(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-H^*\right]^2}{(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)^3} + \frac{\lambda^2}{3(h+\varepsilon_2-\varepsilon_1)} \right\} dx$$

2 - Fonctionnelle de pression

Nous avons vu que la fonctionnelle décrivant l'écoulement est :

$$J_{(p)} = \iiint_V \Phi \, dv + 2 \iint_{S_2} p \, \vec{n} \cdot \vec{u} \, ds$$

Soit, après intégration selon l'épaisseur du film :

$$J_{(p)} = \iint_A \int_{H_1}^{H_2} \Phi \, dy \quad dA + 2 \int_\Gamma p \, \vec{n} \, \vec{Q} \, dl - 2 \int_{\Gamma_2} p \, \vec{n} \, \vec{Q} \, dl$$

$Q = \int_{H_1}^{H_2} \vec{u} \, dy$ est le débit traversant la surface S. Or nous avons montré que

$$\text{(D.3)} \qquad \vec{Q} \begin{cases} q_x = - \dfrac{(H_2 - H_1)^3}{12\mu} \dfrac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \dfrac{H_2 - H_1}{2} \\ q_z = - \dfrac{(H_2 - H_1)^3}{12\mu} \dfrac{\partial p}{\partial z} + (W_1 + W_2) \dfrac{H_2 - H_1}{2} \end{cases}$$

D'après le théorème de Green, on aura :

$$\int_\Gamma p \, \vec{n} \, \vec{Q} \, dl = \iint_A \left[\frac{\partial}{\partial x} (p \, q_x) + \frac{\partial}{\partial z} (p \, q_z) \right] dA$$

$$= \iint_A \left[p \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_x \frac{\partial p}{\partial x} + q_z \frac{\partial p}{\partial z} \right] dA$$

Or d'après l'équation de continuité :

$$\text{(D.4)} \qquad \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = (U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} - V_2) - (U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - V_1)$$

La fonctionnelle $J_{(p)}$ s'écrit donc, compte tenu de D.3, D.4 et après simplification :

$$J_{(p)} = \iint_A \left\{ - \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + (U_1+U_2)(H_2-H_1) \frac{\partial p}{\partial x} + 2p \left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x}\right) \right.$$

$$+ \mu \frac{(U_2 - U_1)^2}{H_2 - H_1} - \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 + (W_1+W_2) (H_2-H_1) \frac{\partial p}{\partial z} + 2p \left(W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} - W_1 \frac{\partial H_2}{\partial z}\right) + \frac{(W_2-W_1)^2}{H_2-H_1}$$

$$\left. + 2p (V_1 - V_2) \right\} \quad dA - 2 \int_{\Gamma_2} p \, \vec{n} . \, \vec{Q} \, dl$$

Remarquons que l'on retrouve la fonctionnelle classique en faisant $H_1 = 0$ dans cette expression.

3 - Fonctionnelle pour deux galets déformés infiniment longs

Si nous considérons deux galets déformés infiniment longs, la fonctionnelle $J_{(p)}$ s'écrit en faisant les mêmes hypothèses qu'au chapitre II.

$$J_{(p)} = \int_{x_e}^{x_s} - \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + (U_1+U_2)\ (H_2-H_1)\ \frac{\partial p}{\partial x} + 2p \left(U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x}\right)$$

$$+ 2p \left(U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} - U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x}\right) - 2p \frac{\partial h_0}{\partial t}\ dx - 2\ (p\ \ q)_{x_s}$$

où q est le débit à la sortie du contact.

Soit d'après simplification :

$$J_{(p)} = \int_{x_e}^{x_s} \left[- \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + (U_1+U_2)\ (H_2-H_1)\ \frac{\partial p}{\partial x} + 2p\ \left(U_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x}\right) - 2p \frac{\partial h_0}{\partial t} \right] dx - 2\ (p\ q)_{x_s}$$

La répartition de pression sera celle rendant minimale cette fonctionnelle.

Posons :

$$L = - \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + (U_1+U_2)\ (H_2-H_1)\ \frac{\partial p}{\partial x} + 2p\ \left(U_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x}\right) - 2p \frac{\partial h_0}{\partial t}$$

La répartition de pression sera telle que :

a) $$\frac{\partial L}{\partial p} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{p}}\right) = 0$$

avec :

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 2\ \left(U_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x}\right) - 2 \frac{\partial h_0}{\partial t}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{p}} = - \frac{(H_2 - H_1)^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2)\ (H_2 - H_1)$$

il vient :

$$\frac{d}{dx} \left[- \frac{(H_2-H_1)^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2)\ (H_2-H_1) \right] = 2 \left[U_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} - U_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x} - \frac{\partial h_0}{\partial t} \right]$$

L'équation ainsi obtenue est identique à celle trouvée par intégration classique des équations de Navier Stokes

b)
$$q = (U_1+U_2)\,\frac{H_2-H_1}{2} - \frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu}\,\frac{dp}{dx} \quad \text{pour } x = x_s$$

Ceci représente le débit du fluide à la sortie du contact.

III - Etude de la fonctionnelle

Nous supposerons maintenant que le régime est permanent; donc :

$$(D.6)\quad J_{(p)} = \int_{x_e}^{x_s} -\frac{(H_2-H_1)^3}{12}\,\overset{\circ}{p} + (U_1+U_2)\,(H_2-H_1)\,\overset{\circ}{p}\,dx + 2\int_{x_e}^{x_s} p\,\left(U_2\,\frac{\partial\varepsilon_2}{\partial x} - U_1\,\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial x}\right)dx$$

La deuxième intégrale de cette équation devient en intégrant par partie :

$$\int_{x_e}^{x_s} p\,\left(U_2\,\frac{\partial\varepsilon_2}{\partial x} - U_1\,\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial x}\right)dx = 2\left[p\,(U_2\varepsilon_2-U_1\varepsilon_1)\right]_{x_e}^{x_s} - 2\int_{x_e}^{x_s}(U_2\varepsilon_2-U_1\varepsilon_1)\,\frac{dp}{dx}\,dx$$

Or $p = 0$ pour $x = x_e$ et pour $x = x_s$;par suite D.6 devient :

$$(D.7)\qquad J_{(p)} = \int_{x_e}^{x_s} \left\{-\frac{(H_2-H_1)^3}{12\mu}\,\overset{\circ}{p} + (U_1+U_2)\,(H_2-H_1) - 2\,(U_2\varepsilon_2-U_1\varepsilon_1)\right\}\overset{\circ}{p}\,dx$$

Nous avons vu par ailleurs que pour $x_e < x < x_s$:

$$(D.8)\qquad \frac{dp}{dx} = 6\mu\,\frac{(U_1+U_2)\,(H_2-H_1) + 2\,(U_1\varepsilon_1 - U_2\varepsilon_2) - (U_1+U_2)\,h^*}{(H_2 - H_1)^3}$$

En introduisant cette valeur de dp/dx dans D.7., on obtient :

$$J' = \int_{x_e}^{x_s} 3\mu\,\frac{\left[(U_1+U_2)\,(H_2-H_1) + 2\,(U_1\varepsilon_1-U_2\varepsilon_2)\right]^2 - \left[(U_1+U_2)\,h^*\right]^2}{(H_2 - H_1)^3}\,dx + \int_{x_e}^{x_s} \mu\,\frac{(U_2-U_1)^2}{H_2-H_1}\,dx$$

La répartition de pression doit donc être telle que cette intégrale soit minimale.

En variables sans dimensions, on obtient :

$$J = 3\mu\,(U_1+U_2)^2\int_{X_e}^{X_s}\frac{\left[(H+\lambda(e_2+e_1)\right]^2 - H^2}{(H+e_2-e_1)^3}\,dX + \frac{1}{3}\int_{X_e}^{X_s}\frac{\lambda^2}{H+e_2-e_1}\,dX$$

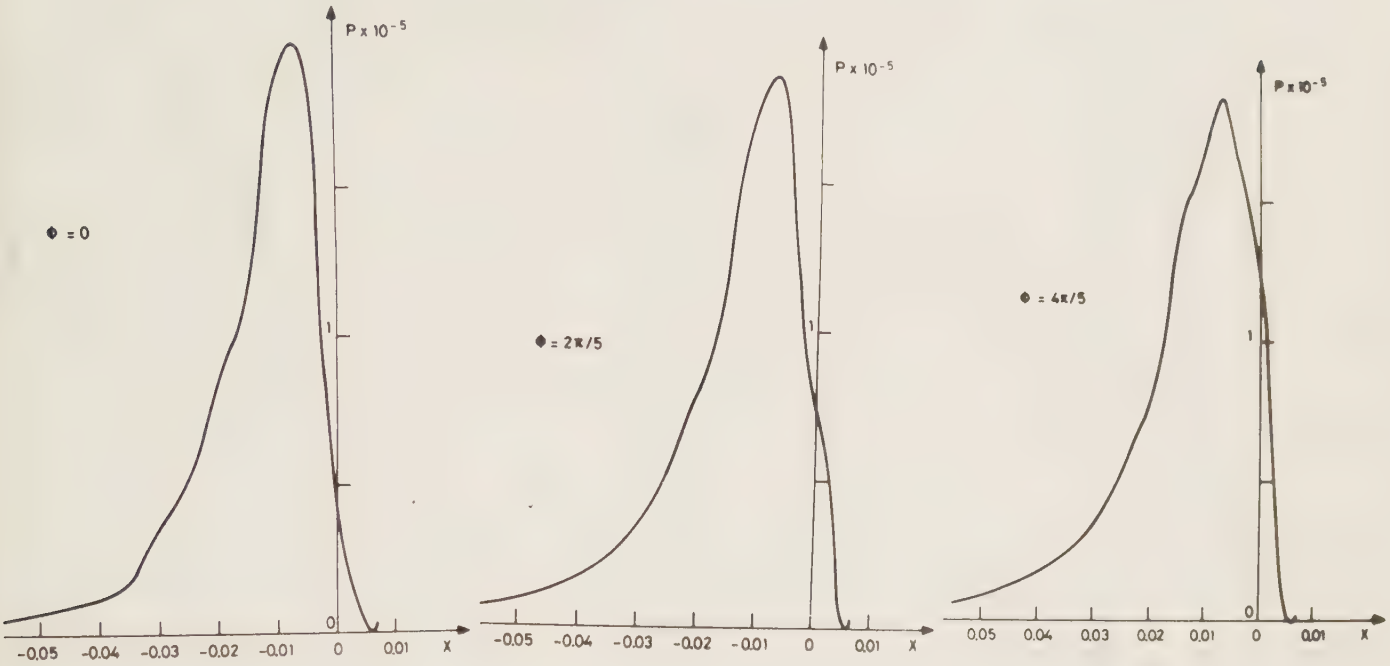
On posera :

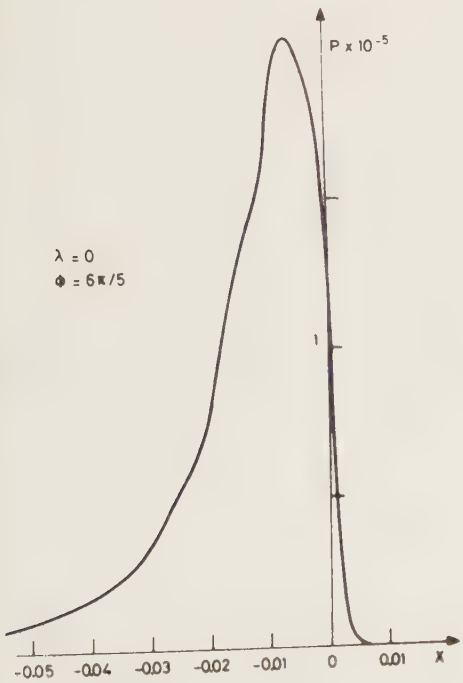
$$J_R = 3\mu\ (U_1 + U_2) \int_{X_e}^{X_s} \frac{\left[H + \lambda\ (e_2 + e_1)\right]^2 - H^{*2}}{(H + e_2 - e_1)^3}\ dX$$

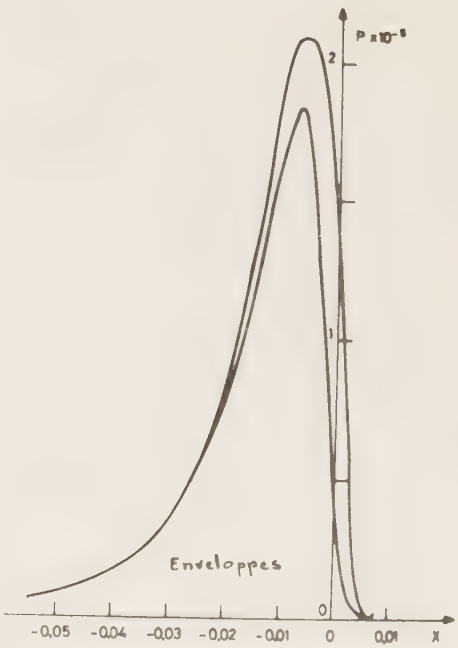
$$J_G = 3\mu\ (U_1 + U_2)^2 \int_{X_e}^{X_s} \frac{\left[H + \lambda (e_2 + e_1)\right]^2 - H^{*2}}{(H + e_2 - e_1)^3}\ dX + \frac{1}{3}\int_{X_e}^{X_s} \frac{dX}{H + e_2 - e_1}$$

Annexe - E -

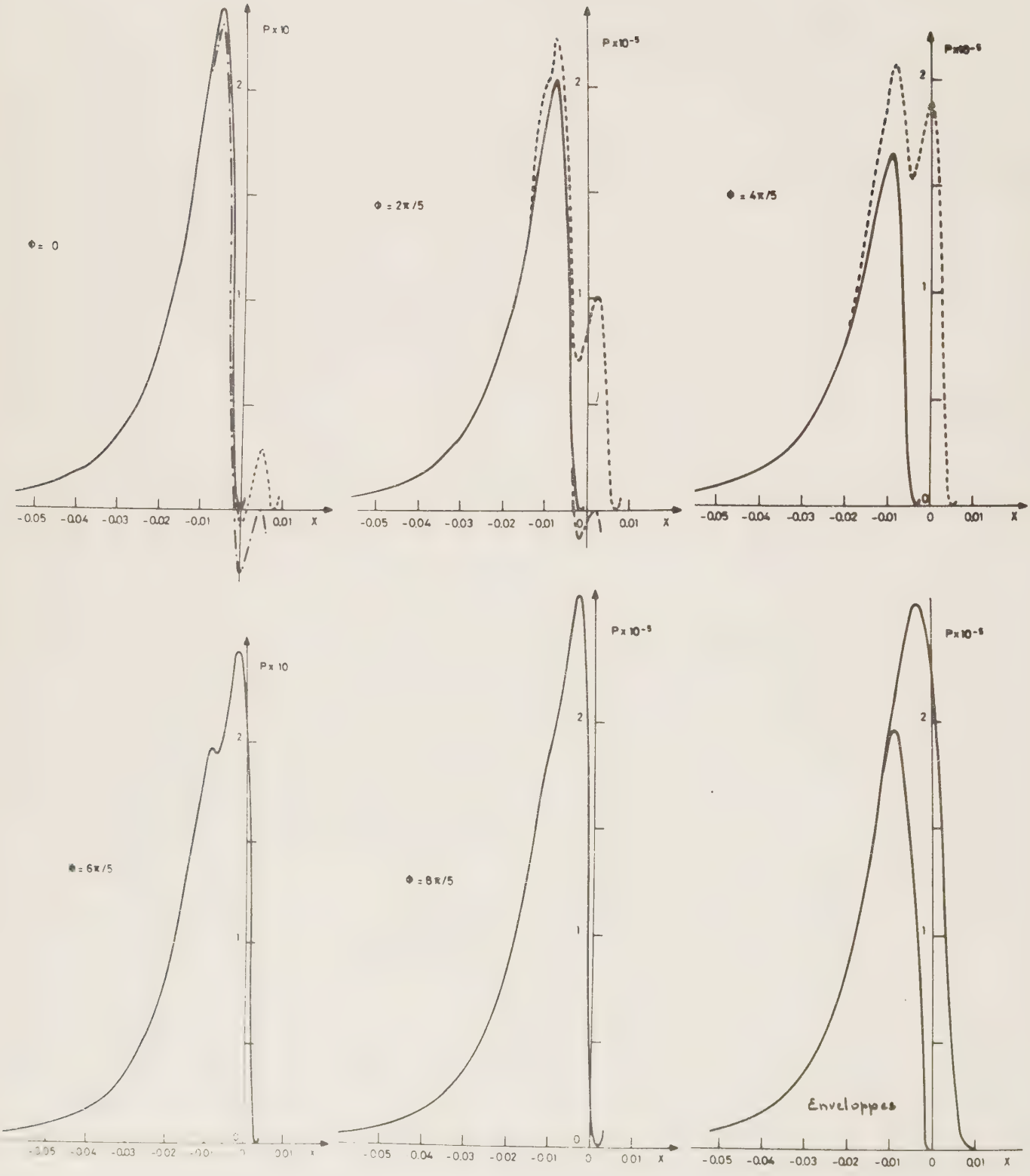
Champ de pression à un instant donné.



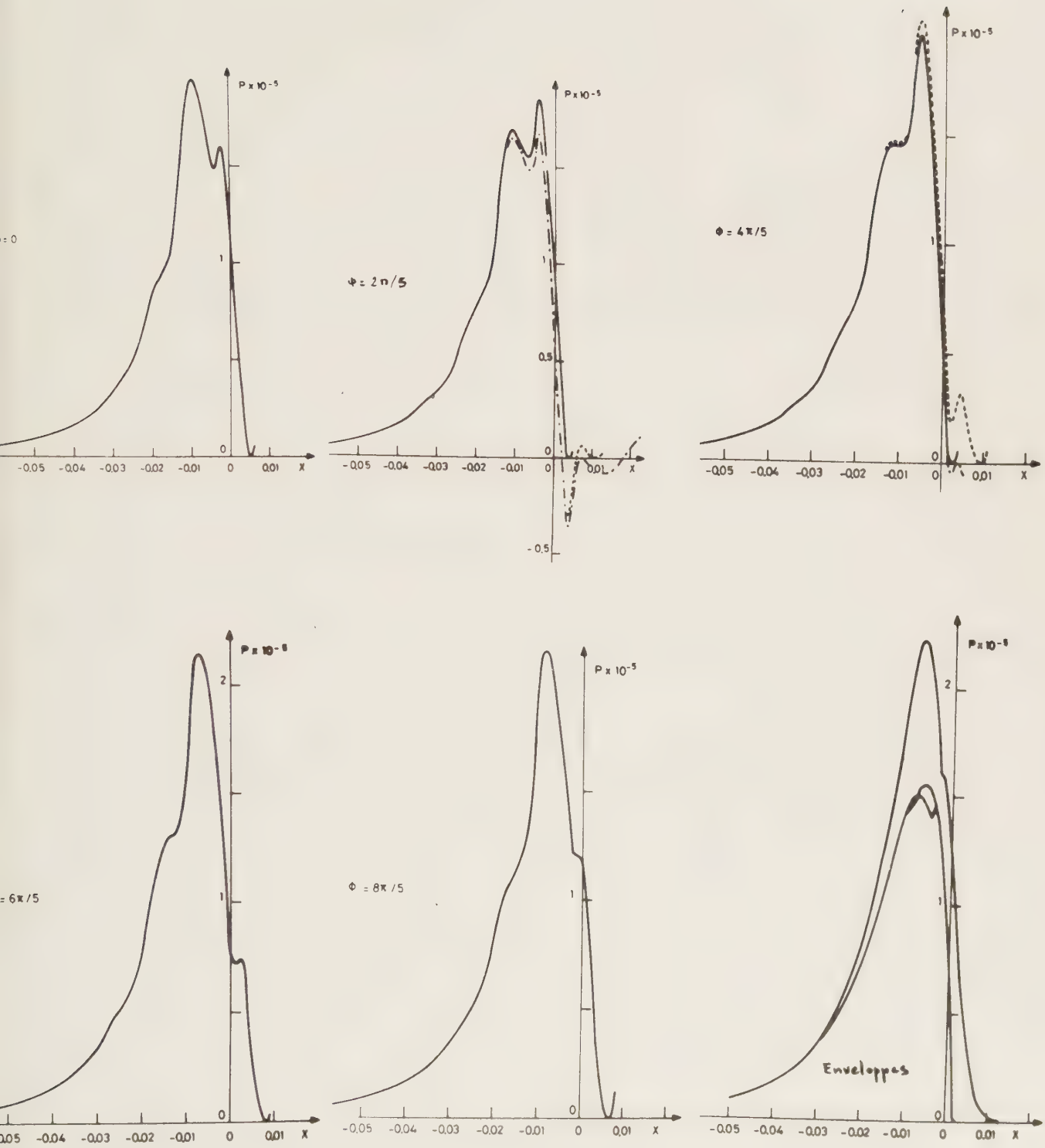




$\lambda = 0 \qquad L_2 = 0{,}01 \qquad H_o = 10^{-4} \qquad A_2/H_o = 0{,}3$



$\lambda = 1$ $\quad L_2 = 0{,}01$ $\quad H_o = 10^{-4}$ $\quad A_2/H_o = 0{,}3$



$\lambda = -1 \qquad L_2 = 0{,}01 \qquad H_o = 10^{-4} \qquad A_2 / H_o = 0{,}3$

ANNEXE F

EQUATION DE REYNOLDS EN REGIME TRANSITOIRE

I - EQUATION DE L'ECOULEMENT

En régime transitoire, lorsque la rugosité est portée par une seule surface, pour un écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressible et équivisqueux et pour des surfaces rigides, l'équation générale II.19 se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(h + \varepsilon_2)\,\frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6\mu\,(U_1 + U_2)\,\frac{\partial h}{\partial x} + 6\mu\,(U_1 - U_2)\,\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x} + 12\mu\,\frac{\partial h_0}{t}$$

Après intégration, cette équation devient, avec les variables sans dimensions définies dans le chapitre III, et en posant $\theta = \Omega t$:

$$\frac{\partial P\,(X,\theta)}{\partial X} = \frac{H + \lambda\, e_2 + X.\left(\frac{2R\,\Omega}{U_1 + U_2}\right)\frac{\partial H_0}{\partial \theta} - H}{(H + e_2)^3} \qquad (F.1)$$

Dans cette expression Ω est un paramètre quelconque arbitraire. On fait ainsi apparaître le groupement adimensionnel.

$$\Lambda = \frac{2\,R\,\Omega}{U_1 + U_2}$$

On a de plus :

$$\begin{cases} H = \overline{H}_0\,\left[1 + F\,(\theta)\right] + \dfrac{X^2}{2} \\ e_2 = A_2\,\sin\left(2\pi\,\dfrac{X}{L_2} + \phi_2\right) \\ H^* = G\,(\theta) \end{cases} \qquad (F.2)$$

Dans ce système d'équations, $\overline{H}_0$ représente la valeur moyenne de l'épaisseur du film d'huile, F (θ) est une fonction périodique inconnue qui traduit les variations de l'épaisseur minimale du film d'huile autour de la valeur moyenne $\overline{H}_0$. La fonction G (θ) est définie de la manière habituelle en écrivant que pour $X = X_s$, il y a continuité du débit :

$$P\,(X_s, \theta) = \frac{\partial P}{\partial X}\,(X_s, \theta)\,\dot{V}\theta \qquad (F.3)$$

Le paramètre Λ peut encore s'écrire en remarquant que $U_i = R_i\omega_i$ où ω_i représente la vitesse angulaire de la surface i :

$$\Lambda = \frac{2\,R\,\Omega}{R_1\omega_1 + R_2\omega_2}$$

Les résultats présentés chapitre III montrent que la pulsation fondamentale de la fonction F (θ) est égale à $\frac{2\pi R_2 \omega_2}{\ell_2}$; on posera :

(F.4) $$\Omega = \frac{2\pi\ R_2\ \omega_2}{\ell_2}$$

par suite $\theta = \phi_2$, avec $0 < \theta < 2\pi$,

il vient :

(F.5) $$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{H + \frac{L_1 - U_2}{U_1 + U_2}\ e_2 + \frac{4\pi\ U_2}{L_2(U_1 + U_2)} \cdot X \cdot \frac{\partial H_0}{\partial \theta} - H^*}{(H + e_2)^3}$$

II - EFFET DU TERME D'AMORTISSEMENT - METHODE NUMERIQUE - RESULTAT

La mise en évidence de l'effet du terme d'amortissement ($\partial H_0/\partial\theta$) a été faite de la manière suivante :

- on calcule dans un premier temps,pour une épaisseur H_0 constante,la charge à un instant donné, puis la charge moyenne $\overline{W}$,
- on détermine ensuite $H_0(\theta)$ à partir de l'écart entre la charge à l'instant donné et la charge moyenne $\overline{W}$ qui est gardée constante dans tous ces calculs.
- le terme d'écrasement $\partial H_0/\partial\theta$ peut alors être calculé et réintroduit dans l'équation de Reynolds,
- la charge instantanée est alors calculée.

Le processus itératif est reconduit jusqu'à ce que la charge instantanée soit elle-même constante.

Les courbes de la figure F.1 montrent les variations de H_0 d'une part, en considérant une suite d'état d'équilibre (c'est à dire en négligeant le terme d'amortissement) et d'autre part en prenant en compte cet effet. On remarque une très nette diminution de l'épaisseur minimale du film d'huile.

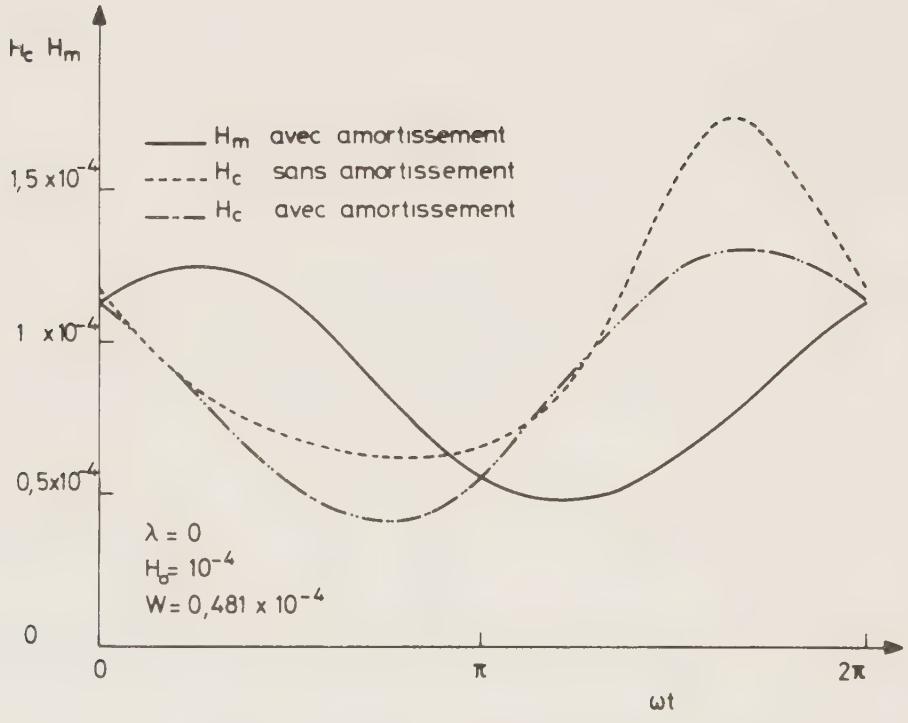
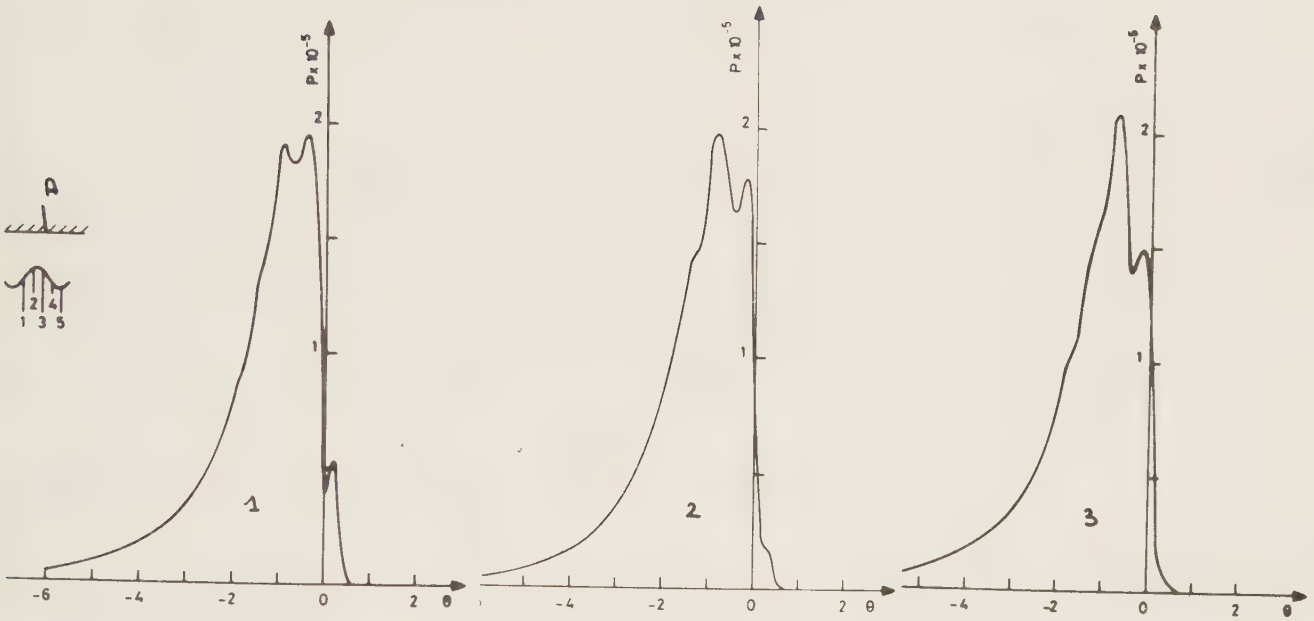
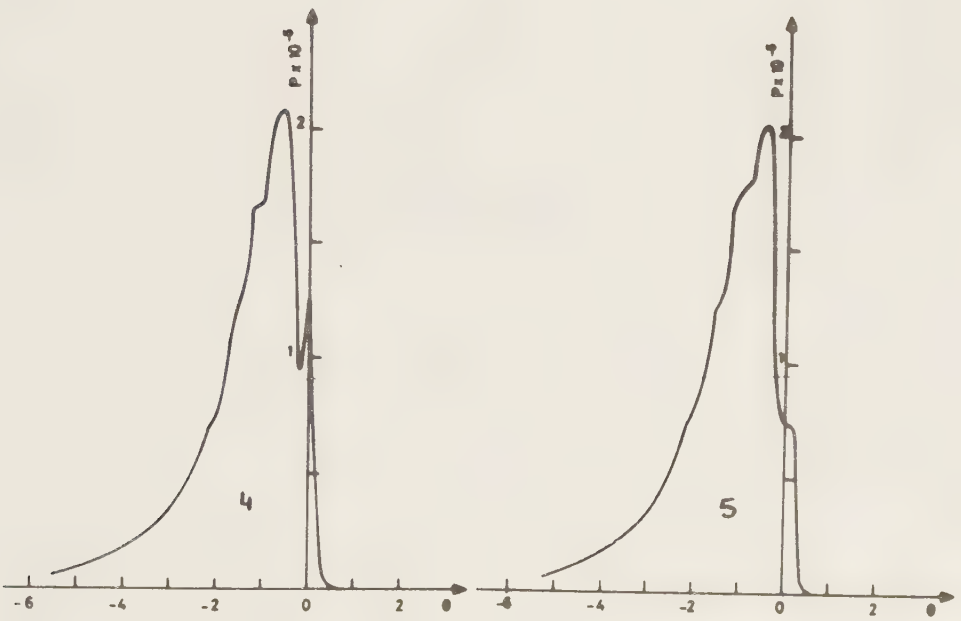


Fig. F_1 : Effet du terme d'amortissement sur l'épaisseur minimale

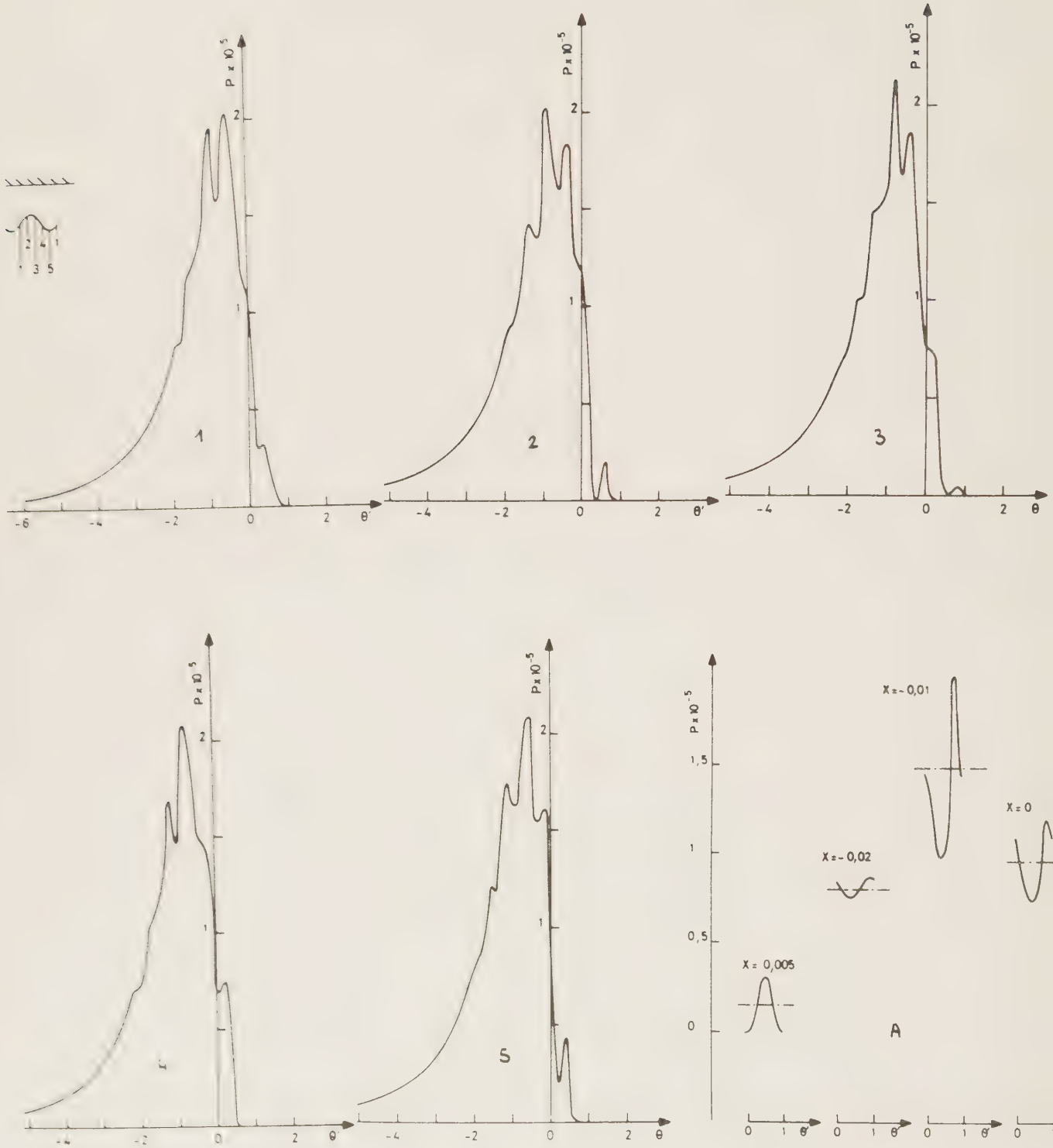
Annexe - G -

Fluctuations de la pression dans le temps





$\lambda = 0$ $L_2 = 0{,}01$ $H_o = 10^{-4}$ $A_2 / H_o = 0{,}3$



$\lambda = -1$ $\quad L_2 = 0{,}01$ $\quad H_o = 10^{-4}$ $\quad A_2 / H_o = 0{,}3$

ANNEXE H

L'HYDRODYNAMIQUE DU BLOCHET RUGUEUX

Dans le travail que nous avons présenté, nous avons étudié l'effet des rugosités des surfaces sur les phénomènes hydrodynamiques dans le cas de pièces en rotation; il existe de nombreuses autres configurations cinématiques (chapitre II, paragraphe III) où les rugosités des surfaces peuvent avoir des effets non négligeables ; parmi celles-ci citons, en particulier, le cas où les surfaces du contact sont animées d'un mouvement de translation. La principale application concerne alors le blochet que nous allons étudier ci-dessous.

Le développement que nous avons fait au chapitre II, paragraphe IV , pour deux cylindres en rotation, peut être reproduit lorsque les surfaces du contact sont en translation. La configuration du contact étudié est donnée par la figure H_1 ; on suppose ici que les deux surfaces sont rugueuses et que la vitesse d'une de ces surfaces est confondue avec le plan moyen, pris ici comme plan de référence x o z. Cette configuration est la plus couramment rencontrée dans les applications techniques.

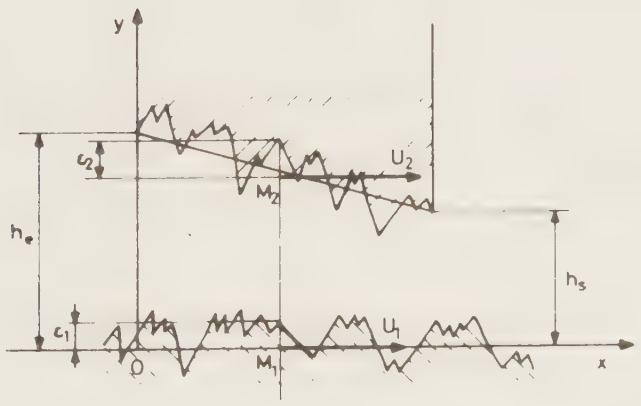


Fig H 1 : Blochet rugueux

Les vitesses virtuelles des points M_1, M_2 appartenant aux solides 1, 2 sont nulles dans cette application :

$$V_1^* = V_2^* = 0 \qquad \text{(H.1)}$$

Nous désignerons par h l'épaisseur moyenne du film d'huile, par ε_1, ε_2 les hauteurs des rugosités comptées à partir du profil moyen $h = h(x,z)$; nous supposerons de plus le fluide incompressible, le régime permanent, l'écoulement bidimensionnel ($h = h(x)$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(x)$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(x)$) ; l'équation II.13 devient, compte tenu des conditions aux limites sur la vitesse H_1 :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu (U_1 - U_2) \frac{h + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - h^*}{(h + \varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3} \qquad \text{(H.2)}$$

Dans cette équation p représente la pression, h est une constante d'intégration que l'on déterminera par les conditions aux limites sur la valeur moyenne de la pression $\overline{p}$:

$$\begin{cases} \overline{p} = 0 & \text{pour } x = 0 \\ \overline{p} = 0 & \text{pour } x = \ell \end{cases} \qquad \text{(H.3)}$$

Dans ce qui suit, nous calculerons la capacité de charge du contact rugueux lorsque,d'une part, une seule surface est mobile,et lorsque,d'autre part, une seule des surfaces du contact est rugueuse,l'autre étant lisse ; l'équation H.2 montre qu'il faut alors distinguer entre quatre configurations représentées sur la figure H.2

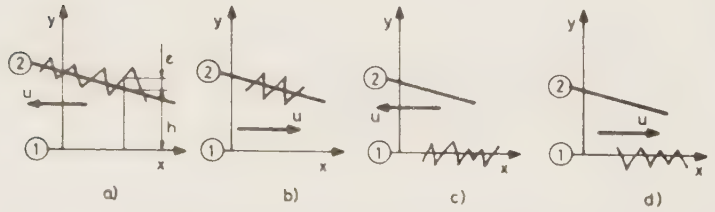


Fig. H 2 : L'hydrodynamique d'un biochet rugueux

Dans les cas a) et b) l'équation de l'écoulement est donnée par :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu \quad U \quad \frac{h + \varepsilon - h^*}{(h+\varepsilon)^3} \tag{H.4}$$

Dans les cas c) et d) l'équation de l'écoulement est donnée par :

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu \quad U \quad \frac{h - \varepsilon - h^*}{(h+\varepsilon)^3} \tag{H.5}$$

Dans ces expressions U est la vitesse de la surface mobile et ε est la hauteur des rugosités comptée ici positivement lorsqu'elle correspond à une augmentation de l'épaisseur du film d'huile.

La méthode de calcul du champ de pression moyen est identique à celle décrite dans le chapitre IV, les expressions H.4 et H.5 sont développées en série, en fonction de ε/h, puis la valeur moyenne de ces expressions est calculée compte tenu d'une part, de la loi de densité de probabilité pour la variable ε donnée au chapitre IV (relation IV) et d'autre part, des conditions aux limites H.3. La capacité de charge du contact rugueux est ensuite simplement calculée par intégration du champ de pression moyen.

Les courbes de la figure H.3 donnent la charge non dimensionnée W du contact en fonction du rapport σ/h_s, où σ est l'écart type pour la variable ε et h_s est l'épaisseur du film pour $x = \ell$, c'est à dire à la sortie du contact. La charge non dimensionnée W est liée à la charge réelle dans ces calculs par la relation : $W = h_s^2 \omega/6\mu U\ell^2 B$; pour l'exemple choisi ici, l'épaisseur moyenne du film à l'entrée du contact h_e est égale à 2 fois l'épaisseur moyenne du film à la sortie du contact.

Les courbes 1, 2 donnent respectivement la capacité de charge, pour les cas a et b de la figure H.3 (équation H.4) et pour les cas c et d de cette figure (équation H.5).

On constate, contrairement à ce qui est paru dans certaines études récentes [195,203] que la capacité de charge du contact rugueux, par rapport au contact lisse est :

- augmentée lorsque la rugosité est sur la surface inclinée par rapport au mouvement,
- diminuée lorsque la rugosité est sur la surface parallèle à la vitesse d'entrainement.

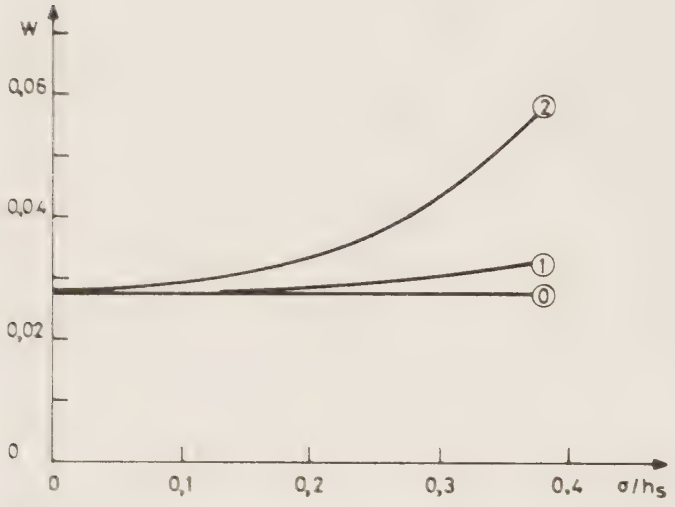


Fig. H 3 : Capacité de charge du biochet rugueux

ANNEXE I

LES PALIERS A GAZ

I - Généralités

1 - Introduction

Les paliers à gaz ont reçu dans les dernières années une attention considérable et trouvent des applications de plus en plus nombreuses dans la technique moderne, dans les cas où sont nécessaires de grandes vitesses, de faibles charges et une grande précision. La lubrification par un gaz, l'air en général, apporte un certain nombre d'avantages par rapport à la lubrification à l'huile, parmi lesquels nous citerons :

a - le faible frottement, d'où la possibilité d'atteindre de grandes vitesses de rotation (application aux gyroscopes, aux petites turbines).

b - la précision de rotation de translation, (application en métrologie, aux tables de machines outils ...).

c - la fiabilité, (le mécanisme fonctionnant à lubrifiant perdu, les propriétés de celui-ci sont invariantes dans le temps).

Il y a cependant lieu, lors de la conception d'un dispositif à gaz, de ne pas perdre de vue les points suivants :

- la faible capacité de charge de ces mécanismes,
- le problème des instabilités de ces dispositifs, (vibrations pneumatiques, fouettement, plaquage),
- les problèmes technologiques, (précision d'usinage, choix des matériaux en considérant leur qualité frottante, leur stabilité dimensionnelle, qualité de l'air utilisé).

2 - Position du problème

L'air a une viscosité dynamique environ 50 fois inférieure à celle de l'eau, et de l'ordre de 1000 fois inférieure à celle d'une huile courante. Un calcul très approché, en négligeant le phénomène de compressibilité du lubrifiant, montre que, tout étant égal par ailleurs, la charge d'un dispositif à gaz sera 50 fois inférieure à celle du même dispositif fonctionnant avec de l'eau, et de l'ordre de 1000 fois inférieure au dispositif fonctionnant avec de l'huile.

Pour obtenir une capacité de charge raisonnable, il est possible d'agir par :

- une diminution du jeu radial,
- une augmentation de la pression d'alimentation dans les dispositifs hydrostatiques.

Des limites sont cependant rapidement atteintes pour ces méthodes ; en effet la première possibilité se heurte à des problèmes technologiques de précision d'usinage, d'état de surface, et de dilatation thermique des différents éléments de la machine ; la deuxième voie est, quant à elle, limitée par des phénomènes d'instabilités pneumatiques.

Il apparait donc que la solution palier hydrostatique sera celle adoptée quand la charge imposée sera importante.

3 - Configuration d'un palier hydrostatique

La configuration géométrique d'un palier hydrostatique, fonctionnant avec un fluide compressible, ne peut pas être extrapolée de celle d'un palier hydrostatique fonctionnant avec un fluide compressible. En effet, on montrera que la compressibilité du fluide entraine, dans certaines conditions, une instabilité du dispositif. La tendance à l'instabilité sera d'autant plus importante que le volume des chambres en aval des injecteurs sera plus grand. En pratique il y aura donc lieu de rendre ce volume minimal sinon nul.

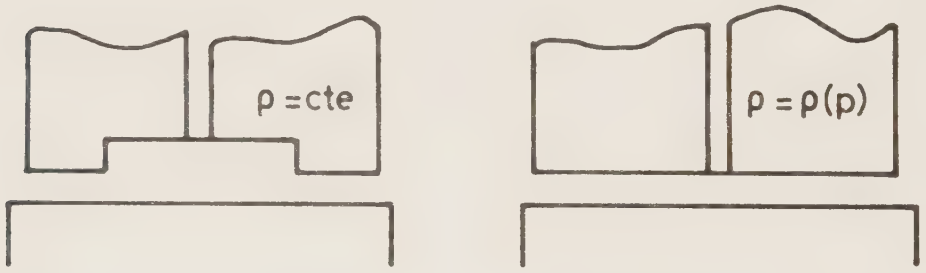


Fig. I_1: Configuration des dispositifs hydrostatiques.

II - Choix des injecteurs - rigidité - stabilité

1 - Résistance "hydraulique"

La configuration d'un dispositif hydrostatique est celle de la figure 1 ; p_s, p_i, p_a désignent respectivement la pression d'alimentation, la pression derrière l'injection, la pression atmosphérique ; Q désigne le débit massique du palier. On posera :

$$R_f = \frac{p_i - p_a}{Q} \qquad R_{ex} = \frac{p_s - p_i}{Q}$$

il vient donc :

$$Q = \frac{p_s - p_a}{R_f + R_{ex}}$$

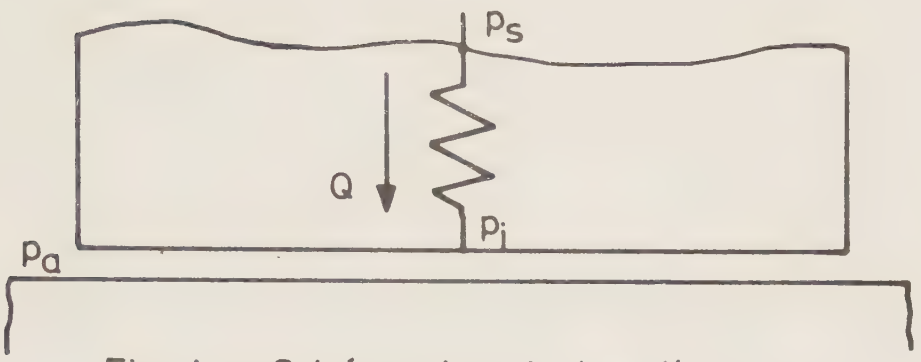


Fig. I_2 : Schéma de principe d'un dispositif hydrostatique

Dans une première approximation,on supposera que la pression varie linéairement suivant x. La charge s'exprime par :

$$W = \frac{p_i - p_a}{2} b L \quad \text{ou} \quad w = Q R_f - \frac{bL}{2}$$

Soit :

$$W = (p_s - p_a) \frac{bL}{2} \quad \frac{1}{1 + \frac{R_{ex}}{R_f}}$$

La rigidité du dispositif dW/dh s'écrit :

$$\frac{dW}{dh} = (p_s - p_a) \frac{bL}{2} \quad \frac{1}{(1 + \frac{R_{ex}}{R_f})} \quad \frac{d\,(\frac{R_{ex}}{R_f})}{dh}$$

On remarque sur cette expression que,si $R_{ex} \to 0$ ou si $R_{ex} \to \infty$,la rigidité tend vers zéro. Il existe donc une valeur de R_{ex}/R_f pour laquelle la rigidité est maximale.

2 - Différents types d'injecteurs

Dans les dispositifs à gaz, quatre types principaux d'injecteurs sont utilisés : les capillaires, les diaphragmes, les orifices inhérents, les orifices poreux. (Fig.3)

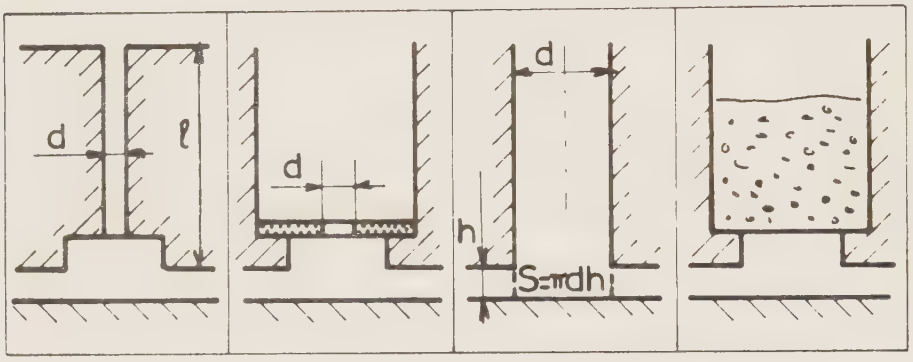


Fig. I3 : Différents types d'injecteurs

Le choix d'un type d'injecteur se fera en fonction de plusieurs critères : rigidité, stabilité, facilité de mise en oeuvre, etc ... Remarquons toutefois que les injecteurs les plus couramment utilisés sont soit les diaphragmes, soit les orifices inhérents.

3 - Rigidité - Stabilité

La rigidité d'un dispositif est proportionnelle au facteur $A = d\,(\frac{R_{ex}}{R_f})/dh$. Il y a donc lieu de choisir l'injecteur pour lequel A sera maximal.

$$\text{Pour un diaphragme, } A = -\frac{R_{ex}}{R_f}\,\frac{dR_f}{dh} + \frac{1}{R_f}\,\frac{dR_{ex}}{dQ}\,\frac{dQ}{dh}$$

$$\text{Pour un orifice inhérent, } A = -\frac{R_{ex}}{R_f}\,\frac{dR_f}{dh} + \frac{1}{R_f}\,\frac{dR_{ex}}{dQ}\,\frac{dQ}{dh} + \frac{1}{R_f}\,\frac{dR_{ex}}{dh}$$

Dans ces expressions $dR_f/dh < 0$, $dR_{ex}/dQ > 0$, $dQ/dh > 0$, et $dR_{ex}/dh < 0$; on remarque donc que l'orifice inhérent entrainera une rigidité toujours plus faible que celle obtenue avec un diaphragme; en pratique on note des différences de l'ordre de 30 %. Toutefois l'orifice inhérent, contrairement au diaphragme, présente un volume de chambre rigoureusement nul, (fig.3); en conséquence ce type d'orifice n'entrainera pas d'instabilité pneumatique. En conclusion, le diaphragme sera utilisé lorsque la rigidité sera la condition prépondérante, tandis que l'orifice inhérent sera utilisé lorsque les problèmes de stabilité et de vibrations seront les plus critiques.

III - Equations de base pour le calcul d'un palier

1 - Généralités - Méthode de calcul d'un palier hydrostatique

La détermination des caractéristiques d'un palier hydrostatique se fait en deux temps :

- en résolvant l'équation de Reynolds, on détermine la capacité de charge, le débit en fonction des conditions aux limites, en particulier en fonction de la pression p_i à la sortie des injecteurs.

- en résolvant l'équation de Barré St. Venant, on détermine le débit des injecteurs en fonction des pressions p_s et p_i, (pressions, respectivement en amont et en aval de l'injecteur). Ce qui permet, en éliminant la variable p_i entre ces deux approches de connaître la capacité de charge, le débit du palier en fonction de la pression d'alimentation p_s.

2 - Equation de Reynolds

L'écoulement du fluide dans le palier obéit à l'équation de Reynolds : |2-4|

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6\,U \frac{\partial \rho h}{\partial x} + 12 \frac{\partial \rho h}{\partial t} \qquad (I.1)$$

Dans cette expression, U désigne la somme algébrique des vitesses des deux surfaces.

Pour résoudre cette équation, nous supposerons que :

- la viscosité est constante,
- le fluide obéit à la loi des gaz parfaits,
- l'évolution du fluide dans le palier est polytropique

$$p^{1/k}/\rho = \text{constante}$$

- les surfaces du palier sont rigides et parfaitement lisses,
- les axes de l'arbre et du coussinet sont parallèles.

Dans ces conditions, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x}^{\frac{k+1}{k}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z}^{\frac{k+1}{k}}\right) = 6\mu \frac{k+1}{k} U \frac{\partial hp}{\partial x}^{\frac{1}{k}} + 2 \frac{\partial hp}{\partial t}^{\frac{1}{k}}$$

En variables sans dimensions, cette équation devient en posant (figure 4) $H = h/C$, $X = x/R = \theta$, $Z = z/R$, $T = \omega t$, $P = p/p_a$, $U = R\Omega$, $\varepsilon = e/C$, où C est le jeu radial, R est le rayon du palier, Ω est la vitesse de rotation de l'arbre, et ε est l'excentricité relative :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(H^3 P^{\frac{1}{k}} \frac{\partial P}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Z}\left(H^3 P^{\frac{1}{k}} \frac{\partial P}{\partial Z}\right) = \frac{6\mu\Omega}{P_a}\left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{\partial H P}{\partial X}^{\frac{1}{k}} + \frac{12\mu\omega}{P_a}\left(\frac{R}{C}\right)^2 \frac{\partial H P}{\partial T}^{\frac{1}{k}} \qquad (I.2)$$

L'équation du film s'écrit (figure 4) :

$$H = 1 + \varepsilon \cos \theta \qquad (I.3)$$

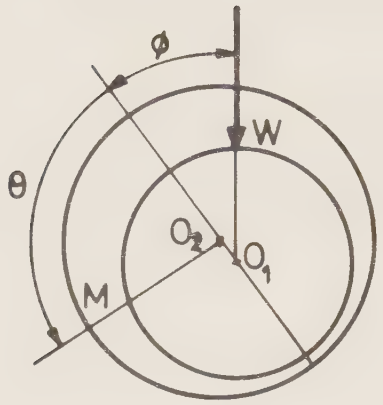


Fig. I4 : Coupe d'un palier

Dans l'expression I.2., $\Lambda = \frac{6\mu\Omega}{p_a} \left(\frac{R}{C}\right)^2$ est le paramètre de compressibilité ; c'est le paramètre caractéristique du fonctionnement du palier hydrodynamique ; $\phi = \frac{12\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{C}\right)^2$ est le paramètre de vibration.

Remarque :

a) pour un palier hydrostatique, en régime permanent, H = constante, $\phi = 0$; l'équation I.2 se réduit à :

$$\frac{\partial^2 p^{\frac{k+1}{k}}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 p^{\frac{k+1}{k}}}{\partial Z^2} = 0 \qquad (I.4)$$

Toutes les solutions analytiques trouvées pour les dispositifs hydrostatiques fonctionnant avec des fluides incompressibles sont applicables aux dispositifs hydrostatiques fonctionnant avec des fluides compressibles à condition de changer P en $P^{k+1/k}$.

b) pour décrire entièrement l'écoulement, il faut spécifier k coefficient de détente polytropique. Nous supposerons ici que k = 1 (régime isotherme). Cette hypothèse revient à supposer que k est indépendant de X et de Z ; ceci dans la plupart des cas est vérifié, si on considère que les jeux entre arbre et coussinet sont faibles et que les surfaces sont en général des métaux donc bons conducteurs de la chaleur.

3 - Equation de débit d'un orifice

On écrit l'équation de débit d'un orifice de la manière classique en considérant un état générateur dans lequel les caractéristiques du fluide sont : p_s, ρ_s, T_s et V_s=0. On suppose de plus que le fluide est un gaz parfait, que l'écoulement entre l'état générateur et la sortie de l'injecteur est permanent et adiabatique. Dans ces conditions le débit massique M s'écrit :

$$M = S \frac{P_s}{rT} \left(\frac{p_i}{p_s} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_i}{p_s} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \tag{I.5}$$

et

$$\begin{cases} S = \pi d^2 \alpha & \text{pour un diaphragme} \\ S = \pi d a \alpha & \text{pour un orifice inhérent} \end{cases}$$

α est le coefficient de débit de l'orifice et varie entre 0,6 et 0,8. Remarquons que cette expression n'est valable que si :

$$p_i > p_s \left(\frac{1}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

valeur qui correspond à la pression critique pour laquelle le nombre de Mach atteint l'unité ou col de l'injecteur.

IV - Etude d'un palier hydrostatique

Différentes méthodes ont été développées pour connaître la répartition de pression dans un palier. Meinrich, Castelli [5,6] ont développé une méthode numérique ; Majundar [7] a donné une expression analytique approchée par la méthode des sources multiples ; nous exposerons ici une relation analytique approchée en introduisant un développement limité sur la pression [8].

1 - Solution analytique approchée de l'équation de Reynolds

La méthode consiste à considérer un palier centré (axes de l'arbre et du coussinet confondus) dans lequel la répartition de pression est égale à P_0, et ensuite à introduire une excentricité relative. La répartition de pression P ainsi modifiée pourra être développée en série de Taylor suivant les puissances de l'excentricité relative :

$$P_0 = P_0 + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2 + \ldots + \varepsilon^n P_n \tag{I.6}$$

Remarquons ici que $P_0 = P_0 (Z)$, alors que $P_1 = P_1 (\theta, Z)$. Si nous introduisons cette expression de P ainsi que l'équation de l'épaisseur du film dans l'équation de Reynols, il vient en se limitant aux termes constants et aux termes de 1er ordre :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 P_0{}^2}{\partial Z^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial \theta^2} + \dfrac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial Z^2} - \dfrac{\Lambda}{P_0} \dfrac{\partial P_0 P_1}{\partial \theta} = - \Lambda P_0 \sin \theta \end{cases} \tag{I.7}$$

La Ière équation s'intègre directement, on obtient :

$$P_0^2 = \alpha Z + \beta$$

La deuxième équation aux dérivées partielles s'intègre en faisant le changement de variable. $P_0P_1 = H(Z) \cos\theta$, il vient :

$$P_0P_1 = \cos\theta \ (\gamma e^{Z} + \delta e^{-Z})$$

$$P_1 = \frac{\cos\theta \ | \gamma e^{Z} + \delta e^{-Z} |}{\alpha Z + \beta}$$

Les constantes α, β, γ, δ seront déterminées par les conditions aux limites.

2 - Conditions aux limites

Considérons le palier de la figure I.5 comprenant deux rangées de N/2 injecteurs chacune. On supposera que le nombre d'injecteurs sur une circonférence est suffisamment grand pour que l'on puisse supposer que l'écoulement dans le palier se fait uniquement suivant l'axe Z. (Hypothèse dite de la ligne d'alimentation). Ceci revient à supposer que chaque injecteur débite dans une largeur $l = \frac{\pi D}{N}$ petite devant la longueur $\frac{\ell_2}{2}$ de l'écoulement.

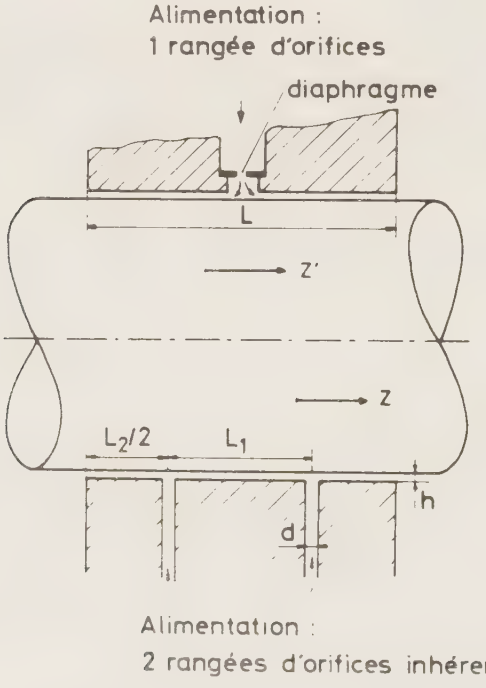


Fig. I5 : Configuration du palier hydrostatique

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial Z'}\ (\theta,\ 0) = 0 \\ \\ P\ (\theta,\ \dfrac{L_1}{2}) = P_i \end{cases} \qquad \text{variable } Z'$$

$$\begin{cases} P\ (\theta,\ 0) = P_i \\ \\ P\ (\theta,\ \dfrac{L_2}{2}) = 1 \end{cases} \qquad \text{variable } Z$$

La pression, sous les injecteurs P_i, peut s'écrire $P_i = P_{0_i} + \varepsilon\ P_{1_i} + \ldots$
Il vient, en remarquant que le débit selon Z est nul entre les deux rangées d'injecteurs :

$$0 < Z' < \frac{L_1}{2} \qquad \begin{cases} P_0 = P_{0_i} \\ \\ P_0 P_1 = \cos\theta\ H_i\ \dfrac{\mathrm{Ch}\ Z'}{\mathrm{Ch}\ \dfrac{L_1}{2}} \end{cases}$$

$$0 < Z < \frac{L_2}{2} \qquad \begin{cases} P_0^2 = 1 + (P_{0_i} - 1)\ (1 - \dfrac{Z}{\dfrac{L_2}{2}}) \\ \\ P_0 P_1 = \cos\theta\ H_i\ \dfrac{\mathrm{Sh}(\dfrac{L_2}{2} - Z)}{\mathrm{Sh}\ \dfrac{L_2}{2}} \end{cases}$$

avec :

$$H_i = \frac{P_{0_i} \quad P_{1_i}}{\cos\theta}$$

3 - Calcul du débit

On écrit que le débit fourni par les $\frac{N}{2}$ injecteurs d'une rangée est égal au débit évacué par le demi palier. Les équations de Navier-Stokes permettent, après intégration, d'obtenir le débit massique d'un demi palier ; on obtient :

$$M = - \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z}$$

En passant en variables sans dimensions, il vient :

$$M = - \frac{C^3\ p_a^2\ H^3}{12\ \mu\ rT\ R}\ P.\ \frac{\partial P}{\partial Z}$$

Ce débit est égal à celui fourni par les injecteurs ; on obtient en posant :

$$m = \left(\frac{P_i}{P_s}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{2}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_i}{P_s}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

$$\Lambda_t = \frac{6\,\mu\,\alpha\,a^2\,N\,rT}{C^3\,P_a}$$

(.11)
$$-H^3 \left(\frac{\partial P^2}{\partial Z}\right)_{Z=0} = \Lambda_t\, P_s\, m$$

Λ_t est le paramètre de pressurisation ; c'est le paramètre fondamental pour décrire le fonctionnement d'un palier hydrostatique. On utilise également une forme légèrement différente :

$$\Lambda_s = \frac{6\,\mu\,N\,a^2\,rT}{P_s\,C^3\,(1+\delta^2)}$$

où $\delta = a^2/dh$ (figure I.3). Le facteur $(1 + \delta^2)$ tient compte de la présence de deux orifices en série; le premier de section πa^2, le second de section πdh ..

En remplaçant dans I.11, P et H par leur valeur tirée de I.6, I.10 et I.3 et en développant m en série de Taylor :

$$m = m(P_{0_i}) + \varepsilon\, P_{1_i} \left(\frac{\partial m}{\partial P_i}\right)_{\varepsilon=0}$$

On obtient :

$$\frac{(P_{0_i}^2 - 1)}{\frac{L_2}{2}} = m(P_{0_i})\ \Lambda_t\ P_s$$

(I.12)
$$2\,\frac{P_{0_i}\ P_{1_i}}{\cos\theta}\ \coth\frac{L_2}{2} + 3\cos\theta\,\frac{P_{0_i}^2 - 1}{\frac{L_2}{2}} = P_i \left(\frac{\partial m}{\partial P_i}\right)_{\varepsilon=0} \Lambda_t\ P_s$$

Nous pouvons ainsi calculer P_{0_i}, P_{1_i} et donc la répartition de pression.

4 - Calcul de la charge W

$$W = 2\int_0^{2\pi}\int_0^{L_1+L_2} p\ R\ \cos\theta\ d\theta\ dz$$

Soit en variables sans dimensions et en remplaçant P par $P_0 + \varepsilon P_1$:

(I.13)
$$\frac{W}{2\,R\,L\,p_a\,\varepsilon} = \frac{R}{L}\int_0^{2\pi}\int_0^{L_1+L_2} P_1 \cos\theta\ d\theta\ dZ$$

$$\frac{W}{2\,R\,L\,p_a}$$

représente le paramètre sans dimensions de charge.

Les courbes des figures I.6 et I.7 donnent la rigidité en fonction du paramètre Λ_s, pour différentes valeurs de la pression d'alimentation; respectivement pour un palier ayant une rangée d'injecteurs, et pour un palier ayant deux rangées d'injecteurs.

V - Etude d'un palier hydrodynamique

Un calcul analogue à celui fait pour le palier hydrostatique conduit aux équations aux dérivées partielles.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 P_0^2}{\partial Z^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial \theta^2} + \dfrac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial Z^2} - \dfrac{1}{P_0}\dfrac{\partial P_0 P_1}{\partial \theta} = -\Lambda P_0 \sin\theta \end{cases}$$

Cette deuxième équation peut s'intégrer en posant :

$$P_0 P_1 = \text{Réel}\{H(Z)\ e^{i\theta}\}$$

En reportant dans l'équation ci-dessus, on obtient :

$$\frac{d^2H}{dD^2} - \left(i\frac{\Lambda}{P_0} + 1\right) H = i\,\Lambda\,P_0$$

Le principe de résolution de cette équation est identique à celui vu pour un palier hydrostatique. Les courbes des figures I.8 et I.9 donnent respectivement la rigidité, l'angle de calage en fonction du paramètre Λ d'un palier hydrodynamique pour différentes valeurs de l'excentricité relative. On remarque sur les courbes de la figure E.8 que contrairement à un palier à huile, la charge n'est pas proportionnelle à la vitesse de rotation et, en particulier, si la vitesse de rotation tend vers une valeur très grande, la charge tend vers une limite finie constante. Le résultat peut se retrouver directement ; en effet si $\Lambda \to \infty$, l'équation de Reynolds devient :

$$\frac{\partial PH}{\partial \theta} = 0 \quad \text{soit} \quad PH = f(Z)$$

L'équation de débit s'écrit :

$$\int_0^{2\pi} H^3 \frac{\partial P^2}{\partial Z} \cdot d\theta = \text{constante} = K_1$$

Soit, en intégrant par rapport à Z

$$\int_0^{2\pi} H^3 P \, d\theta = K_1 Z - K_2$$

et en éliminant P H, on obtient :

$$f(Z) = \frac{K_1 Z - K_2}{2\pi}$$

On remarque donc que f (Z) a une valeur finie. En conséquence, puisque physiquement lorsque la vitesse croit, l'excentricité décroit lorsque la charge est maintenue constante, P tend vers une valeur finie ; il en est de même de la charge.

II - Instabilités des paliers à gaz

Il existe dans les paliers à gaz, trois types d'instabilité |9-12| :

- l'instabilité pneumatique,
- le phénomène de placage
- le fouettement, mieux connu sous son nom anglais de "Whirl".

L'instabilité pneumatique est spécifique des paliers hydrostatiques; elle peut se produire quelle que soit la vitesse de rotation de l'arbre, et en particulier pour une vitesse nulle. Cette instabilité est liée au volume de la poche d'air située entre les injecteurs et le palier proprement dit.

Le placage est spécifique des paliers hydrostatiques ; il ne peut se produire que lorsque l'arbre est en rotation. Ce phénomène, bien que très mal connu et imprévisible, semble être lié à l'existence d'un mouvement tourbillonnaire dans les jets |8|.

Le fouettement se rencontre aussi bien sur les paliers hydrostatiques que sur les paliers hydrodynamiques ; il se manifeste par un mouvement de rotation du centre de l'arbre autour du centre du coussinet.

Les courbes de la figure I.10 extraites de la référence |8|, donnent les zones d'instabilité pneumatique pour un palier hydrostatique à une rangée d'orifices, en fonction de la pression d'alimentation, pour deux valeurs de volume V_i des poches sous les injecteurs. M désigne la masse de l'arbre supportée par le palier. Les courbes de la figure I.11 indiquent les zones de fouettement pour un palier hydrodynamique ($\Lambda_s = 0$), et pour un palier hydrostatique pour différentes valeurs du paramètre de pressurisation.

VII - Caractéristiques d'un palier expérimental

Le but recherché dans ce palier concerne la capacité de charge que l'on veut maximale. On s'oriente vers un palier à deux rangées d'injecteurs qui pour le même encombrement présente la plus grande capacité de charge. Les caractéristiques essentielles de ce palier sont :

- diamètre $D = 90$ mm
- longueur $L = 90$ mm
- jeu radial $C = 12\ \mu$
- pression d'alimentation $p_s = 20$ bars
- nombre d'injecteurs $N = 16$
- diamètre des injecteurs $2a = 0,15$ mm

Les autres paramètres sont :

- facteur de compensation $\delta = 0,38$
- paramètres de pressurisation $\Lambda_t = 20$
  $\Lambda_s = 1,0$
- volume relatif des chambres $N\, V_i/\pi DLC = 0,1$
- paramètre de compressibilité $\Lambda = 16,8$ à 6000 tr/mn

Des courbes des figures I.5 et I.6 on en déduit que la capacité de charge pour une excentricité égale à 1 est égale à :

$W = 810$ daN pour le palier hydrostatique seul
$W = 130$ daN pour le palier hydrodynamique seul

Le débit nominal du palier est de 40 normoℓ/mn.

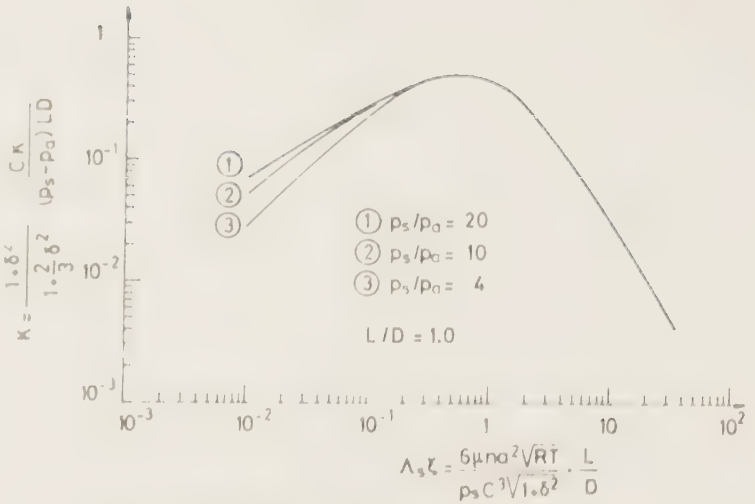


Fig. I6 Rigidité du palier - 1 rangée d'alimentation

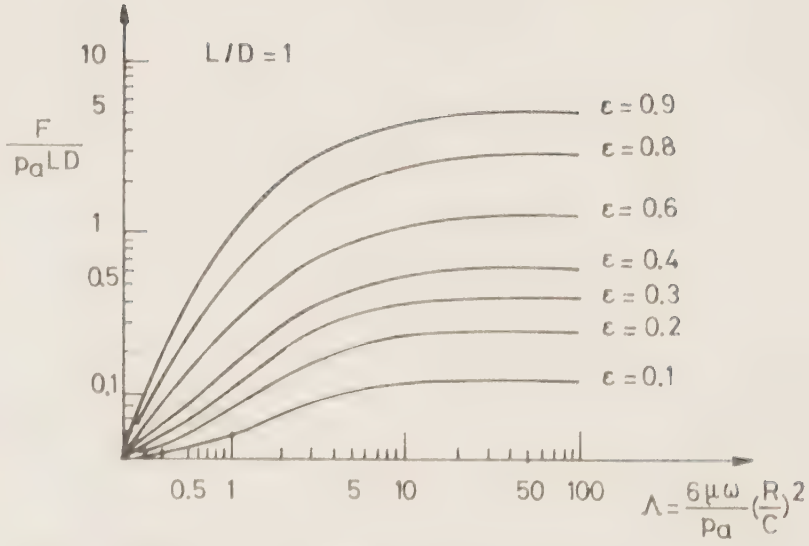


Fig. I8 : Rigidité du palier hydrodynamique

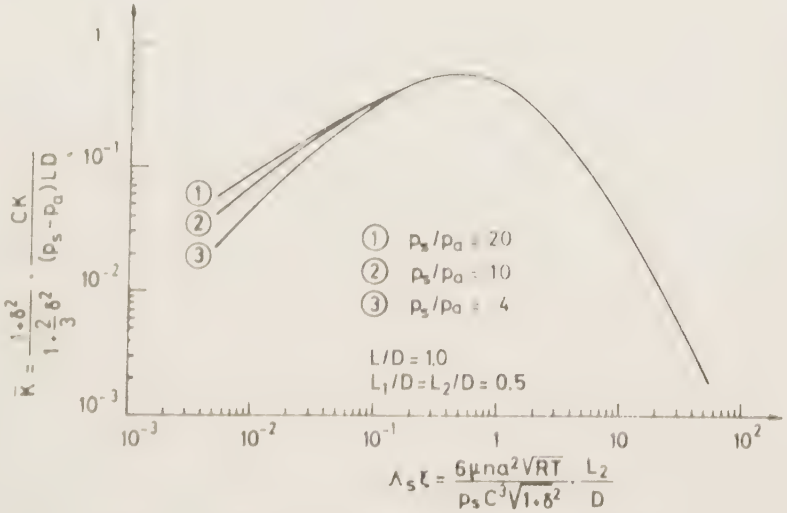


Fig. I7 Rigidité du palier - 2 rangées d'alimentation

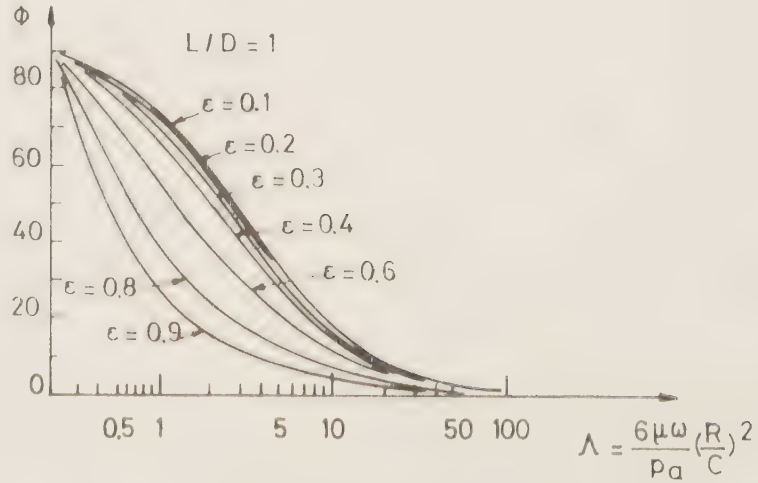


Fig. I9 : Angle de calage Φ

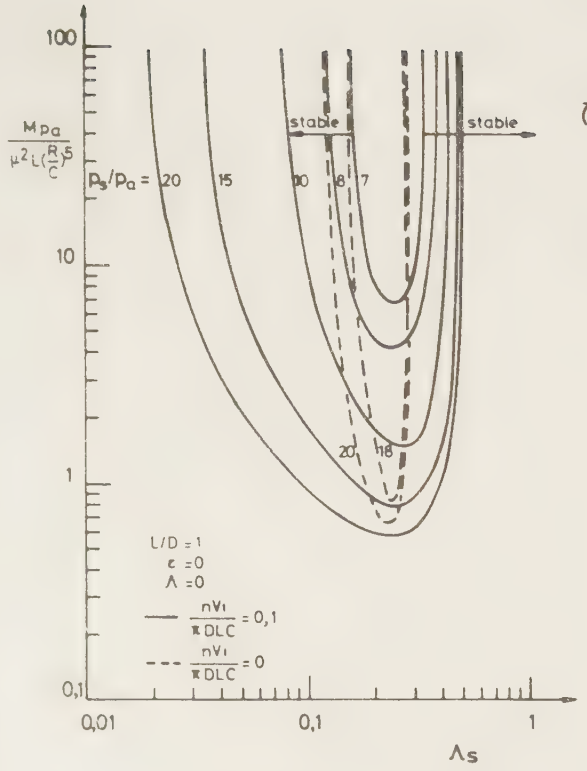


Fig. I$_{10}$: Instabilité pneumatique

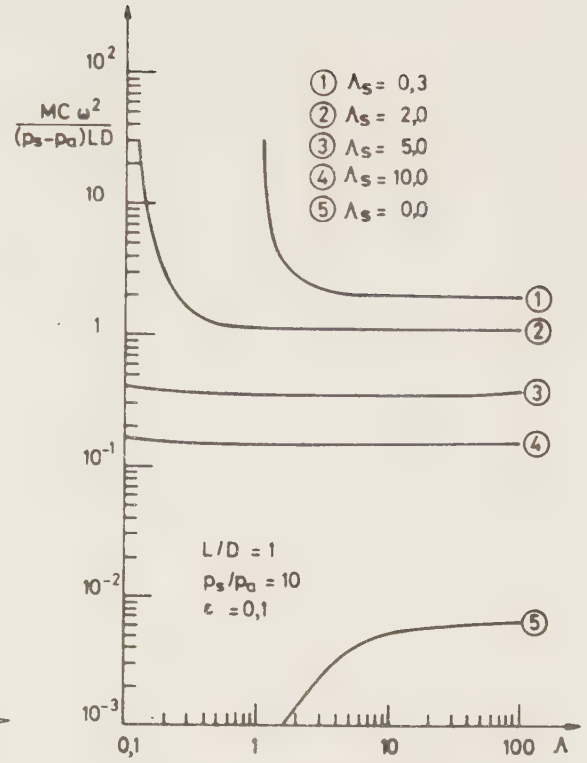


Fig. I$_{11}$: Instabilité Whirl

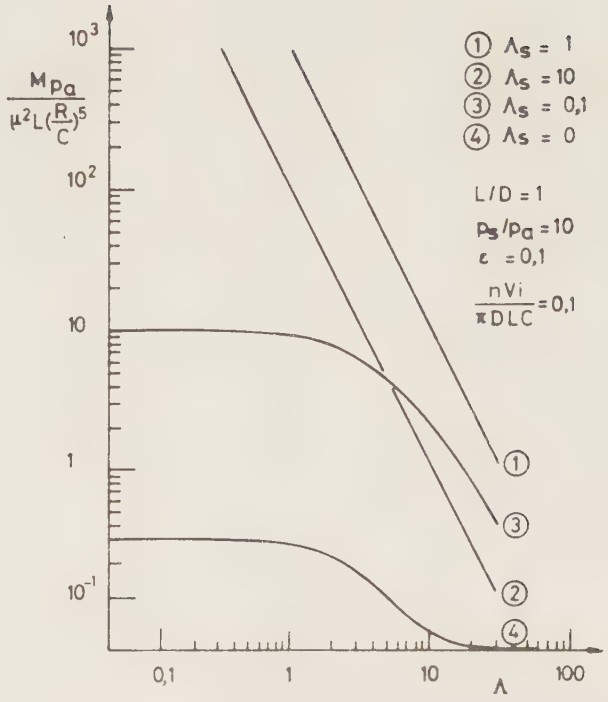


Fig. I$_{12}$: Instabilités pneumatique et Whirl

ANNEXE J

LE MODELE DE GRUBIN

Les résultats exposés au chapitre IV, paragraphe IV.2 ont été obtenus en considérant les trois premiers termes dans le développement en série de la fonction h_r/h_ℓ, Dyson en développant ces calculs a montré que le rapport d'épaisseur peut s'écrire :

$$\left(\frac{h_r^*}{h_\ell^*}\right)^{4/3} \simeq S_1\left(7\,\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}}\right) - \lambda\ S_2\left(7\,\frac{\sigma^2}{h_r^{*2}}\right)$$

Les séries S_1, S_2 s'écrivent, en posant $x = 7\sigma^2/h_r^{*2}$;

$$S_1(x) = 1 + \frac{2}{9}x + \frac{65}{729}\,x^2 + \ldots + \frac{90\ n\ (2n - \frac{5}{3})\ (2n - \frac{8}{3})\ \ldots\ (\frac{4}{3})\ (\frac{1}{3})}{(2n + 1)\ (2n + 3)\ 2\ n\ !}\,x^{n-1} + \ldots$$

$$S_2(x) = \frac{2}{3}x + \frac{130}{243}\,x^2 + \ldots + \frac{135\ n\ (2n + \frac{1}{3})\ (2n - \frac{2}{3})\ \ldots\ (\frac{4}{3})\ (\frac{1}{3})}{(2n + 3)\ (2n + 5).\ (2n + 1)\ !}\,x^n + \ldots$$

On peut montrer que, pour les deux séries le rapport du terme d'ordre (n + 1) sur le terme d'ordre n, tend vers x lorsque n tend vers l'infini, par suite les deux séries divergent lorsque h_r^{*2} tend vers $7\ \sigma^2$.

Les courbes de la figure J-1 montre ces variations de h_r^*/h_ℓ^* en fonction du rapport de rugosité pour différentes valeurs du rapport de glissement. Toutes les conclusions que nous avons tirées en ce qui concerne la rupture du film d'huile se retrouvent sur cette figure.

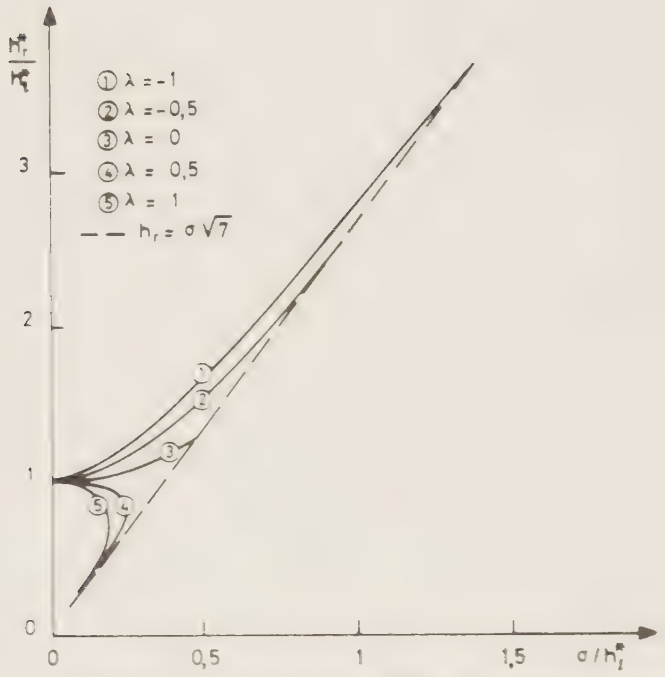


Fig. J_1 : Epaisseur du film du contact élastohydrodynamique

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

NOMENCLATURE 5

CHAPITRE I - LES PHENOMENES DE FATIGUE DANS LES CONTACTS HERTZIENS 9

I - INTRODUCTION 9

II - LES DIFFERENTS TYPES D'AVARIES 10

II-1 Le grippage 10

II.2 L'usure 12

II.3 La fatigue 12

III- LES DONNEES EXPERIMENTALES SUR LA FATIGUE 13

III.1 Localisation des avaries 13

III.2 Effet de l'ambiance 16

III.3 Effet des matériaux 19

III.4 Effet de la charge et de la vitesse 21

III.5 Effet de la viscosité 22

III.6 Effet de la rugosité 23

III.7 Effet combiné de la rugosité et de l'épaisseur du film 23

III.8 Effet de l'usure abrasive, du mode d'usinage 24

III.9 Autres mécanismes de destruction des surfaces 24

IV - LES PHENOMENES MIS EN JEU DANS LA FATIGUE DES SURFACES 25

IV-1 Les phénomènes mécaniques 25

IV-2 Les phénomènes métallurgiques et chimiques 25

V - LES THEORIES EXISTANTES 26

V-1 La théorie de Hertz 26

V-2 La théorie élastohydrodynamique 29

V-3 La théorie de Poritsky 31

V-4 La théorie de K.L Johnson 33

VI - MODELES THEORIQUES DEJA PROPOSES POUR RENDRE COMPTE DE LA FATIGUE DES SURFACES 33

VI-1 Hypothèse du cisaillement profond

VI-2 Autres hypothèses 35

VII- CONCLUSIONS 37

CHAPITRE II - L'EQUATION DE REYNOLDS GENERALISEE 39

I - INTRODUCTION 39

I.1 Nécessité d'études sur les rugosités des surfaces 39

I.2 Position du problème 39

II - THEORIE 40
II.1 Equations de base 40
II.2 Interprètation 44
II.3 Différences entre l'équation II.13 et l'équation II.14 .. 45
III - SURFACES ENVELOPPES DES VITESSES - ECARTS DE FORME 46
III.1 Surface rigide rugueuse 47
III.2 Surface lisse déformée élastiquement 48
III.3 Came ou engrenage 49
III.4 Surface rugueuse déformée élastiquement 50
III.5 Le patin 51
IV - EQUATION DE L'ECOULEMENT HYDRODYNAMIQUE ENTRE DEUX CYLINDRES RUGUEUX 52
V - CONCLUSIONS 53

CHAPITRE III - L'HYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES - MODELE MATHEMATIQUE SIMPLE 55
I - INTRODUCTION
II - SURFACES REPRESENTEES PAR DES FONCTIONS MATHEMATIQUES SIMPLES .. 56
II.1 Modèles mathématiques de la surface 57
II.2 Conditions aux limites sur le débit instantané 59
II.3 Méthode de calcul du champ de pression 61
II.4 Présentation des résultats 62
II.4.1 Cas des ondulations des surfaces 62
II.4.2 Cas des rugosités des surfaces 67
II.5 Lois approchées de comportement 77
II.6 Domaine d'application des résultats 81
II.6.1 Introduction 81
II.6.2 Effets transitoires 82
II.6.3 Autres limitations 86
III - CONCLUSIONS 88

CHAPITRE IV - L'HYDRODYNAMIQUE - L'ELASTOHYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES MODELE STATISTIQUE 89
I - INTRODUCTION 89
II - L'HYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES 90
II.1 Hypothèses de base 90
II.2 Conditions aux limites 90
II.3 Modèle statistique de la surface 92
II.4 Méthodes de calcul 93
II.4.1 Champ de pression moyenne 93
II.4.2 Fluctuations de pression 94
II.4.3 Conditions aux limites 95

II.5 Résultats 97
II.5.1 Calcul statistique classique 97
II.5.2 Calcul statistique modifié 100
III - CORRELATION ENTRE LES RESULTATS OBTENUS PAR LE MODELE SINUSOIDALE ET PAR LE MODELE STATISTIQUE 102
IV - L'ELASTOHYDRODYNAMIQUE DES SURFACES RUGUEUSES 103
IV.1 Introduction 103
IV.2 Calcul de la capacité de charge 104
IV.2.1 Méthode de calcul 104
IV.2.2 Conclusions 106
IV.3 Etude approchée des fluctuations de pression 109
IV.3.1 Introduction 109
IV.3.2 Méthode de calcul 109
IV.3.3 Résultats 112
V - CONCLUSIONS GENERALES SUR LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES DANS LES CONTACTS RUGUEUX 113

CHAPITRE V - LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES ET LA FATIGUE DES SURFACES 115
I - INTRODUCTION 115
II - LES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES 115
II.1 Description phénoménologique 115
II.1.1 En roulement pur 116
II.1.2 En glissement 118
II.2 La cavitation 120
II.2.1 Les conditions aux limites de Reynolds 121
II.2.2 Les différents types de cavitation 122
II.2.3 La cavitation par vibrations 122
II.2.4 La cavitation par vibrations en lubrification .. 123
II.3 Le concept de micro-lubrification 126
II.4 Le contact métallique 126
III - LE CHAMP DE CONTRAINTES 130
III.1 Introduction 130
III.2 Effet d'une modulation de la pression 130
III.3 Effet des rugosités sur le champ de contraintes 134
IV - LA FATIGUE DES MATERIAUX 135
IV.1 Introduction 135
IV.2 Application aux roulements 136
IV.3 Application pour la fatigue superficielle 137
V - EXEMPLE PRATIQUE 137
V.1 Pression sur les aspérités 138
V.2 Charge hydrodynamique 138
V.3 Charge portée par les rugosités 138
V.4 Exemple 139

VI - CONCLUSIONS 112

CHAPITRE VI - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX 141
I - PROBLEMES EXPERIMENTAUX ET DEFINITION DES DISPOSITIFS 141
II - PREMIER DISPOSITIF - ETUDES DES PIQURES SUPERFICIELLES 141
II.1 Définition du dispositif 141
II.2 Caractéristiques des broches 144
II.3 Mesures effectuées 146
III - DEUXIEME DISPOSITIF - ETUDE DE L'ECAILLAGE 149
IV - TROISIEME DISPOSITIF - VISUALISATION DU FILM D'HUILE 151
V - QUATRIEME DISPOSITIF - MESURES DES TENSIONS DES FILMS LUBRIFIANTS 153
VI - MACHINE A GALETS 153

CHAPITRE VII - RESULTATS EXPERIMENTAUX 155
I - INTRODUCTION 155
II - EXPERIENCES DE VISUALISATION 155
II.1 Description 155
II.2 Surface rugueuse fixe 156
II.3 Surface rugueuse mobile 160
II.4 Conclusions 163
III - EXPERIENCES DE FATIGUE 163
III.1 Techniques experimentales 164
III.1.1 Processus expérimental 164
III.1.2 Matériaux et lubrifiants 165
III.1.3 Paramètre de l'étude 166
III.2 Description des avaries 166
III.3 Avaries en film complet 166
III.3.1 Conditions des essais 166
III.3.2 Effet du rapport de rugosité 170
III.3.3 Effet du rapport de glissement 173
III.3.4 Effet de la pression 173
III.3.5 Conclusions sur les piqûres superficielles 175
III.4 Avaries en présence de contacts métalliques 175
III.4.1 Conditions des essais 175
III.4.2 Effet du rapport de rugosité 176
III.4.3 Effet de la pression 176
III.4.4 Effet du rapport de glissement 178
III.4.5 Conclusions sur les avaries en présence de contacts métalliques 179
IV - ETUDE DE LA FORCE DE FROTTEMENT 180
V - ETUDE DES TENSIONS DANS LES FILMS LUBRIFIANTS 181

V.1 Technique expérimentale 181
V.2 Résultats expérimentaux 181

CHAPITRE VIII - INTERPRETATION DES PHENOMENES DE FATIGUE 185
I - INTRODUCTION 185
II - SCHEMATISATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX 185
III - ANALYSE DES DIFFERENTS MODES D'AVARIES 186
III.1 Les piqûres superficielles 186
III.1.1 Rappel des résultats théoriques et expérimentaux
III.1.2 Analyse des causes de l'avarie 187
III.1.3 Conclusions 187
III.2 L'écaillage 188
III.2.1 Rappels des résultats théoriques et expérimentaux 188
III.2.2 Analyse des causes de l'avarie 188
III.2.3 Conclusions 189
III.3 Le micro-écaillage 189
III.3.1 Rappel des résultats théoriques et expérimentaux
III.3.2 Analyse des causes de l'avarie 189
III.3.3 Conclusions 190
III.4 Conclusions générales sur la fatigue des surfaces 190

CONCLUSIONS 191
BIBLIOGRAPHIE 197

ANNEXE A - METHODE NUMERIQUE D'INTEGRATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS 209
ANNEXE B - REMARQUES GENERALES SUR LES COURBES DE PRESSION OBTENUES PAR INTEGRATION DE L'EQUATION DE REYNOLDS 213
ANNEXE C - AUTRES PARAMETRES DE L'ECOULEMENT 218
ANNEXE D - FORME VARIATIONNELLE DE L'EQUATION DE REYNOLDS 221
ANNEXE E - CONTACT HYDRODYNAMIQUE - P (x, λ, ϕ) 227
ANNEXE F - EQUATION DE REYNOLDS EN REGIME TRANSITOIRE 230
ANNEXE G - CONTACT HYDRODYNAMIQUE P (θ, λ, x') 233
ANNEXE H - L'HYDRODYNAMIQUE DU BLOCHET RUGUEUX 235
ANNEXE I - LES PALIERS A GAZ 239
ANNEXE J - LE MODELE DE GRUBIN 255

TABLE DES MATIERES 257

Vu.

Les membres du jury :

Mr BRACONNIER

Mr SIESTRUNCK

Melle COMTE BELLOT

Mr GODET

Mr DYSON

Vu et approuvé

Le Directeur de l'U.E.R.

de Mécanique :

J. MATHIEU
PROFESSEUR TITULAIRE
A TITRE PERSONNEL
Directeur de l'U. E. R. de Mécanique
(Université Lyon 1)

J. MATHIEU

Vu et accordé le permis d'imprimer.

Lyon, le ~~08 Janvier 1974~~. 13 FEV. 1974

Le Président de l'Université

Claude Bernard

J. BOIDIN